

ISSN 2712-9942

УСПЕХИ КИБЕРНЕТИКИ

RUSSIAN JOURNAL OF CYBERNETICS

2026
T. 7 № 1

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СИСТЕМНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ЦЕНТРА «КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»**

Успехи кибернетики

Russian Journal of Cybernetics

**Том 7
№ 1**

**Vol. 7
No. 1**

Москва
2026

Учредитель и издатель

Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра
«Курчатовский институт»
(НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ)

«Успехи кибернетики» — это рецензируемый научный журнал, в котором публикуются научные статьи по следующим специальностям (физико-математические, технические науки):

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;
- 2.2.2. Электронная компонентная база микро- и наноэлектроники, квантовых устройств;
- 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации.

Миссия журнала — развитие научных направлений по заявленной тематике в России и за рубежом, соответствующих приоритетным направлениям научно-технологического развития Российской Федерации, а также перечню важнейших наукоемких технологий.

Журнал ориентирован на пропаганду передовых идей в области физики, математики, технических наук, участие в реализации задач Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации, обеспечение печатными площадками высококвалифицированных кадров, повышение качества диссертационных исследований в данных отраслях путем развития механизма профессионального и общественного обсуждения их научных результатов, воспитание молодого поколения ученых.

Журнал принимает к публикации оригинальные статьи; переводы статей, опубликованных в зарубежных журналах (при согласии правообладателя на перевод и публикацию); обзоры; эссе; комментарии; другие информационные материалы.

Издание будет полезно ученым, работающим в соответствующих областях наук, а также аспирантам и студентам.

Главный редактор

Бетелин Владимир Борисович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Заместитель главного редактора

Галкин Валерий Алексеевич, д. ф.-м. н., профессор, директор, Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Сургут

Члены редакционной коллегии

Панченко Владислав Яковлевич, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, вице-президент РАН, председатель Высшей аттестационной комиссии при Минобрнауки России, вице-президент НИЦ «Курчатовский институт», заведующий кафедрой медицинской физики, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Власов Сергей Евгеньевич, д. т. н., заместитель директора по стратегическим инфокоммуникационным и квантовым технологиям, НИЦ «Курчатовский институт», Москва

Савин Геннадий Иванович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, МСЦ — филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Сойфер Виктор Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории автоматизированных систем научных исследований, Самарский национальный исследовательский университет им. ак. С. П. Королева, Институт систем обработки изображений РАН, Самара

Чубариков Владимир Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой математических и компьютерных методов анализа, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Чаплыгин Юрий Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, Московский институт электронной техники, Москва

Петров Игорь Борисович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой информатики, Московский физико-технический институт, Москва

Смирнов Николай Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заместитель декана механико-математического факультета, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, заместитель директора по стратегическим информационным технологиям, НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Тишкин Владимир Федорович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры вычислительных методов, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Губайдуллин Амир Анварович, д. ф.-м. н., профессор, директор, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения РАН, Тюмень

Яковлевский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Шагалиев Рашид Мирзагалиевич, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., заместитель директора Федерального научного центра

Старков Сергей Олегович, д. ф.-м. н., профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем, Обнинский институт атомной энергетики, Обнинск

Еськов Валерий Матвеевич, д. ф.-м. н., д. б. н., профессор, заведующий отделом, Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Сургут

Кабанихин Сергей Игоревич, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, главный научный сотрудник Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Лаврентьев Михаил Михайлович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт автоматизации и электротехники Сибирского отделения РАН, Новосибирск

Пятков Сергей Григорьевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск

Ильин Валерий Павлович, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры прикладной математики, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

Крыжановский Борис Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., руководитель, Центр оптико-нейронных технологий НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Нагорнов Олег Викторович, д. ф.-м. н., профессор, первый проректор, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Земто Ясунари, PhD (Physics), Университет Хосэй, Токио, Япония

Пападопулос Атанас, Doctorat d'Etat (Habilitation), mathematics, Университет Страсбурга, Национальный центр научных исследований Франции, Страсбург, Франция

Ответственный секретарь

Гавриленко Тарас Владимирович, к. т. н.

Ответственный редактор

Чалова Анна Петровна, к. филол. н.

Технические редакторы

Моргун Дмитрий Алексеевич, к. ф.-м. н., доцент

Переводчик

Троицкий Дмитрий Игоревич, к. т. н., доцент

Художественное оформление обложки

© Горбунов Александр Сергеевич

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77-78857 от 04.08.2020.

Решением Высшей аттестационной комиссии с 27 июня 2022 года журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Издается с 2020 года. Выпускается 4 раза в год.

Адрес редакции:

НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, 117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1.
Телефон: +7 9226-54-57-88, факс: +7 (495) 719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Сайт: jcyb.ru.

Founder and Publisher

Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”
(NRC “Kurchatov Institute” – SRISA)

Russian Journal of Cybernetics is peer-reviewed.

The journal publishes papers on physics, mathematics, and engineering. The key areas of interest are:

- simulation, numerical methods, and simulation software
- electronic components for micro- and nanoelectronics, and quantum devices
- system analysis, control, and information processing.

Our mission is advancing these research areas in Russia and globally, supporting Russia’s national science and technology priorities, and science-intensive sectors.

The Journal promotes advanced concepts in physics, mathematics, engineering, and facilitates Russia’s Science and Technology Development Strategy. We offer an opportunity for professional researchers to publish. We improve the doctorate research quality through public peer review and educate the new generation of researchers.

The Journal accepts original papers; translations of papers from international journals (consent of the right holders for the translation and publication is required); reviews; essays; remarks, and event reports.

The Journal is intended for researchers, university, and doctorate students.

Chief Editor

Prof. *Vladimir B. Betelin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Academic Director, NRC “Kurchatov Institute” – SRISA, Moscow

Vice Chief Editor

Prof. *Valery A. Galkin*, Doctor of Science (Phys&Math), Director, Surgut Branch of NRC “Kurchatov Institute” – SRISA, Surgut

Editorial Board

Prof. *Vladislav Ya. Panchenko*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Vice President of the Russian Academy of Sciences, Head of the National Academic Degrees Authority, Russian Ministry of Science and Education, Vice President of the NRC “Kurchatov Institute”, Chairperson of the Department of Medical Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow

Prof. *Sergey E. Vlasov*, Deputy Director for Strategic Information, Communication, and Quantum Technologies, NRC “Kurchatov Institute”, Moscow

Prof. *Gennady I. Savin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math),

Academic Director, Joint Supercomputer Center – Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow

Prof. *Viktor A. Soifer*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, Chief Researcher Lab for Automated Research Systems, Korolev Samara National Research University, Academic Director, Institute of Image Processing Systems, RAS, Samara

Prof. *Vladimir N. Chubrikov*, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Mathematical and Computer Analysis Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow

Prof. *Yuri A. Chaplygin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, National Research University of Electronic Technology, Moscow

Prof. *Igor B. Petrov*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Informatics,

Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow

Prof. *Nikolay N. Smirnov*, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Dean, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Deputy Director for Strategic Information Technology, NRC “Kurchatov Institute” – SRISA, Moscow

Prof. *Vladimir F. Tishkin*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Computational Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow

Prof. *Amir A. Gubaidullin*, Doctor of Science (Phys&Math), Director, Tyumen Division, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, RAS Siberian Branch, Tyumen

Prof. *Mikhail V. Jakobovskii*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow

Prof. *Rashit M. Shagaliyev*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director, Federal Research Center

Prof. *Sergey O. Starkov*, Doctor of Science (Phys&Math), Head, Division of Intelligent Cybernetic Systems, Obninsk Institute of Atomic Energy, Obninsk

Prof. *Valery M. Eskov*, Doctor of Science (Phys&Math), Doctor of Science (Biology), Head of Division, Surgut Branch of NRC “Kurchatov Institute” – SRISA, Surgut

Prof. *Sergey I. Kabanikhin*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Principal Researcher, Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk

Prof. *Mikhail M. Lavrentiev*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Institute of Automation and Electrometry, RAS Siberian Branch, Novosibirsk

Prof. *Sergey G. Pyatkov*, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Further Mathematics, Yugra State University, Khanty-Mansiysk

Prof. *Valerii P. Ilyin*, Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Applied Mathematics, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk

Prof. *Boris V. Kryzhanovskii*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Director, Opto-neural Technologies Center, NRC “Kurchatov Institute” – SRISA, Moscow

Prof. *Oleg V. Nagornov*, Doctor of Science (Phys&Math), First Vice-Rector, National Research Nuclear University MEPhI, Moscow

Prof. *Yasunari Zempo*, PhD (Physics), Hosei University, Tokyo, Japan

Prof. *Athanase Papadopoulos*, Doctorat d’Etat (Habilitation), Mathematics, University of Strasbourg, French National Centre for Scientific Research, Strasbourg, France

Executive Editor

Taras V. Gavrilenko, Ph.D. (Engineering)

Managing Editor

Anna P. Chalova, Ph.D. (Linguistics)

Technical Editors

Dmitry A. Morgun, Ph.D. (Phys&Math), Assoc. Prof.

Translator

Dmitry I. Troitsky, Ph.D. (Engineering), Assoc. Prof.

Cover Design

© Alexander S. Gorbunov

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.

Mass media registration certificate EL No. FS 77-78857 dated on 04.08.2020.

On June 27, 2022 the National Board for Academic Degrees and Titles put the Russian Journal of Cybernetics on the list of leading journals for publishing papers by doctorate students.

Published since 2020. 4 issues per year.

Editorial Board Address:

NRC “Kurchatov Institute” – SRISA, Russia 117218, Moscow, Nakhimovskiy pr., 36/1.

Tel.: +7(922)654-5788, fax: +7(495)719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Web: jcyb.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----|
| Памяти А. Е. Бондарева | 8 |
| Международная конференция «Математические идеи академика П. Л. Чебышёва, их приложения в естественных науках и технологиях искусственного интеллекта», приуроченная к 205-й годовщине со дня его рождения. Первое информационное сообщение | 9 |
| Н. А. Бондарева, А. Е. Бондарев | |
| Информационное поле объектов в больших языковых моделях: от архитектуры к формированию представлений | 12 |
| И. В. Бычин, А. В. Гореликов, А. В. Ряховский | |
| Реализация алгоритма переноса ограничения при построении дискретного аналога уравнения магнитной индукции методом контрольного объема в сферических координатах | 24 |
| С. Г. Еловой, Д. К. Берестин | |
| Нейросеть для распознавания русской жестовой азбуки | 33 |
| Р. Д. Гимранов | |
| Проблемные вопросы построения композитного ландшафта корпоративных систем учета и управления (ERP) | 39 |
| Э. М. Исмаилов, Т. В. Гавриленко | |
| Влияние технологий машинного зрения на устойчивость критической инфраструктуры в условиях высокой автоматизации | 45 |
| Т. Н. Конурбаева, А. В. Гавриленко | |
| Метод прогнозирования пользовательских задач в социальных группах на основе управляемого рекуррентного блока | 51 |
| М. Е. Коржова, Б. А. Марков, А. И. Сидикова | |
| О решении обратной задачи с известной кусочно-линейно подвижной границей для разрывного потока тепла на границе раздела сред | 57 |
| В. П. Кощев | |
| Координатное и импульсное представление уравнений Гамильтона–Якоби и Гамильтона | 64 |
| В. П. Кощев | |
| Комплексная дифференциальная 1-форма и потенциал Хенона–Хейлеса | 67 |
| Н. Р. Урманцева, Д. А. Вишняк, Е. Д. Куликов, Н. М. Джафарова | |
| Создание алгоритма оценки риска переломов при хронической болезни почек | 71 |
| А. В. Мышев | |
| Метод построения решений размытых задач на виртуальных решетках | 77 |
| Н. Б. Назина, В. В. Григоренко, Ю. В. Якубчик | |
| Выбор критериев оценки эффективности деятельности территориального общественного самоуправления | 86 |
| П. А. Александров, А. А. Прусаков, Г. Н. Антонова, М. Н. Шахов, С. Е. Стельмак, А. В. Беклемишева, В. Г. Саркисов | |
| О возможностях современных мультимодальных трансформеров в области анализа изображений | 93 |
| В. Г. Редько | |
| Модель формирования простых познавательных процессов | 104 |
| Т. В. Гавриленко, О. Ю. Семенов | |
| Моделирование течения жидкости за пластиной в двумерном канале | 114 |

Э. Г. Тунян, Р. С. Сазиков, Т. В. Гавриленко

Подход к анализу динамических данных на основе сегментации графических представлений и структурных признаков 123

А. З. Закрия, В. В. Тюренкова

Нейросетевой подход в моделировании испарения капли жидкого кислорода в атмосфере газообразного водорода 130

Н. Р. Урманцева, Р. А. Чирко

Интеллектуальная система поддержки принятия решений врача-флеболога с 3D-реконструкцией вен, снабженная голосовым помощником 138

CONTENTS

| | |
|--|-----|
| Commemorating Alexander Bondarev | 8 |
| Mathematical Ideas of P. L. Chebyshev and Their Applications in the Natural Sciences and Artificial Intelligence Technologies: International Conference Commemorating Chebyshev's 205th Anniversary. Call for Papers | 9 |
| N. A. Bondareva, A. E. Bondarev | |
| Representation of Objects in Large Language Models: From Architecture to Emergence | 12 |
| I. V. Bychin, A. V. Gorelikov, A. V. Ryakhovskij | |
| A Control-Volume Scheme for the Magnetic Induction Equation in Spherical Coordinates with Constrained Transport | 24 |
| S. G. Elovoy, D. K. Berestin | |
| A Neural Network for the Russian Sign Language Recognition | 33 |
| R. D. Gimranov | |
| Key Challenges in Creating an Integrated ERP Environment | 39 |
| E. M. Ismailov, T. V. Gavrilenko | |
| The Impact of Machine Vision on the Resilience of Critical Infrastructure in Highly Automated Environments | 45 |
| T. N. Konurbaeva, A. V. Gavrilenko | |
| Predicting Tasks in Social Groups Using a Gated Recurrent Unit | 51 |
| M. E. Korzhova, B. A. Markov, A. I. Sidikova | |
| Solution of the Inverse Problem with a Known Piecewise Linear Moving Boundary for Discontinuous Heat Flow at the Medium Interface | 57 |
| V. P. Koshcheev | |
| Coordinate and Momentum Representations of Hamilton–Jacobi and Hamilton Equations | 64 |
| V. P. Koshcheev | |
| Complex Differential 1-Form and the Hénon–Heiles Potential | 67 |
| N. R. Urmantseva, D. A. Vishnyak, E. D. Kulikov, N. M. Jafarova | |
| Digital Assessment of the Bone Fracture Risk in Chronic Kidney Disease Patients | 71 |
| A. V. Myshev | |
| Solving Fuzzy Problems Using Virtual Lattices | 77 |
| N. B. Nazina, V. V. Grigorenko, Yu. V. Yakubchik | |
| Selection of Criteria to Evaluate the Effectiveness of Community Councils | 86 |
| P. A. Alexandrov, A. A. Prusakov, G. N. Antonova, M. N. Shakhov, S. E. Stelmak, A. V. Beklemisheva, V. G. Sarkisov | |
| The Potential of Current Multimodal Transformers for Image Analysis | 93 |
| V. G. Redko | |
| Simple Cognitive Process Formation Model | 104 |
| T. V. Gavrilenko, O. Yu. Semenov | |
| Simulation of Fluid Flow Behind the Plate in a 2D Channel | 114 |

| | |
|---|-----|
| E. G. Tunyan, R. S. Sazikov, T. V. Gavrilenko | |
| Dynamic Data Analysis Based on Segmentation of Graphical Representations and Structural Features | 123 |
| A. Z. Zakriya, V. V. Tyurenkova | |
| Neural Network Approach to the Simulation of Liquid Oxygen Droplet Evaporation in a Gaseous Hydrogen Atmosphere | 130 |
| N. R. Urmantseva, R. A. Chirko | |
| Voice-Enabled Intelligent Decision Support System for Phlebology with 3D Vein Reconstruction | 138 |

ПАМЯТИ А. Е. БОНДАРЕВА

Александр Евгеньевич Бондарев
(23.06.1962–14.01.2026)

14 января 2026 года ушел из жизни замечательный ученый, коллега и друг Александр Евгеньевич Бондарев (23.06.1962–14.01.2026).

Дружба и научное общение с Александром Евгеньевичем, с которым мы познакомились во время конференции, посвященной памяти академика А. Ф. Сидорова и члена-корреспондента АН СССР К. И. Бабенко, оказались многогранными и неформальными. Знаток мирового изобразительного искусства и зодчества, один из отечественных первопроходцев визуализации расчетов для решений уравнений Навье–Стокса, разработанных в ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, А. Е. Бондарев огромные усилия прилагал для поддержки молодых ученых.

Огромен его вклад в продвижение работ талантливых исследователей из Сургута. Совместное обсуждение их выступлений на конференциях привело к долгосрочному сотрудничеству с журналом «Научная визуализация», не прекращавшемуся до последних дней его жизни. Это взаимодействие способствовало появлению глубоких по своему научному содержанию работ, связанных с гидродинамикой и физической кинетикой. Свежий, неформальный взгляд Александра Евгеньевича на графическую сущность представляемых научных результатов открывал новые горизонты восприятия математических построений, которые

обретали новые яркие грани рассматриваемых явлений.

Несомненно, что научная, редакторская и организационная деятельность А. Е. Бондарева была краеугольным камнем, на котором держался высокий уровень материалов, размещавшихся в журнале «Научная визуализация» и представлявшихся на конференциях «Графикон». По сути, это была работа, объединявшая науку и изобразительное искусство. Материалы, посвященные памяти Александра Евгеньевича и его творчеству, будут доступны на выставке в рамках международной конференции «Математические идеи академика П. Л. Чебышёва, их приложения в естественных науках и технологиях искусственного интеллекта», г. Обнинск, 14–16 мая 2026 г. (<https://chebconf.ru/>).

Безвременная кончина Александра Евгеньевича Бондарева — это огромная потеря для научного сообщества.

В. А. Галкин,
заместитель главного редактора журнала «Успехи кибернетики»,
член редколлегии журнала «Научная визуализация»

МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИДЕИ АКАДЕМИКА П. Л. ЧЕБЫШЁВА, ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ И ТЕХНОЛОГИЯХ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА», ПРИУРОЧЕННАЯ К 205-Й ГОДОВЩИНЕ СО ДНЯ ЕГО РОЖДЕНИЯ. ПЕРВОЕ ИНФОРМАЦИОННОЕ СООБЩЕНИЕ

Обнинск, 14–16 мая 2026 г.



Пафнутий Львович Чебышёв (1821–1894)

Уважаемые коллеги!

14 мая 2026 года исполняется 205 лет со дня рождения великого русского математика академика Пафнутия Львовича Чебышёва, являющегося создателем Петербургской математической школы, основателем ряда направлений в теоретической математике и инженерных науках. Неизмеримо велик его вклад в теорию чисел, теорию вероятностей и математическую статистику, теорию аппроксимаций и методов оптимизации, ставших предтечей современных технологий искусственного интеллекта. Его работы оказали огромное влияние на развитие машиностроения. Идеи Пафнутия Львовича наиболее ярко расцвели в 20–21 вв.

Отдавая дань величию академика-математика П. Л. Чебышёва, научная общественность провела в 2021 году международную конференцию, посвященную его 200-летию, в г. Обнинске неподалеку от места рождения и захоронения выдающегося ученого. В соответствии с решением Оргкомитета этой конференции в городе Обнинске планируется проведение международной конференции с 14 по 16 мая 2026 года.

Конференция пройдет в онлайн формате либо в формате с частичным присутствием и частично дистанционной работой.

Работа конференции будет проходить в рамках следующих направлений (секций):

- проблемы современного естественно-научного образования и научное наследие академика П. Л. Чебышёва;
- теория чисел и криптография;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- теория аппроксимаций;
- вычислительная математика;
- дифференциальные уравнения (нелинейная динамика, динамические системы);
- моделирование волн;
- программные модели и системы;
- динамика вязкой жидкости;
- процессы тепло- и массообмена;
- физико-химическая гидродинамика многофазных сред;
- термогидродинамика фильтрационных течений;
- гидродинамическое моделирование нефтяных и газовых месторождений;
- математические модели и информационные технологии в нефтегазовом комплексе;
- методы и системы искусственного интеллекта в поддержке принятия решений;
- методы и системы приобретения, представления, обработки и интеграции знаний; базы знаний;
- предикативный анализ физических систем;
- системы искусственного интеллекта для поиска, обработки и анализа информации;
- современные математические методы анализа и цифровые технологии в разработке месторождений;
- исследования молодых ученых.

Организаторы:

- Российская академия наук;
- Правительство Калужской области;
- НИЦ «Курчатовский институт»;
- Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом»;
- Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ;
- НИЯУ «МИФИ»;
- ИАТЭ — Обнинский филиал НИЯУ МИФИ;
- управление ИТ ПАО «Сургутнефтегаз»;
- Администрация города Обнинска;
- Технопарк «Обнинск»;
- «Обнинск Тех».

Предварительный состав Оргкомитета:

Сопредседатели Оргкомитета:

1. Бетелин В. Б. — академик РАН, научный руководитель НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ.
2. Шевченко В. И. — ректор НИЯУ «МИФИ».

Заместители сопредседателей Оргкомитета:

1. Галкин В. А. — директор Сургутского филиала НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ.
2. Гимранов Р. Д. — начальник управления ИТ ПАО «Сургутнефтегаз».
3. Нагорнов О. В. — первый проректор НИЯУ «МИФИ».

Члены Оргкомитета:

1. Панченко В. Я. — академик РАН, вице-президент РАН.
2. Представитель Правительства Калужской области.

3. Представитель Администрации гор. Обнинска.
4. Гавриленко Т. В. — к.т.н., доцент, заместитель директора Сургутского филиала НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ.
5. Гранков П. Ю. — директор ГАУ КО «Технопарк «Обнинск».
6. Кабанихин С. И. — чл.-корр. РАН, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН.
7. Кудряшов Н. А. — профессор, НИЯУ «МИФИ».
8. Лаврентьев М. М. — чл.-корр. РАН, Новосибирский государственный университет.
9. Леонова Т. Н. — профессор, заместитель директора НИЦ «Курчатовский институт».
10. Моргун Д. А. — к.ф.-м.н., доцент, заведующий отделом, Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ.
11. Осипова Т. А. — заместитель директора, Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ.
12. Панов А. В. — профессор, директор, Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ.
13. Papatopoulos A. — профессор, Университет Страсбурга, Франция.
14. Петров И. Б. — чл.-корр. РАН, Московский физико-технический институт.
15. Пухначёв В. В. — чл.-корр. РАН, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН.
16. Радкевич Е. В. — профессор, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова.
17. Старков С. О. — профессор, НИЯУ «МИФИ».
18. Толоконников Г. К. — к.ф.-м.н., академик Российской инженерной академии (РИА), соруководитель Секции РИА «Системный подход и искусственный интеллект», соруководитель Секции НСМИИ РАН «Математическая биология».
19. Филимонов М. Ю. — профессор, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения РАН.
20. Чубариков В. Н. — профессор, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова.
21. Шагалиев Р. М. — чл.-корр. РАН, заместитель научного руководителя РФЯЦ-ВНИИЭФ.
22. Яковлевский М. В. — чл.-корр. РАН, директор, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН.
23. Яковлев М. С. — заместитель директора, НАЦ РН им. В. И. Шпильмана, Ханты-Мансийск.

От имени Оргкомитета приглашаем Вас, уважаемые коллеги, принять участие в работе конференции.

Отправить заявку на участие: <https://chebconf.ru/отправить-заявку-2026/>.

Требования к оформлению тезисов: <https://chebconf.ru/требования-к-оформлению-2026/>.

Индивидуальные приглашения будут высланы после рассмотрения поступивших заявок и аннотаций докладов до 22 апреля 2026 года.

**ИНФОРМАЦИОННОЕ ПОЛЕ ОБЪЕКТОВ В БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЯХ: ОТ
АРХИТЕКТУРЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ****Н. А. Бондарева^а, А. Е. Бондарев^б***Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва, Российская Федерация*^а ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7586-903X>, ✉ nicibond9991@gmail.com^б ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3681-5212>, bond@keldysh.ru

Аннотация: настоящая работа представляет обзор архитектурных принципов и алгоритмов современных генеративных нейронных сетей и больших языковых моделей. Рассматриваются фундаментальные механизмы обработки текста: векторные представления, токенизация, многослойная контекстуализация, авторегрессивная генерация и управление контекстной памятью. Детально анализируется архитектура Transformer с акцентом на механизм самовнимания как ключевую инновацию, обеспечивающую параллельную обработку последовательностей и эффективное улавливание дальних зависимостей. Описываются варианты архитектуры (encoder-only, decoder-only, encoder-decoder), позиционное кодирование и вычислительная сложность компонентов.

Рассматриваются процессы предобучения на больших текстовых корпусах, адаптации через fine-tuning и instruction tuning, выравнивания с человеческими предпочтениями посредством RLHF, а также методы эффективной адаптации (LoRA, квантизация). Вводится концепция информационного поля объектов как интегральной характеристики качества и плотности информации в цифровом пространстве, а также совокупности всех информационных единиц, содержащих упоминания исследуемого объекта в цифровом пространстве. Демонстрируется связь между структурой информационного поля в обучающих данных и формированием представлений в пространстве эмбеддингов модели. Обсуждаются проблемы качества информационного окружения, включая деградацию точности при включении низкокачественных источников, и подходы к их решению.

Ключевые слова: большие языковые модели, Transformer, механизм самовнимания, информационное поле, обучение с подкреплением от человека, векторные представления, генерация текста.

Для цитирования: Бондарева Н. А., Бондарев А. Е. Информационное поле объектов в больших языковых моделях: от архитектуры к формированию представлений. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):12–23.

*Поступила в редакцию: 15.12.2025.**В окончательном варианте: 22.12.2025.***REPRESENTATION OF OBJECTS IN LARGE LANGUAGE MODELS: FROM
ARCHITECTURE TO EMERGENCE****N. A. Bondareva^а, A. E. Bondarev^б***Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*^а ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7586-903X>, ✉ nicibond9991@gmail.com^б ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3681-5212>, bond@keldysh.ru

Abstract: we reviewed the architectural principles and algorithms of modern generative neural networks and large language models. We examined the core mechanisms of text processing, including tokenization, embeddings, deep contextualization, autoregressive generation, and context management. We analyzed the transformer architecture in detail and emphasized self-attention as the key innovation that enables parallel sequence processing and captures long-range dependencies efficiently. We described common architecture variants (encoder-only, decoder-only, and encoder-decoder), positional encoding methods, and the computational complexity of major components.

We studied pretraining on large text corpora and subsequent adaptation through fine-tuning and instruction tuning. We examined alignment with human preferences using reinforcement learning from human feedback (RLHF) and reviewed efficient adaptation methods, including low-rank adaptation (LoRA) and quantization. We introduced the concept of an object information context, which we define as the overall amount and distribution of information about a given object in digital data, including all references to that object in the training corpus. We showed that the structure of this context in the training data influences the formation of object representations in the model's embedding space. We also examined the quality

of the data environment and showed that low-quality sources degrade model accuracy, and we discussed approaches to mitigate these effects.

Keywords: large language models, transformer, self-attention, representation of objects, reinforcement learning with human feedback, vector representations, text generation.

Cite this article: Bondareva N. A., Bondarev A. E. Representation of Objects in Large Language Models: From Architecture to Emergence. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):12–23.

Original article submitted: 15.12.2025.

Revision submitted: 22.12.2025.

Введение

2022–2023 годы ознаменовали качественный скачок в развитии искусственного интеллекта, когда генеративные модели, способные создавать различные виды медиа и текстовой информации, включая программный код, прошли этап исследований и поступили в массовое использование. Запущенный в ноябре 2022 года ChatGPT, который в то время основывался на моделях GPT-3.5 и GPT-4, продемонстрировал миру возможности больших языковых моделей LLM (Large Language Models), которые способны поддерживать связный диалог, отвечать на вопросы, анализировать тексты и выполнять множество других интеллектуальных задач. Параллельно с этим выпущенные системы генерации изображений DALL-E, Midjourney и Stable Diffusion показали миру впечатляющие результаты в создании визуального контента по текстовым описаниям.

Однако за внешней «магией» работы этих систем стоят конкретные архитектурные решения и алгоритмы, которые развивались на протяжении последних лет. В основе практически всех современных LLM лежит архитектура Transformer, предложенная в 2017 году в работе “Attention is All You Need” [1]. Эта архитектура совершила прорыв в обработке естественного языка, заменив рекуррентные подходы механизмом самовнимания (self-attention) и открыв путь к эффективному масштабированию моделей до сотен миллиардов параметров. Траектория развития от GPT-1 с 117 миллионами параметров [2, 3] до GPT-4 с, предположительно, более чем триллионом параметров демонстрирует не только количественный рост, но и качественные изменения: так называемые эмерджентные способности, которые возникают только при достижении определенного масштаба модели [4, 5]. Исследования показывают, что производительность моделей предсказуемо улучшается с увеличением размера модели, объема обучающих данных и вычислительных ресурсов, следуя *scaling laws* [11, 12].

Несмотря на широкое распространение и использование LLM, принципы их работы остаются малопонятными для большинства пользователей и даже многих специалистов смежных областей. Цель данной обзорной статьи — систематически описать архитектурные принципы и алгоритмы, лежащие в основе современных генеративных нейронных сетей, с акцентом на доступность изложения для широкого круга читателей.

Большая языковая модель (LLM) — это тип нейронной сети, обученной на огромных объемах текстовых данных с целью понимания и генерации человеческого языка. Термин «большая» отражает не только размер модели (от сотен миллионов до сотен миллиардов параметров), но и масштаб обучающих данных (сотни миллиардов, триллионы токенов текста) и вычислительных ресурсов, затраченных на обучение.

В основе работы современных LLM, таких как GPT [3–6], LLaMA [9], Mistral [10] и других, лежит авторегрессивный принцип: модель обучается предсказывать следующий токен (подслово или слово) в последовательности на основе всех предыдущих токенов. Эта, на первый взгляд, простая задача в сочетании с масштабом данных и модели приводит к возникновению сложных взаимозависимостей: модель «учится» грамматике, фактам о мире, элементам логического вывода и даже некоторым аспектам здравого смысла, извлекая статистические паттерны из обучающего свода материалов.

Ключевое свойство современных LLM — генеративность: в отличие от более ранних моделей обработки языка, которые специализировались на задачах классификации или извлечения информации (например, BERT [7]), генеративные модели способны создавать новый контент: писать тексты, отвечать на вопросы, генерировать код, переводить и выполнять множество других задач без специального обучения на каждую из них. Это свойство называется *zero-shot* и *few-shot learning* [5, 14]: модель может выполнять новые задачи, основываясь только на инструкции в текстовом запросе, или так называемом промпте (*prompt*), возможно, с несколькими примерами.

Важно понимать, что LLM работают на уровне статистических паттернов, а не истинного «понимания» в человеческом смысле [23]. Модель не обладает сознанием, убеждениями или намерениями;

она не имеет связи с реальным физическим миром. Тем не менее мощность статистической аппроксимации оказывается достаточной для решения широкого спектра практических задач, что и объясняет быстрое внедрение этих технологий в индустрию, образование, науку и повседневную жизнь.

Архитектурная основа практически всех современных больших языковых моделей — Transformer, а точнее его decoder-only вариант. Эта архитектура, в отличие от предшествовавших рекуррентных нейронных сетей (RNN, LSTM), позволяет эффективно параллелизовать обработку последовательностей и масштабироваться до очень больших размеров. Парадигма предобучения и дообучения (pre-training and fine-tuning) [3, 7, 8] стала стандартом: сначала модель обучается на общем текстовом объеме данных в режиме самообучения (unsupervised learning), а затем адаптируется для конкретных задач или выравнивается с человеческими предпочтениями через методы вроде RLHF [13] или Constitutional AI [16].

Как нейросети «понимают» и генерируют текст

Прежде чем погружаться в архитектурные детали Transformer и специфику больших языковых моделей, необходимо разобраться с фундаментальными принципами работы нейронных сетей применительно к текстовым данным. В этом разделе последовательно рассматривается, как слова преобразуются в числовые представления, понятные нейросети; как многослойная обработка извлекает все более абстрактные паттерны; как модель генерирует текст токен за токеном и как работает механизм контекстной памяти.

Нейронные сети, как и любые компьютерные системы, оперируют числами — векторами и матрицами чисел с плавающей точкой. Человеческий же язык состоит из дискретных символических единиц: букв, слов, предложений. Первая фундаментальная задача при обработке текста нейросетями — преобразовать дискретные символы в непрерывные числовые представления, с которыми может работать математический аппарат нейросетей.

Ранние подходы использовали так называемое one-hot кодирование: каждое слово представлялось вектором длиной, равной размеру словаря (например, 50 000 слов), где все элементы равны нулю, кроме одного, соответствующего данному слову. Однако такое представление имеет такие недостатки, как векторы огромной размерности, отсутствие информации о семантическом сходстве слов (слова «кот» и «кошка» так же далеки друг от друга, как «кот» и «компьютер»), невозможность обработки слов, не встречавшихся при обучении.

Решением этой проблемы стали эмбединги (embeddings): плотные векторные представления небольшой фиксированной размерности (обычно от 256 до 12 288 измерений в современных LLM). Каждое слово или токен преобразуется в вектор действительных чисел, где близкие по смыслу слова располагаются близко в векторном пространстве. Интуитивная аналогия: представьте многомерную карту смыслов, где каждое слово — точка в пространстве. Слова со схожими значениями или употребляемые в схожих контекстах оказываются рядом. «Король», «королева», «монарх» находятся в одной области пространства; «программирование», «код», «алгоритм» — в другой. Более того, в этом пространстве возникают семантические направления: вектор от «король» к «королева» приблизительно параллелен вектору от «мужчина» к «женщина», что отражает гендерное различие. При этом эмбединги обучаемы. В процессе обучения нейросети веса, преобразующие токены в векторы, настраиваются так, чтобы захватить семантические и синтаксические отношения, полезные для решаемой задачи. В современных LLM эмбединги учатся совместно со всей архитектурой в процессе предобучения на огромных текстовых выборках данных [3, 5].

Прежде чем преобразовать текст в эмбединги, его необходимо разбить на токены — базовые единицы обработки. Подход простого разбиения по словам на практике оказывается достаточно наивным, так как здесь встает ряд проблем:

- огромный словарь: языки содержат сотни тысяч уникальных слов, включая словоформы, имена собственные, термины;
- многие слова встречаются крайне редко, что затрудняет обучение их представлений;
- слова вне словаря (OOV), когда новые слова, опечатки, иностранные заимствования не могут быть обработаны;
- разные языки требуют разных словарей, что исключает многоязычность.

Современные LLM используют разбиение на подсловные единицы (subword tokenization). Наиболее популярные алгоритмы: BPE (Byte Pair Encoding) итеративно объединяет наиболее частые пары

символов или токенов; WordPiece (похож на BPE, используется в BERT); SentencePiece (работает напрямую с последовательностями символов, удобен для многоязычных моделей).

Пример токенизации (приблизительный):

- "Нейросети" → ["Ней", "ро", "сети"] (редкое слово разбивается на части);
- "ChatGPT" → ["Chat", "GPT"];
- "transformer" → ["transform", "er"];
- "кот" → ["кот"] (частое слово --- отдельный токен)

После преобразования текста в эмбединги последовательность векторов проходит через множество слоев нейронной сети. В современных LLM количество слоев варьируется от десятков до более сотни.

Ключевая идея глубокого обучения — иерархическое извлечение признаков [24]. Каждый слой создает все более абстрактные описания входных данных, подобно тому, как человек воспринимает текст: от линий букв к словам, затем к грамматической структуре и смыслу высокого уровня.

Исследования показывают функциональную специализацию слоев в LLM:

- нижние слои (1–20%): низкоуровневые паттерны — части речи, синтаксические отношения, частотные комбинации токенов;
- средние слои (20–70%): семантические отношения и репрезентации понятий. Здесь хранятся фактические знания модели (например, что «Париж» — столица Франции);
- верхние слои (70–100%): абстрактные концепции, рассуждения, адаптация к конкретному контексту запроса.

Каждый слой выполняет несколько операций: механизм внимания (контекстуализация токенов), feed-forward преобразование (обогащение представлений) и остаточные связи с нормализацией (стабильность обучения).

Контекстуализация — ключевое свойство трансформеров. В отличие от статических эмбедингов, представление каждого токена зависит от контекста. Слово «замок» получит разные представления в контекстах «открыть замок» и «средневековый замок». После всех слоев финальное преобразование в генеративных моделях (GPT) превращает представление в вероятностное распределение над словарем токенов.

Последний слой модели — это линейная проекция представления токена на размерность словаря (например, 50,000 чисел) с последующим применением функции softmax, преобразующей логиты в вероятности. Каждое число — это оценка вероятности соответствующего токена. Модель обучается максимизировать вероятность правильного следующего токена. После обучения на триллионах токенов она «выучила» статистические паттерны языка.

Наивный подход (greedy decoding) заключается в том, чтобы всегда выбирать токен с максимальной вероятностью. Его применение приводит к детерминированным, повторяющимся и «скучным» текстам.

Современные системы используют стохастические стратегии с контролируемой случайностью:

1. Temperature sampling.

Параметр температуры τ модулирует распределение вероятностей:

- низкая температура ($\tau = 0.1–0.3$): модель выбирает наиболее вероятные токены. Результат — консервативный, предсказуемый, фактологически надежный текст;
- температура = 1.0: исходное распределение модели;
- высокая температура ($\tau = 0.8–1.5$): увеличивает шансы менее вероятных токенов. Результат — разнообразный, творческий текст, но выше риск бессмыслицы.

2. Top-k sampling.

Рассматриваем только k наиболее вероятных токенов (например, $k=40$), остальные отбрасываем.

3. Top-p (nucleus) sampling (используется в современных моделях).

Адаптивный подход: включаем минимальное число токенов, чья суммарная вероятность достигает порога p (обычно 0.9–0.95).

Пример: если топ-3 токена имеют вероятности 0.5, 0.3, 0.15 и $p=0.9$, выбираем из этих трех (сумма $0.95 \geq 0.9$). При равномерном распределении может включаться 10–20 токенов.

Для фактологических задач используют низкую температуру и nucleus sampling с небольшим p . Для творческих задач — высокую температуру и большой p .

Важно отметить, что модель не «понимает» в человеческом смысле. Она выполняет статистическое сопоставление паттернов [23]. Однако масштаб делает качественную разницу. Обучение на сотнях миллиардов токенов позволяет запомнить огромное количество фактов, выучить грамматику множества языков, улавливать паттерны логических рассуждений, математики, программирования, имитировать различные стили письма. Эта «компрессия» интернета в параметры сети оказывается мощной для решения широкого спектра задач без явного программирования логики.

В отличие от человеческой памяти, LLM имеют строго ограниченную «рабочую память» — контекстное окно (context window). Контекстное окно определяет максимальное количество токенов, которые модель может обрабатывать одновременно. Это включает и входной промпт, и сгенерированный ответ. Эволюция размеров контекста составляла примерно: GPT-2 (2019) содержал приблизительно 1 024 токена (~750 слов), а GPT-4 Turbo — уже 128 000 токенов.

| | |
|--------------|------------------------------|
| 2К токенов | ≈ 1-2 страницы текста |
| 8К токенов | ≈ небольшая статья или глава |
| 32К токенов | ≈ короткая книга |
| 100К токенов | ≈ средний роман |

Модель «видит» только содержимое текущего окна. Информация за пределами окна для нее не существует в рамках текущего запроса.

Архитектура Transformer: сердце современных LLM

Ключевая инновация архитектуры Transformer заключается в полном отказе от рекуррентной обработки в пользу механизма самовнимания (self-attention), что позволило обрабатывать все элементы последовательности параллельно и эффективно улавливать зависимости.

До появления Transformer доминирующими архитектурами для работы с последовательностями были рекуррентные нейронные сети (RNN) и их модификации LSTM. Эти модели обрабатывали текст последовательно, что создавало два ограничения: невозможность эффективной параллелизации и сложность улавливания дальних зависимостей. Механизм внимания, изначально предложенный в работе [2] как дополнение к RNN, в архитектуре Transformer стал основным механизмом взаимодействия между элементами последовательности.

Механизм самовнимания (Self-Attention)

Задача контекстуализации. Рассмотрим предложение: «Банк реки был крутым, но банк отказал в кредите». Слово «банк» встречается дважды в различных значениях. Для корректной интерпретации каждого вхождения необходимо проанализировать окружающий контекст: первое «банк» следует понимать через связь со словами «реки» и «крутым», второе — через «кредите». Механизм self-attention решает эту задачу, позволяя каждому токenu взаимодействовать со всеми остальными токенами последовательности для определения их релевантности.

Концептуально механизм можно представить как систему выборочного внимания: каждый элемент последовательности одновременно анализирует все остальные элементы, определяет степень их релевантности и формирует свое обновленное представление на основе взвешенной комбинации их информации. Этот процесс аналогичен поиску в базе данных, где для каждого запроса (query) определяется степень соответствия всех доступных ключей (keys) и извлекаются соответствующие значения (values).

Для последовательности векторов-эмбеддингов $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, где каждый x_i имеет размерность d , механизм self-attention выполняет следующие операции.

Проекции в пространства Q, K, V. Для каждого токена создаются три представления путем умножения на обучаемые матрицы весов:

$$Q(\text{Query}) = x_i \times W^q,$$

$$K(\text{Key}) = x_i \times W^k,$$

$$V(\text{Value}) = x_i \times W^v.$$

Три различных проекции необходимы, поскольку токен выполняет разные функциональные роли: как query токен формулирует запрос на контекстуальную информацию, как key предлагает свою информацию для других токенов, как value предоставляет содержательное представление для агрегации.

Вычисление весов внимания. Для токена i степень его связи с токеном j определяется через скалярное произведение их Query и Key представлений:

$$\text{score}(i, j) = Q_i \cdot K_j / \sqrt{d_k},$$

где $\sqrt{d_k}$ — масштабирующий коэффициент, предотвращающий чрезмерный рост значений при больших размерностях. Скалярное произведение измеряет направленную похожесть векторов: высокие значения указывают на релевантность токена j для понимания токена i .

Полученные scores нормализуются функцией softmax для получения распределения вероятностей:

$$\alpha_{ij} = \text{softmax}(\text{score}(i, j)),$$

где α_{ij} представляет вес внимания, который токен i должен уделить токеному j .

Взвешенная агрегация. Финальное представление формируется как взвешенная сумма Value векторов:

$$\text{output}_i = \sum_j (\alpha_{ij} \times V_j).$$

Таким образом, каждый токен получает контекстуализированное представление, объединяющее информацию от всех токенов в последовательности пропорционально их релевантности. Пример работы механизма: рассмотрим предложение «The animal didn't cross the street because it was too tired». При обработке местоимения «it» механизм attention вычисляет высокие веса для токенов «animal» (потенциальный референт) и «tired» (характеризующее прилагательное), в то время как служебные слова получают низкие веса. В результате представление «it» обогащается семантикой этих ключевых слов, что позволяет модели корректно интерпретировать смысл.

Визуализация весов внимания в виде матрицы [длина × длина] демонстрирует интерпретируемые лингвистические паттерны: существительные фокусируются на своих модификаторах, глаголы — на актантах, местоимения — на референтах.

Multi-Head Attention

Один механизм self-attention способен уловить определенный аспект отношений между токенами. Однако естественный язык характеризуется множественностью одновременно существующих зависимостей: синтаксических, семантических, референциальных. Механизм multi-head attention реализует параллельное применение нескольких независимых механизмов attention, каждый со своими матрицами W^q, W^k, W^v .

При общей размерности модели d и количестве голов h каждая голова работает с размерностью $d_k = d/h$. Например, при $d = 768$ и $h = 12$ каждая из 12 голов оперирует векторами размерности 64. После параллельного вычисления attention всеми головами их выходы конкатенируются и проходят через линейное преобразование:

$$\text{MultiHead}(Q, K, V) = \text{Concat}(\text{head}_1, \dots, \text{head}_h) \times W_o,$$

где $\text{head}_i = \text{Attention}(Q \times W^{q(i)}, K \times W^{k(i)}, V \times W^{v(i)})$.

Количество голов варьируется в зависимости от размера модели: от 8–12 в компактных моделях до 96–128 в крупных системах, таких как GPT-3. Эмпирические исследования показывают, что различные головы специализируются на разных аспектах языковой структуры: локальных зависимостях, синтаксических связях, позиционных паттернах, хотя специализация не всегда имеет четкую интерпретацию.

Механизм multi-head attention составляет один из компонентов полного Transformer блока. Стандартная архитектура блока включает следующие элементы:

- Multi-Head Self-Attention обеспечивает взаимодействие между всеми токенами последовательности через описанный выше механизм;

- Residual Connection и Layer Normalization. После каждого подслоя применяется остаточная связь и нормализация:

$$output = LayerNorm(input + Sublayer(input)).$$

Остаточные связи особенно важны для обучения глубоких сетей. Концептуально каждый слой не заменяет представление, а добавляет к нему инкрементальное уточнение. Нормализация уровня стабилизирует распределение активаций, что ускоряет и стабилизирует процесс обучения.

Современные LLM представляют собой стек из множества Transformer блоков. Количество слов значительно варьируется: GPT-2 содержит от 12 до 36 блоков, BERT — 12-24 блока [7], GPT-3 — 96 блоков [5], GPT-4, предположительно, более 120 блоков. Каждый последующий слой строит более абстрактные представления, формируя иерархию признаков: нижние слои обрабатывают синтаксические паттерны, средние — семантические отношения и фактические знания, верхние — абстрактные концепции и задачно-специфичное рассуждение.

Механизм self-attention инвариантен к перестановкам: изменение порядка токенов в последовательности не влияет на структуру вычислений, хотя результаты будут применены к переставленным элементам. Поскольку порядок слов является весьма важным для понимания естественного языка («Кот ест мышь» семантически отличается от «Мышь ест кот»), необходим механизм внесения позиционной информации.

Позиционное кодирование решает эту задачу путем добавления к эмбедингам токенов векторов, кодирующих их позиции:

$$input = token_embedding + positional_encoding.$$

Существует несколько подходов к реализации позиционных кодирований.

Синусоидальные кодирования, предложенные в оригинальной работе [1], используют функции \sin и \cos различных частот:

$$PE(pos, 2i) = \sin(pos/10000 \wedge (2i/d)),$$

$$PE(pos, 2i + 1) = \cos(pos/10000 \wedge (2i/d)).$$

Эти детерминированные (необучаемые) кодирования обладают свойством уникальности для каждой позиции и теоретической способностью к экстраполяции на последовательности, длиннее обучающих.

Обучаемые позиционные эмбединги, используемые в GPT и BERT, представляют собой таблицу векторов — по одному на каждую возможную позицию, оптимизируемую в процессе обучения. Этот подход обеспечивает большую гибкость и эмпирически часто демонстрирует лучшие результаты, однако ограничен фиксированной максимальной длиной последовательности. Относительные позиционные кодирования фокусируются на относительных расстояниях между токенами вместо абсолютных позиций, что обеспечивает инвариантность к сдвигам.

Базовая архитектура Transformer включала компоненты encoder и decoder. Современные модели используют различные конфигурации этих компонентов в зависимости от целевых задач.

Encoder-only архитектура (BERT) использует стек Transformer блоков с двусторонним (bidirectional) self-attention, где каждый токен имеет доступ ко всем токенам последовательности. Обучение осуществляется через Masked Language Modeling: случайно маскируется некоторая доля токенов (обычно 15%), которые модель должна предсказать на основе окружающего контекста. Такая архитектура оптимальна для задач понимания текста: классификации, извлечения именованных сущностей, вопросно-ответных систем. Двусторонний контекст не позволяет использовать эти модели для генерации, поскольку при автогрессивной генерации будущие токены еще не существуют.

Decoder-only архитектура (GPT, LLaMA, Mistral) представляет доминирующий подход в современных LLM. Используется каузальный (causal) self-attention с маскированием: при обработке токена на позиции i модель имеет доступ только к токенам на позициях $1...i$, но не к последующим. Обучение проводится через предсказание следующего токена (next token prediction): для каждой позиции модель предсказывает следующий токен, что обеспечивает плотный обучающий сигнал из каждого примера. Decoder-only архитектура стала стандартом благодаря нескольким преимуществам: универсальности

(единая архитектура для различных задач через промпты), эффективности обучения (каждая позиция дает обучающий сигнал), простоте масштабирования и естественной поддержке генерации.

Encoder-Decoder архитектура [8] комбинирует encoder с bidirectional attention для обработки входа и decoder с causal attention для генерации выхода. Эта конфигурация оптимальна для задач преобразования: машинного перевода, суммаризации, где явное разделение на вход и выход является естественным.

Обучение и адаптация больших языковых моделей

Современные LLM проходят через несколько этапов обучения: предобучение на больших текстовых выборках для формирования базовых языковых способностей, последующую адаптацию для конкретных задач и выравнивание с человеческими предпочтениями.

Предобучение формирует фундамент возможностей LLM. Модели обучаются на огромных текстовых данных (корпусах), включающих веб-страницы, книги, научные статьи, код и другие источники. Объем обучающих данных достигает сотен миллиардов токенов для GPT-3 и, предположительно, триллионов для GPT-4.

Задача обучения для decoder-only моделей — предсказание следующего токена (next token prediction). Для каждой позиции в обучающей последовательности модель предсказывает вероятностное распределение следующего токена, и параметры обновляются для максимизации вероятности корректного токена.

Вычислительные требования предобучения огромны: GPT-3 потребовал $\sim 3.14 \times 10^{23}$ FLOP, что соответствует тысячам GPU-месяцев и стоимости в миллионы долларов. Исследования законов масштабирования [11, 12] показывают предсказуемую зависимость производительности от размера модели, объема данных и вычислительных ресурсов. Работа [12] установила оптимальный баланс между размером модели и количеством обучающих токенов для заданного бюджета вычислений. При достижении определенного масштаба возникают качественно новые способности (арифметика, рассуждения, программирование), которые не проявляются в меньших моделях.

Предобученные модели адаптируются для конкретных задач через дообучение на специализированных датасетах с парами вход-выход (supervised fine-tuning). Этот процесс настраивает параметры модели для оптимальной производительности на целевой задаче.

Instruction tuning [14, 15] представляет обучение на разнообразных датасетах, сформатированных как инструкции с примерами. Модель обучается интерпретировать и выполнять явные указания для широкого спектра задач. Модели, обученные исключительно на предсказании текста из интернета, могут генерировать нежелательный контент, поскольку обучающие данные содержат токсичность, предвзятости и бесполезные паттерны. Reinforcement Learning from Human Feedback (RLHF) [13] решает эту проблему через трехэтапный процесс:

- 1) сбор предпочтений, когда формируется датасет сравнительных предпочтений;
- 2) обучение отдельной нейросети предсказывать человеческие оценки качества для пары (запрос, ответ), она выступает в роли автоматизированного оценщика;
- 3) оптимизация через RL.

Результатом является модель, генерирующая более полезные, правдивые и безопасные ответы. InstructGPT и ChatGPT строятся на этой методологии. Альтернативные подходы включают Constitutional AI [16], где модель самостоятельно критикует и улучшает свои ответы.

Для эффективной адаптации крупных языковых моделей, требующей значительно меньше ресурсов, чем полный fine-tuning, применяются следующие методы: LoRA (Low-Rank Adaptation) [17], добавляющий обучаемые низкоранговые матрицы к замороженным весам (обучается менее 1 % параметров с сохранением ~ 99 % качества); квантизация [18], снижающая разрядность весов и уменьшающая требования к памяти в 2–8 раз при минимальной потере качества; а также Mixture of Experts (MoE), активирующий подмножество параметров для каждого токена через механизм маршрутизации [19], что позволяет наращивать емкость модели без пропорционального роста вычислительных затрат.

Несмотря на впечатляющие возможности, современные LLM характеризуются рядом значительных ограничений. Галлюцинации, генерация правдоподобных, но фактически неверных утверждений указывают на существующий разрыв между статистическим сопоставлением паттернов и символическим рассуждением. Ряд алгоритмов [20, 21] частично смягчает эти ограничения, но не решает их полностью.

Информационное поле объектов и формирование представлений в LLM

Представления объектов в больших языковых моделях формируются на основе обучающих данных, однако механизмы этого формирования выходят за рамки простого количественного накопления упоминаний. Информационное поле объекта O можно определить как множество всех информационных единиц, доступных в цифровом пространстве и содержащих прямые или косвенные упоминания, описания или ассоциации с данным объектом [22]. Формально:

$$IF(O) = \{i \in I \mid R(i, O) > \theta\},$$

где $R(i, O)$ представляет функцию релевантности информационной единицы i относительно объекта O , а θ — пороговое значение минимальной релевантности. Границы информационного поля носят размытый характер, поскольку релевантность варьируется от прямых упоминаний до сложных контекстуальных ассоциаций.

Информационное поле характеризуется пространственной неоднородностью: различные области цифрового пространства содержат неравномерное распределение информации об объекте. Некоторые источники аккумулируют значительные объемы релевантной информации, в то время как другие сегменты практически не содержат упоминаний. Центральной характеристикой поля является его плотность — интегральная мера концентрации качественной информации в единице информационного пространства, учитывающая не только объем данных, но и их уникальность, релевантность, авторитетность источников и временную актуальность.

Описанная концепция имеет соответствие в архитектуре LLM. Пространство эмбедингов, формируемое в процессе обучения, представляет собой непрерывное многомерное пространство, в котором векторные представления токенов, предложений и документов располагаются в соответствии с их семантическими отношениями. Это пространство можно интерпретировать как материализацию информационного поля обучающего материала.

Объекты с высокой плотностью качественной информации в обучающем корпусе формируют четко определенные регионы в пространстве эмбедингов с сильными активациями соответствующих нейронов. Напротив, объекты с разреженным или противоречивым информационным полем порождают размытые, слабо дифференцированные представления, что проявляется в неуверенности модели и склонности к галлюцинациям при генерации.

Механизм самовнимания, рассмотренный в разделе «Архитектура Transformer: сердце современных LLM», может быть интерпретирован как динамическое вычисление локального информационного поля для каждого токена. В этом случае функция релевантности $R(i, O)$ из определения информационного поля реализуется через скалярное произведение Query и Key векторов:

$$R(token_i, token_j) = score(i, j) = Q_i \cdot K_j / \sqrt{d_k}.$$

Веса внимания после нормализации $\alpha_{ij} = softmax(score(i, j))$ представляют распределение релевантности в локальном информационном поле токена. Взвешенная агрегация Values:

$$output_i = \sum_j \alpha_{ij} \cdot V_j$$

формирует контекстуализированное представление, интегрирующее информацию из релевантной окрестности. Таким образом, каждый слой Transformer выполняет операцию по уточнению границ информационного поля и извлечению наиболее релевантной информации для текущего контекста. Много-слойная архитектура позволяет последовательно расширять радиус информационного поля и строить иерархию абстракций от локальных паттернов к глобальным семантическим структурам.

Ряд современных исследований, проводимых в том числе компанией Newsguard, начинают демонстрировать, что расширение информационного охвата и интеграция веб-поиска в языковые модели привели к заметному ухудшению точности результатов. В контексте событий реального времени модели чаще усиливали ложные нарративы, не дифференцируя авторитетные источники от дезинформационных. Это явление можно объяснить через концепцию информационного поля: включение большого объема низкокачественной информации создает шум в пространстве эмбедингов, размывая границы между достоверными и ложными представлениями.

Формально, если $Q(e)$ характеризует качество информации, то средняя плотность качественной информации:

$$\rho_{quality}(O) = \left(\int Q(e) \cdot \delta(e \in IF(O)) de \right) / |IF(O)|$$

может снижаться при росте $|IF(O)|$ (размера информационного поля), если новые информационные единицы имеют низкое качество $Q(e) \ll 1$. Модель, обученная на таком «загрязненном» поле, формирует представления, смешивающие достоверные и ложные паттерны, что дополнительно проявляется в генерации противоречивой или недостоверной информации.

Оценка плотности и качества информационного поля требует систематического анализа корпусов данных. Методы [25, 26] позволяют количественно характеризовать распределение упоминаний объектов и выявлять тональную окраску информации, что может оказаться эффективным для объектов, окруженных противоположными мнениями.

Концепция информационного поля предлагает объяснительный фреймворк для ряда практических проблем LLM и указывает направления их решения. Retrieval-Augmented Generation (RAG) [27] может быть интерпретирован как механизм фильтрации информационного поля, когда вместо опоры на все параметрическое знание (сжатое информационное поле обучающего корпуса) модель получает доступ к фильтрованному подмножеству с высокой плотностью качественной информации и реализует функцию релевантности $R(i, O)$, извлекая документы из верифицированной базы знаний, что повышает $\rho_{quality}(O)$ для конкретного запроса.

Для объектов, обладающих неоднородным информационным полем с полярными точками зрения, создание нейтральной модели, удовлетворяющей все стороны, практически невозможно, поскольку различные сегменты информационного поля содержат противоречивые паттерны. Перспективным направлением является разработка моделей, способных явно представлять множественные перспективы и их информационное основание, вместо усреднения в единое размытое представление.

Концепция информационного поля представляет собой попытку создать концептуальный мост между архитектурными механизмами Transformer и эпистемологическими вопросами формирования представлений в LLM. Понимание того, как плотность и качество информационного окружения объектов в обучающих данных трансформируется в структуру пространства эмбедингов и влияет на генеративное поведение модели, может стать эффективным дополнением для разработки более надежных и интерпретируемых систем искусственного интеллекта.

Заключение

Современные большие языковые модели представляют собой результат конвергенции нескольких фундаментальных инноваций. Архитектура Transformer через механизм самовнимания обеспечила эффективное решение задачи контекстуализации и параллельной обработки последовательностей, что позволило масштабировать модели до сотен миллиардов параметров. Парадигма предобучения на общих текстовых корпусах с последующей адаптацией трансформировала методологию обработки естественного языка, создав универсальные базовые модели. Законы масштабирования установили предсказуемые зависимости между размером модели, данными и производительностью.

Концепция информационного поля, представленная в разделе «Информационное поле объектов и формирование представлений в LLM», обеспечивает объяснительный фреймворк для понимания связи между характеристиками обучающих данных и формированием представлений в пространстве эмбедингов модели. Плотность качественной информации об объекте в цифровом пространстве определяет устойчивость и надежность его представления в параметрической памяти. Эмпирические свидетельства деградации точности при включении низкокачественных источников демонстрируют необходимость переосмысления традиционного подхода максимизации объема данных в пользу кураторских методов и оптимизации качества информационного окружения.

Несмотря на впечатляющие возможности, современные LLM характеризуются фундаментальными ограничениями: галлюцинации отражают обучение на правдоподобности вместо истинности, сложности многошагового рассуждения указывают на разрыв между статистическим сопоставлением паттернов и символьным. Перспективные направления включают мультимодальность, интеграцию с символьными системами, улучшение эффективности через архитектурные инновации для адаптации к динамически изменяющемуся информационному полю.

Трансформационное влияние LLM на общество требует внимательного рассмотрения этических аспектов: предвзятости в данных, потенциал злоупотреблений, влияние на рынок труда и др. Методы выравнивания представляют технические подходы к созданию более безопасных систем, однако требуют дополнения социальными и регуляторными механизмами. Ответственное развитие технологии требует междисциплинарного подхода, комбинирующего достижения машинного обучения, лингвистики, когнитивистики и этики для создания систем, которые не только мощны, но и надежны, интерпретируемы и выровнены с человеческими ценностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N. et al. Attention is All You Need. 2017. arXiv:1706.03762. DOI: 10.48550/arXiv.1706.03762.
2. Bahdanau D., Cho K., Bengio Y. Neural Machine Translation by Jointly Learning to Align and Translate. 2016. arXiv:1409.0473.
3. Radford A., Narasimhan K., Salimans T., Sutskever I. *Improving Language Understanding by Generative Pre-Training*. 2018. Режим доступа: https://cdn.openai.com/research-covers/language-unsupervised/language_understanding_paper.pdf.
4. Radford A., Wu J., Child R. et al. *Language Models are Unsupervised Multitask Learners*. 2019. Режим доступа: https://cdn.openai.com/better-language-models/language_models_are_unsupervised_multitask_learners.pdf.
5. Brown T. B., Mann B., Ryder N. et al. Language Models are Few-Shot Learners. 2020. arXiv:2005.14165.
6. GPT-4 Technical Report. arXiv:2303.08774. DOI: 10.48550/arXiv.2303.08774.
7. Devlin J., Chang M.-W., Lee K., Toutanova K. BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding. 2018. arXiv:1810.04805. DOI: 10.18653/v1/N19-1423.
8. Raffel C., Shazeer N., Roberts A. et al. Exploring the Limits of Transfer Learning with a Unified Text-to-Text Transformer. *Journal of Machine Learning Research*. 2020;21:1–67. arXiv:1910.10683. DOI: 10.48550/arXiv.1910.10683.
9. Touvron H., Lavril T., Izacard G. et al. LLaMA: Open and Efficient Foundation Language Models. 2023. arXiv:2302.13971. DOI: 10.48550/arXiv.2302.13971.
10. Jiang A. Q., Sablayrolles A., Mensch A. et al. Mistral 7B. 2023. arXiv:2310.06825. DOI: 10.48550/arXiv.2310.06825.
11. Kaplan J., McCandlish S., Henighan T. et al. Scaling Laws for Neural Language Models. 2020. arXiv:2001.08361. DOI: 10.48550/arXiv.2001.08361.
12. Hoffmann J., Borgeaud S., Mensch A. et al. Training Compute-Optimal Large Language Models. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. 2022;35:30016–30030. arXiv:2203.15556.
13. Ouyang L., Wu J., Jiang X. et al. Training Language Models to Follow Instructions with Human Feedback. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. 2022;35:27730–27744. arXiv:2203.02155.
14. Wei J., Bosma M., Zhao V. Y. et al. Finetuned Language Models Are Zero-Shot Learners. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*. 2022. arXiv:2109.01652.
15. Chung H. W., Hou L., Longpre S. et al. Scaling Instruction-Finetuned Language Models. 2022. arXiv:2210.11416. DOI: 10.48550/arXiv.2210.11416.
16. Bai Y. et al. Constitutional AI: Harmlessness from AI Feedback. 2022. arXiv:2212.08073. DOI: 10.48550/arXiv.2212.08073.
17. Hu E. J., Shen Y., Wallis P. et al. LoRA: Low-Rank Adaptation of Large Language Models. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*. 2023. arXiv:2106.09685. DOI: 10.48550/arXiv.2106.09685.
18. Dettmers T., Lewis M., Belkada Y., Zettlemoyer L. LLM.int8(): 8-bit Matrix Multiplication for Transformers at Scale. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. 2022;35:30318–30332. arXiv:2208.07339.
19. Shazeer N., Mirhoseini A., Maziarz K. et al. Outrageously Large Neural Networks: The Sparsely-Gated Mixture-of-Experts Layer. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*. 2017. arXiv:1701.06538.

20. Wei J., Wang X., Schuurmans D. et al. Chain-of-Thought Prompting Elicits Reasoning in Large Language Models. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. 2022;35:24824–24837. arXiv:2201.11903.
21. Yao S., Yu D., Zhao J. et al. Tree of Thoughts: Deliberate Problem Solving with Large Language Models. 2023. arXiv:2305.10601. DOI: 10.48550/arXiv.2305.10601.
22. Бондарева Н. А., Бондарев А. Е., Андреев С. В., Рыжова И. Г. Информационная плотность объектов в цифровой среде: теоретические основы. *Научная визуализация*. 2025;17(4):87–98. DOI: 10.26583/sv.17.4.09.
23. Bommasani R., Hudson D. A., Adeli E. et al. On the Opportunities and Risks of Foundation Models. 2021. arXiv:2108.07258. DOI: 10.48550/arXiv.2108.07258.
24. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. *Deep Learning*. MIT Press; 2016. ISBN: 9780262035613.
25. McEnery T., Hardie A. *Corpus Linguistics: Method, Theory and Practice*. Cambridge University Press; 2011. ISBN: 9780521761942.
26. Liu B. *Sentiment Analysis: Mining Opinions, Sentiments, and Emotions*. Cambridge University Press; 2015. ISBN: 9781107017894.
27. Lewis P., Perez E., Piktus A. et al. Retrieval-Augmented Generation for Knowledge-Intensive NLP Tasks. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. 2020;33:9459–9474. arXiv:2005.11401.

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ПЕРЕНОСА ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ДИСКРЕТНОГО АНАЛОГА УРАВНЕНИЯ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ МЕТОДОМ КОНТРОЛЬНОГО ОБЪЕМА В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

И. В. Бычин^{1,2,a}, А. В. Гореликов^{1,2,b}, А. В. Ряховский^{1,2,c}

¹ Сургутский филиал федерального государственного автономного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a bychin_iv@surgu.ru, ^b gorelikov_av@surgu.ru, ^c ryakhovskij_av@surgu.ru

Аннотация: в статье рассматривается построение консервативной разностной схемы для уравнения магнитной индукции в сферических координатах. В основе подхода лежит интегральная форма закона Фарадея, применяемая к граням контрольных объемов. Дискретизация выполнена методом контрольного объема с использованием полностью неявной схемы и алгоритма переноса ограничения (СТА). В статье приводится вычисление метрических параметров расчетной сетки и коэффициентов дискретного аналога уравнения магнитной индукции в сферических координатах. Разобран специальный случай аппроксимации радиальной составляющей напряженности электрического поля на ребрах контрольного объема, лежащих на полярной оси ($\theta = 0, \pi$). Разработанная численная схема реализована в авторском программном комплексе CVMHD для моделирования магнитогидродинамических течений и гидромагнитного динамо в сферических слоях.

Ключевые слова: уравнение магнитной индукции, дискретизация, сферический слой, геодинамо.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ по теме № FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах» (1023032100070-3-1.2.1).

Для цитирования: Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Реализация алгоритма переноса ограничения при построении дискретного аналога уравнения магнитной индукции методом контрольного объема в сферических координатах. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):24–32.

Поступила в редакцию: 28.02.2026.

В окончательном варианте: 15.03.2026.

A CONTROL-VOLUME SCHEME FOR THE MAGNETIC INDUCTION EQUATION IN SPHERICAL COORDINATES WITH CONSTRAINED TRANSPORT

I. V. Bychin^{1,2,a}, A. V. Gorelikov^{1,2,b}, A. V. Ryakhovskij^{1,2,c}

¹ Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a bychin_iv@surgu.ru, ^b gorelikov_av@surgu.ru, ^c ryakhovskij_av@surgu.ru

Abstract: this paper presents a conservative finite-difference scheme for the magnetic induction equation in spherical coordinates. We based the approach on the integral form of Faraday’s law of induction applied to the faces of control volumes. We performed the discretization with the finite volume method using a fully implicit scheme and constrained transport (CT). We derived the grid metric terms and the coefficients of the discrete form of the magnetic induction equation in spherical coordinates. We analyzed a special case of approximating the radial component of the electric field at control-volume edges located on the polar axis ($\theta = 0, \pi$). We implemented the resulting numerical scheme in the CVMHD code developed by the authors for simulations of magnetohydrodynamic flows and hydromagnetic dynamo in spherical shells.

Keywords: magnetic induction equation, discretization, spherical shell, geodynamo.

Acknowledgements: this study is a part of the government contract No. FNEF-2024-0001 Development and Implementation of Trusted AI Systems Using New Mathematical and Algorithmic Methods; Fast Computing Models on Domestic Hardware with the Kurchatov Institute (1023032100070-3-1.2.1).

Cite this article: Bychin I. V., Gorelikov A. V., Ryakhovskij A. V. A Control-Volume Scheme for the Magnetic Induction Equation in Spherical Coordinates with Constrained Transport. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):24–32.

Original article submitted: 28.02.2026.

Revision submitted: 15.03.2026.

Введение

В настоящее время имеется достаточное разнообразие вычислительных программ для численного моделирования МГД-течений в различных постановках. В качестве примеров программ для решения задач вычислительной астрофизики и моделирования течений плазмы можно привести следующие: CLT и M3D-C1 [1], Pencil [2], PLUTO [3] и его вариант для графических ускорителей gPLUTO [4], H-AMR [5], Dedalus [6], CANS+ [7], SMAUG+ [8]. Широко и разнообразие численных методов, задействованных в данных вычислительных программах. Коды CLT, PENCIL, M3D-C1 реализуют методы конечных разностей, из них CLT и PENCIL основаны на явных схемах, M3D-C1 — на неявных. PLUTO, H-AMR и CANS+ используют метод контрольного объема. Dedalus относится к спектральным кодам. SMAUG+ основан на методе конечных элементов.

Отдельным направлением является моделирование магнитогидродинамического динамо, в первую очередь для проведения вычислительных экспериментов по изучению течений в жидком ядре Земли, которые приводят к формированию геомагнитного поля — эффект геодинамо. Среди подобных вычислительных программ можно отметить [9]: спектральные и псевдо-спектральные коды — UCSC, MagIC, SBS (Simitev-Busse-Silva), Rayleigh, SPmodel, Calypso, ETH, PARODY; коды, основанные на методе конечных элементов, — SFEMaNS, GeoFEM. В данной области популярны спектральные и псевдоспектральные методы, поскольку разложение по сферическим гармоникам является достаточно естественным подходом в сферической геометрии.

Наряду с разработкой собственных вычислительных программ распространена практика модификации свободного программного обеспечения с открытым исходным кодом, например, платформы OpenFOAM. Поскольку OpenFOAM имеет ограниченные возможности по моделированию МГД-течений, разработчики зачастую рассматривают лишь случай постоянного внешнего магнитного поля [10–12], т. е. математической моделью задачи в данной постановке является система из уравнения Навье–Стокса, закона Ома и уравнения Пуассона для электрического потенциала. Отдельно можно выделить библиотеку EOF [13], которая обеспечивает взаимодействие между модулями для моделирования электромагнетизма из пакета Elmer FEM и гидродинамическими решателями OpenFOAM, что позволяет скомпенсировать недостатки OpenFOAM с точки зрения решения задач МГД.

Также актуальным направлением является разработка численных схем, обеспечивающих соленоидальность численного магнитного поля. Примерами подобных алгоритмов, предложенных за последние годы, могут служить: методы, основанные на введении магнитного векторного потенциала и использовании вспомогательных скалярных переменных (SAV — scalar auxiliary variable) [14]; использование базиса, состоящего из соленоидальных функций [15]; различные варианты алгоритма переноса ограничения (CTA — Constrained Transport Algorithm), в которых бездивергентность поля обеспечивается путем специального выбора дискретизации для уравнения магнитной индукции [16–21]; методы коррекции (divergence cleaning), основанные на введении поправки, обеспечивающей соленоидальность скорректированного магнитного поля [22].

Консервативная разностная схема для уравнения магнитной индукции

В авторской работе [23] подробно описана процедура построения консервативной разностной схемы для уравнения индукции магнитного поля (1) в произвольных ортогональных криволинейных координатах $\{x_\alpha; \alpha = 1, 2, 3\}$.

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \nu_m \Delta \mathbf{B}. \quad (1)$$

В формуле (1) t — время, \mathbf{u} — скорости жидкости, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции, $\nu_m = c^2/(4\pi\sigma)$ — коэффициент магнитной вязкости, σ — удельная электропроводность, c — скорость света. В основе процедуры дискретизации лежит интегральная форма закона Фарадея (2), применяемая к граням контрольных объемов.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = -c \oint_{\partial S} \mathbf{E} d\mathbf{r}, \quad (2)$$

где напряженность электрического поля в модели резистивной магнитной гидродинамики имеет вид:

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{B}. \quad (3)$$

Дискретизация выполняется методом контрольного объема с использованием полностью неявной схемы и алгоритма переноса ограничения (СТА).

Расчетная область G разрезается системой координатных поверхностей на непересекающиеся контрольные объемы $D_{(i)} := D_{i_1 i_2 i_3}$, $i_\alpha = 1, \dots, n_\alpha$; здесь и далее для каждого направления x_α количество контрольных объемов задается числом n_α , а количество координатных поверхностей равно $(n_\alpha + 1)$, (i) — краткое обозначение для набора индексов (i_1, i_2, i_3) . Полученная расчетная сетка содержит точки четырех типов:

- точки с целыми индексами $P_{(i)}$ (центры контрольных объемов);
- точки с одним полуцелым индексом $P \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} := P_{h_\alpha^k(i)}$ (центры граней, где вычисляются соответствующие компоненты скорости и магнитной индукции);
- точки с двумя полуцелыми индексами $P \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} := P_{h_\beta^p h_\alpha^k(i)}$ (центры ребер, где вычисляются компоненты напряженности электрического поля);
- точки с тремя полуцелыми индексами $P \begin{bmatrix} q & p & k \\ \gamma & \beta & \alpha \end{bmatrix} := P_{h_\gamma^q h_\beta^p h_\alpha^k(i)}$ (вершины).

Положение каждой точки в расчетной сетке задается с помощью оператора сдвига:

$$h_\alpha^k(i) := h_\alpha^k(i_1, i_2, i_3) = \left(h_\alpha^k(i_1), h_\alpha^k(i_2), h_\alpha^k(i_3) \right), \quad h_\alpha^k(i_\beta) := i_\beta + \frac{k}{2} \delta_{\alpha\beta}, \quad (4)$$

где $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера, верхний индекс k принимает значения во множестве целых чисел и определяет направление и величину сдвига индекса i_β по x_α , нижние греческие индексы определяют координату, по которой происходит смещение, а латинские индексы над ними принимают целые значения и определяют величину сдвига вдоль соответствующей координаты. Вводятся следующие обозначения для геометрических элементов расчетной сетки: $\delta V_{(i)}$ — объем $D_{(i)}$; $S_\alpha \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ — грань контрольного объема $D_{(i)}$, ортогональная координатной линии x_α с центром в точке $P \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$, $\delta S_\alpha \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ — площадь соответствующей грани; $l_\gamma \begin{bmatrix} \pm 1 & \pm 1 \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = S_\beta \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \beta \end{bmatrix} \cap S_\alpha \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ — ребро контрольного объема $D_{(i)}$ с центром в точке $P \begin{bmatrix} \pm 1 & \pm 1 \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$, вдоль координатной линии x_γ ($\alpha \neq \beta \neq \gamma$); $\delta l_\gamma \begin{bmatrix} \pm 1 & \pm 1 \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ — длина соответствующего ребра.

Дискретный аналог уравнения магнитной индукции получен путем интегрирования по грани $S_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}$ в (2) и интегрирования по времени с использованием полностью неявной схемы [23]:

$$\frac{1}{\delta t} \left(B_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} - B_\alpha^0 \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} \right) \delta S_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} = -c \sum_{\beta, \gamma=1}^3 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \sum_{p=-1,1} p E_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \delta l_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \quad (\alpha = 1, 2, 3, k \in \{-1, 1\}), \quad (5)$$

где $B_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}$ — сеточное значение компонент индукции магнитного поля B_α на текущем временном слое t в центре грани $S_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}$, $B_\alpha^0 \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}$ — сеточное значение B_α на предыдущем временном слое t_0 ; $E_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ — сеточное значение E_γ в центре ребра $l_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$; $\delta t = t - t_0$ — шаг по времени; $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — символ Леви-Чивиты. Решение дискретного аналога уравнения индукции (5) с точностью до ошибок округления удовлетворяет сеточному уравнению неразрывности [23]. В [23] подробно рассматривается аппроксимация электрического поля (3): ее кондуктивной составляющей $\left(\frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{B} \right)$ и отдельно составляющей, индуцированной конвекцией $\left(-\frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right)$ по схеме QUICK [24, 25]. В итоге дискретный аналог уравнения индукции (5) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta t} \left(B_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} - B_\alpha^0 \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} \right) \delta S_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} = & -a_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} B_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} + \\ & + \sum_{\substack{\beta, \gamma=1 \\ (\alpha \neq \beta \neq \gamma)}}^3 \sum_{p=-1,1} a_{\alpha\beta\gamma} \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} B_\alpha \begin{bmatrix} 2p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} + \Omega_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad (\alpha = 1, 2, 3, k \in \{-1, 1\}). \quad (6) \end{aligned}$$

В уравнении (6) коэффициенты $a_{\alpha\beta\gamma}$ вычисляются по формулам:

$$a_{\alpha\beta\gamma} \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = d_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \delta \tilde{l}_\alpha \begin{bmatrix} 2p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} - p (\Theta(-pF_{\beta\gamma}) F_{\beta\gamma}) \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \quad (\alpha \neq \beta \neq \gamma, p, k \in \{-1, 1\}). \quad (7)$$

Коэффициенты диффузии d_γ в (8) вычисляются в центрах ребер $l_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ контрольного объема $D_{(i)}$:

$$d_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = (\nu_m \delta l_\gamma \delta \tilde{S}_\gamma^{-1}) \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \quad (\alpha \neq \beta \neq \gamma, p, k \in \{-1, 1\}), \quad (8)$$

$\delta \tilde{S}_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ – площадь координатной поверхности $x_\gamma = const$ внутри замкнутого контура $\partial \tilde{S}_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$, образованного координатными линиями x_α и x_β , проходящими через ближайшие, соседние с $P \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$, четыре точки $P \begin{bmatrix} p \pm 1 & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, P \begin{bmatrix} p & k \pm 1 \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$; $\delta \tilde{l}_\alpha \begin{bmatrix} p \pm 1 & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \delta \tilde{l}_\beta \begin{bmatrix} p & k \pm 1 \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ – длины сторон контура $\partial \tilde{S}_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ (см. рис. 1).

В формуле (7) $\Theta(X) = \begin{cases} 0, & X < 0 \\ 1, & X \geq 0 \end{cases}$ – функция Хэвисайда, $F_{\beta\gamma}$ – коэффициенты, характеризующие интенсивность и влияние конвекции на изменение магнитного потока, которые определяются как произведение компоненты скорости u_β на длину ребра δl_γ :

$$F_{\beta\gamma} \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = u_\beta \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \delta l_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \quad (\alpha \neq \beta \neq \gamma, p, k \in \{-1, 1\}). \quad (9)$$

Коэффициенты $a_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix}$ в уравнении (6) определяются по формуле:

$$a_\alpha \begin{bmatrix} k \\ \alpha \end{bmatrix} = \sum_{\substack{\beta, \gamma = 1 \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma}}^3 \sum_{p=-1, 1} a_{\alpha\beta\gamma} \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}. \quad (10)$$

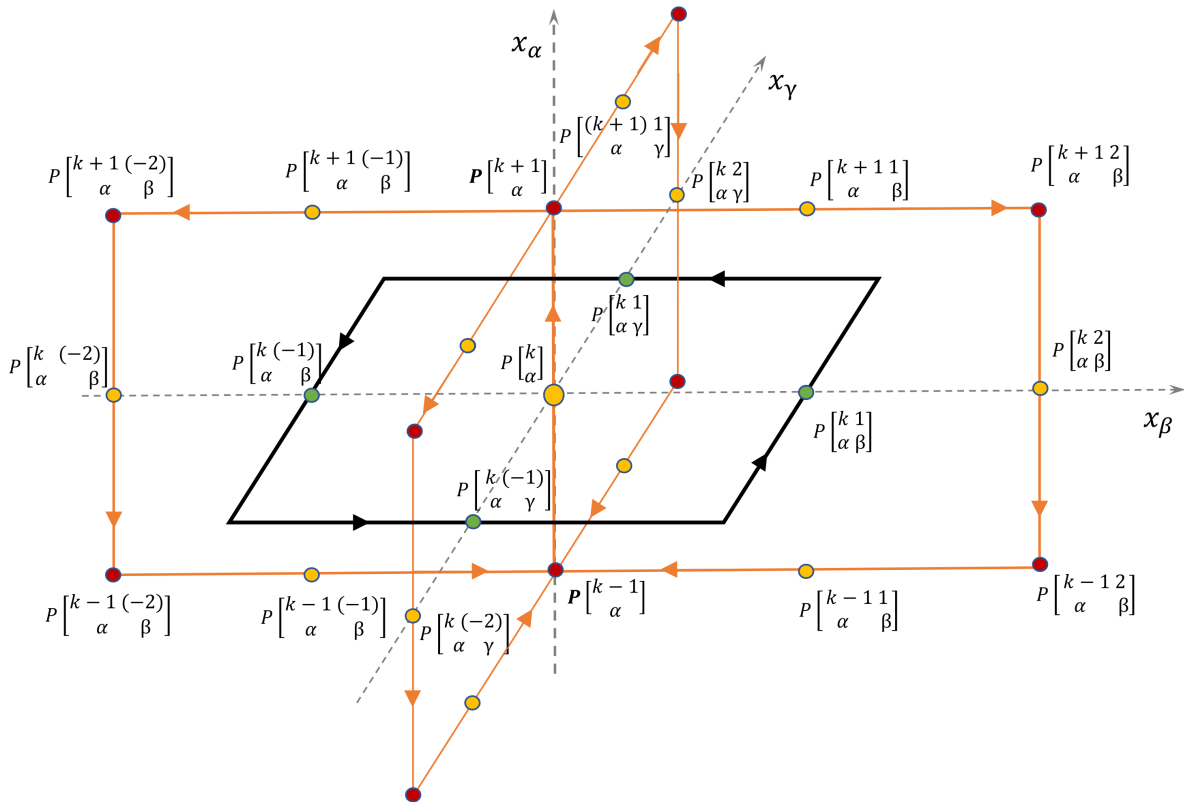


Рис. 1. Координатная поверхность, ортогональная оси x_γ

Источниковый член $\Omega_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right]$ в уравнении (6) имеет вид [23]:

$$\Omega_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] = \Omega_\alpha^j \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] + \Omega_\alpha^Q \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] + \Omega_\alpha^F \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] - \left(\sum_{\substack{\beta, \gamma=1 \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma}}^3 \sum_{p=-1,1} \left(d_\gamma \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \left\{ \delta \tilde{l}_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] - \delta \tilde{l}_\alpha \left[\begin{smallmatrix} 2p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right\} - p \left(\Theta(-p F_{\beta\gamma}) F_{\beta\gamma} \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \right) B_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right], \quad (11)$$

где

$$\Omega_\alpha^j \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] = k \sum_{\substack{\beta, \gamma=1 \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma}}^3 \sum_{p=-1,1} p d_\gamma \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \left\{ (B_\beta \delta \tilde{l}_\beta) \left[\begin{smallmatrix} p \\ \beta \end{smallmatrix} \right] - (B_\beta \delta \tilde{l}_\beta) \left[\begin{smallmatrix} p 2k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right\}, \quad (12)$$

$$\Omega_\alpha^Q \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] := \sum_{\substack{\beta, \gamma=1 \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma}}^3 \sum_{p=-1,1} (-p) F_{\beta\gamma} \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \left(B_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] + f_Q^\beta \left(B_\alpha \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \right), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Omega_\alpha^F \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] &= \\ &= \sum_{\substack{\beta, \gamma=1 \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma}}^3 \sum_{p=-1,1} p F_{\alpha\gamma} \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \left(\Theta \left(u_\alpha \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k-1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] + \Theta \left(-u_\alpha \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k+1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] + f_Q^\alpha \left(B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \right). \quad (14) \end{aligned}$$

При вычислении источникового члена сеточные значения компонент \mathbf{B} , входящие в правую часть, берутся с предыдущей итерации, что соответствует подходу отложенной коррекции [24]. Функции f_Q^β в (13) и f_Q^α в (14), возникающие вследствие применения схемы QUICK, имеют вид:

$$\begin{aligned} f_Q^\alpha \left(B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) &= \Theta \left(u_\alpha \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \left(k_a \left(B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k-3 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] - B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k-1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) + k_c \left(B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k+1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] - B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k-1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \right) + \\ &+ \Theta \left(-u_\alpha \left[\begin{smallmatrix} p k \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \left(k_b \left(B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k-1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] - B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k+1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) + k_d \left(B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k+3 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] - B_\beta \left[\begin{smallmatrix} p k+1 \\ \beta \alpha \end{smallmatrix} \right] \right) \right). \quad (15) \end{aligned}$$

Здесь верхний индекс указывает направление, вдоль которого аппроксимируется конвективный поток;

$$k_a = \frac{(x-b)(x-c)}{(b-a)(c-a)}, \quad k_c = \frac{(x-b)(x-a)}{(c-b)(c-a)}, \quad k_b = \frac{(x-c)(x-d)}{(c-b)(d-b)}, \quad k_d = \frac{(x-c)(x-b)}{(d-c)(d-b)}$$

вычисляются подстановками:

$$x = x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right], \quad a = x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k-3 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right], \quad b = x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k-1 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right], \quad c = x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k+1 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right], \quad d = x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k+3 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right].$$

Реализация представленной схемы дискретизации в конкретной системе координат сводится к вычислению метрических параметров расчетной сетки, затем коэффициентов d_γ и $F_{\beta\gamma}$ по формулам (8), (9) и далее остальных коэффициентов и слагаемых дискретного аналога (6).

Далее разбирается важный с точки зрения моделирования гидромагнитного динамо случай сферических координат: $\{x_1 = r, 0 \leq r_{in} \leq r \leq r_o; x_2 = \theta, 0 \leq \theta \leq \pi; x_3 = \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$, r_{in} , r_o — соответственно, внутренний и внешний радиус сферического слоя. Область разбивается координатными поверхностями на контрольные объемы D (здесь и далее для сокращения записей индекс $(i) = i_1 i_2 i_3$ будем опускать). Рассмотрим типичный внутренний контрольный объем D с центром в точке P . Координаты граней $x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} \pm 1 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right]$ контрольного объема D определяются конкретной сеткой в сферических координатах, после чего координаты центров контрольных объемов вычисляются как $x_\alpha(P) = 0,5 (x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} -1 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right] + x_\alpha \left[\begin{smallmatrix} +1 \\ \alpha \end{smallmatrix} \right])$ ($\alpha = 1, 2, 3$). Далее вычисляются метрические параметры расчетной сетки по формулам (16)–(32), где $p, k \in \{-1, 1\}$.

Площади граней $S_\alpha \left[\begin{smallmatrix} k \\ \alpha \end{smallmatrix} \right]$ контрольного объема D :

$$\delta S_1 \left[\begin{smallmatrix} k \\ 1 \end{smallmatrix} \right] = x_1^2 \left[\begin{smallmatrix} k \\ 1 \end{smallmatrix} \right] \left(\cos \left(x_2 \left[\begin{smallmatrix} -1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right] \right) - \cos \left(x_2 \left[\begin{smallmatrix} +1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right] \right) \right) \left(x_3 \left[\begin{smallmatrix} +1 \\ 3 \end{smallmatrix} \right] - x_3 \left[\begin{smallmatrix} -1 \\ 3 \end{smallmatrix} \right] \right), \quad (16)$$

$$\delta S_1 \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix} = x_1^2 \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix} \left(\cos \left(x_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) - \cos \left(x_2 \begin{bmatrix} +1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) \right) \left(x_3 \begin{bmatrix} +1 \\ 3 \end{bmatrix} - x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \right), \quad (17)$$

$$\delta S_3 \begin{bmatrix} k \\ 3 \end{bmatrix} = x_1 \left(x_1 \begin{bmatrix} +1 \\ 1 \end{bmatrix} - x_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \left(x_2 \begin{bmatrix} +1 \\ 2 \end{bmatrix} - x_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right). \quad (18)$$

Центры граней:

$$P \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix} = \left(x_1 \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix}, x_2, x_3 \right), \quad P \begin{bmatrix} k \\ 2 \end{bmatrix} = \left(x_1, x_2 \begin{bmatrix} k \\ 2 \end{bmatrix}, x_3 \right), \quad P \begin{bmatrix} k \\ 3 \end{bmatrix} = \left(x_1, x_2, x_3 \begin{bmatrix} k \\ 3 \end{bmatrix} \right). \quad (19)$$

Длины ребер $\delta l_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ ($\delta l_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = \delta l_\gamma \begin{bmatrix} k & p \\ \alpha & \beta \end{bmatrix}$) контрольного объема D :

$$\delta l_1 \begin{bmatrix} p & k \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} +1 \\ 1 \end{bmatrix} - x_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\delta l_2 \begin{bmatrix} p & k \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \left(x_2 \begin{bmatrix} +1 \\ 2 \end{bmatrix} - x_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad (21)$$

$$\delta l_3 \begin{bmatrix} p & k \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \sin \left(x_2 \begin{bmatrix} k \\ 2 \end{bmatrix} \right) \left(x_3 \begin{bmatrix} +1 \\ 3 \end{bmatrix} - x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \right). \quad (22)$$

Координаты точек в центрах ребер:

$$P \begin{bmatrix} p & k \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \left(x_1, x_2 \begin{bmatrix} p \\ 2 \end{bmatrix}, x_3 \begin{bmatrix} k \\ 3 \end{bmatrix} \right), \quad P \begin{bmatrix} p & k \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \left(x_1 \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}, x_2, x_3 \begin{bmatrix} k \\ 3 \end{bmatrix} \right), \quad P \begin{bmatrix} p & k \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \left(x_1 \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix}, x_2, x_3 \begin{bmatrix} k \\ 3 \end{bmatrix} \right). \quad (23)$$

Для каждого направления вычисляются площади $\delta \tilde{S}_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ и длины сторон $\delta \tilde{l}_\alpha \begin{bmatrix} k & p \pm 1 \\ \alpha & \beta \end{bmatrix}$ контуров $\partial \tilde{S}_\gamma \begin{bmatrix} p & k \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$, которые строятся вокруг ребер каждого контрольного объема D .

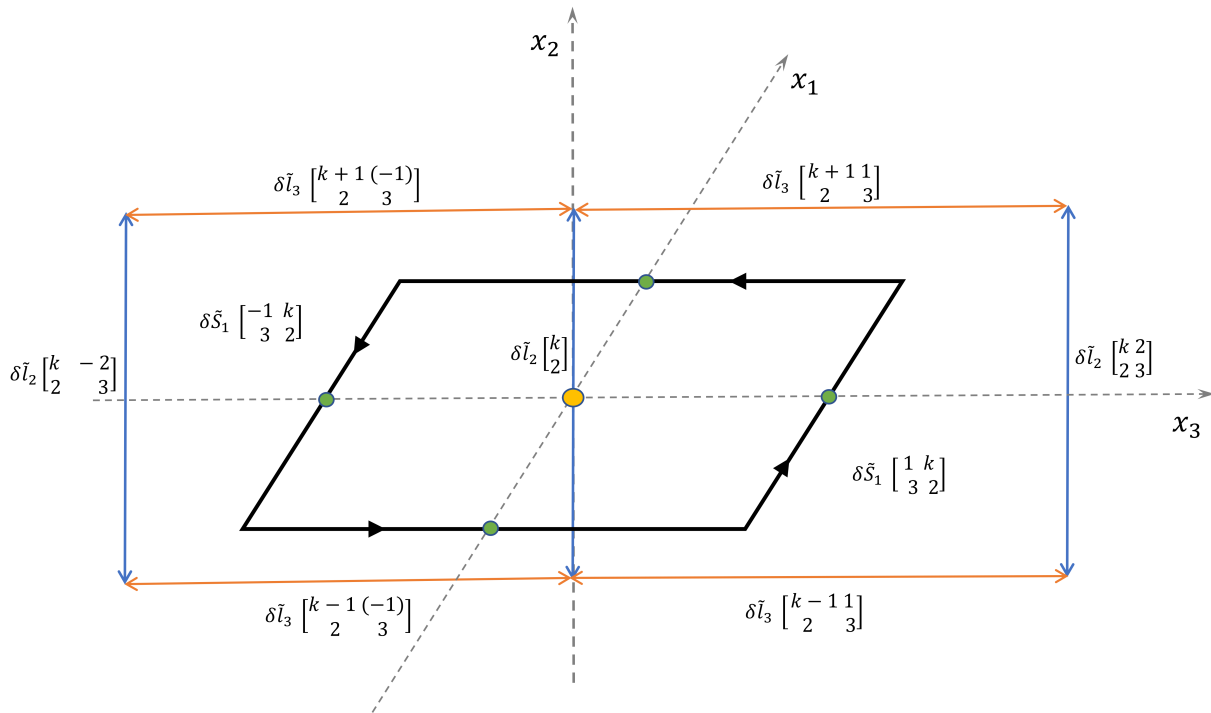


Рис. 2. Метрические параметры контуров, ортогональных радиальной координате

Для направления вдоль радиальной координаты (см. рис. 2):

$$\delta \tilde{S}_1 \begin{bmatrix} p & k \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = x_1^2 \left(\cos \left(x_2 \begin{bmatrix} k-1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) - \cos \left(x_2 \begin{bmatrix} k+1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) \right) \left(x_3 \begin{bmatrix} p+1 \\ 3 \end{bmatrix} - x_3 \begin{bmatrix} p-1 \\ 3 \end{bmatrix} \right), \quad (24)$$

$$\delta \tilde{l}_2 \begin{bmatrix} k & p \pm 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = x_1 \left(x_2 \begin{bmatrix} k+1 \\ 2 \end{bmatrix} - x_2 \begin{bmatrix} k-1 \\ 2 \end{bmatrix} \right); \quad (\delta \tilde{l}_\theta = r \Delta \theta), \quad (25)$$

$$\delta \tilde{l}_3 \begin{bmatrix} k \pm 1 & p \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = x_1 \sin \left(x_2 \begin{bmatrix} k \pm 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) \left(x_3 \begin{bmatrix} p+1 \\ 3 \end{bmatrix} - x_3 \begin{bmatrix} p-1 \\ 3 \end{bmatrix} \right); \quad (\delta \tilde{l}_\varphi = r \sin \theta \Delta \varphi). \quad (26)$$

Для направления вдоль полярной координаты:

$$\delta\tilde{S}_2 \begin{bmatrix} p \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}^k = 0,5 \sin(x_2) \left(x_3 \begin{bmatrix} k+1 \\ 3 \end{bmatrix} - x_3 \begin{bmatrix} k-1 \\ 3 \end{bmatrix} \right) \left(x_1^2 \begin{bmatrix} p+1 \\ 1 \end{bmatrix} - x_1^2 \begin{bmatrix} p-1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad (27)$$

$$\delta\tilde{l}_3 \begin{bmatrix} k \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}^{p\pm 1} = x_1 \begin{bmatrix} p+1 \\ 1 \end{bmatrix} \sin(x_2) \left(x_3 \begin{bmatrix} k+1 \\ 3 \end{bmatrix} - x_3 \begin{bmatrix} k-1 \\ 3 \end{bmatrix} \right); \quad (\delta\tilde{l}_\varphi = r \sin \theta \Delta\varphi), \quad (28)$$

$$\delta\tilde{l}_1 \begin{bmatrix} k\pm 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}^p = x_1 \begin{bmatrix} p+1 \\ 1 \end{bmatrix} - x_1 \begin{bmatrix} p-1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (\delta\tilde{l}_r = \Delta r). \quad (29)$$

Для направления вдоль азимутальной координаты:

$$\delta\tilde{S}_3 \begin{bmatrix} p \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^k = 0,5 \left(x_1^2 \begin{bmatrix} k+1 \\ 1 \end{bmatrix} - x_1^2 \begin{bmatrix} k-1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \left(x_2 \begin{bmatrix} p+1 \\ 2 \end{bmatrix} - x_2 \begin{bmatrix} p-1 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad (30)$$

$$\delta\tilde{l}_1 \begin{bmatrix} k \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^{p\pm 1} = x_1 \begin{bmatrix} k+1 \\ 1 \end{bmatrix} - x_1 \begin{bmatrix} k-1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (\delta\tilde{l}_r = \Delta r), \quad (31)$$

$$\delta\tilde{l}_2 \begin{bmatrix} k\pm 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^p = x_1 \begin{bmatrix} k\pm 1 \\ 1 \end{bmatrix} \left(x_2 \begin{bmatrix} p+1 \\ 2 \end{bmatrix} - x_2 \begin{bmatrix} p-1 \\ 2 \end{bmatrix} \right); \quad (\delta\tilde{l}_\theta = r \Delta\theta). \quad (32)$$

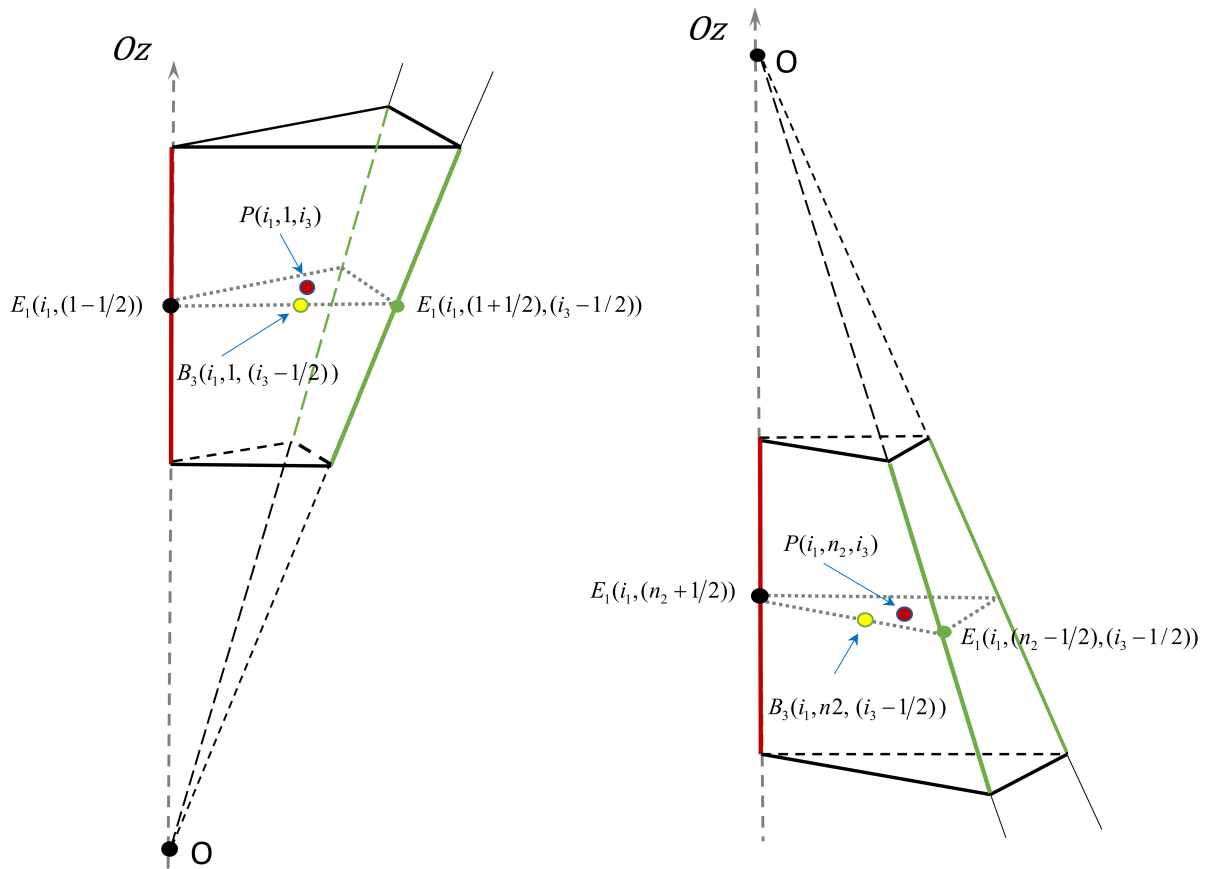


Рис. 3. Контрольные объемы, ребро (красного цвета) которых располагается вдоль оси Oz

В сферических координатах требуется отдельное рассмотрение случая уравнения (6) при $\alpha = 3$ (т.е. уравнение на B_φ) для прилегающих к оси Oz контрольных объемов $D_{i_1, 1, i_3}$ и D_{i_1, n_2, i_3} (см. рис. 3). Ребро таких контрольных объемов располагается вдоль оси Oz . В этом случае нельзя использовать общую схему для аппроксимации радиальной составляющей напряженности электрического поля $E_r = E_1$ в расчетных точках на оси Oz (ребро красного цвета на рис. 3). E_r в точках на оси Oz можно вычислить как среднее значение по всем ближайшим к оси Oz радиальным ребрам соответствующих контрольных объемов (ребра зеленого цвета на рис. 3):

$$E_1(i_1, (1-1/2)) = \frac{1}{n_3} \sum_{i_3=1}^{n_3} E_1(i_1, (1+1/2), (i_3-1/2)), \quad i_1 = 1, \dots, n_1;$$

$$E_1(i_1, (n_2 + 1/2)) = \frac{1}{n_3} \sum_{i_3=1}^{n_3} E_1(i_1, (n_2 - 1/2), (i_3 - 1/2)), \quad i_1 = 1, \dots, n_1.$$

Очевидно, что $E_1(i_1, (1 - 1/2))$ и $E_1(i_1, (n_2 + 1/2))$ не зависят от i_3 на оси Oz .

Для корректной постановки начально-краевой задачи для уравнения (1) на границе расчетной области достаточно задавать тангенциальные компоненты магнитного поля. Нормальная компонента на границе определяется из решения дискретного аналога (6) для тех граней контрольных объемов, которые прилегают к границе.

Заключение

Разработанная и описанная в данной статье консервативная схема дискретизации уравнения индукции магнитного поля в модели резистивной магнитной гидродинамики реализована в авторском программном комплексе CVMHD (Control Volume Magneto-HydroDynamics) для математического моделирования МГД-течений и гидромагнитного динамо в сферических слоях. С помощью данного комплекса авторами проведены исследования различных аспектов модели геодинамо [26–28]: влияние начальных условий на структуру конвективных течений и магнитных полей, влияние скорости вращения сферического слоя и величины архимедовой силы на структуру и тип симметрии установившегося решения, а также на значения теплового потока, кинетической и магнитной энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhang W., Jardin S., Ma Z., Kleiner A., Zhang H. Linear and Nonlinear Benchmarks Between the CLT Code and the M3D-C1 Code for the 2/1 Resistive Tearing Mode and the 1/1 Resistive Kink Mode. *Computer Physics Communications*. 2021;269:108134. DOI: 10.1016/j.cpc.2021.108134.
2. Brandenburg A., Johansen A., Bourdin P. A., Dobler W., Lyra W. et al. The Pencil Code, a Modular MPI Code for Partial Differential Equations and Particles: Multipurpose and Multiuser-Maintained. *J. Open Source Softw.* 2021;6(58):2807. DOI: 10.21105/joss.02807.
3. Mignone A., Bodo G., Massaglia S., Matsakos T., Tesileanu O., Zanni C., Ferrari A. PLUTO: A Numerical Code for Computational Astrophysics. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2007;170:228–242. DOI: 10.1086/513316.
4. Rossazza M., Mignone A., Bugli M., Truzzi S., Riha L., Panoc T., Vysocky O., Shukla N., Romeo A., Berta V. The PLUTO Code on GPUs: A First Look at Eulerian MHD Methods. *Astronomy and Computing*. 2026;5:101076. DOI: 10.1016/j.ascom.2026.101076.
5. Liska M. T. P., Chatterjee K., Issa D. et al. A New GPU-Accelerated GRMHD Code for Exascale Computing with 3D Adaptive Mesh Refinement and Local Adaptive Time Stepping. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2022;263(2):26. DOI: 10.3847/1538-4365/ac9966.
6. Burns K. J., Vasil G. M., Oishi J. S. et al. Dedalus: A Flexible Framework for Numerical Simulations with Spectral Methods. *Phys. Rev. Res.* 2020;2:023068. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.2.023068.
7. Matsumoto Y., Asahina Y., Kudoh Y. et al. Magnetohydrodynamic Simulation Code CANS+: Assessments and Applications. *Publ. Astron. Soc. Japan*. 2019;71(4):83. DOI: 10.1093/pasj/psz064.
8. Gyenge N., Griffiths M. K., Erdélyi R. MHD Code Using Multi Graphical Processing Units: SMAUG+. *Advances in Space Research*. 2018;61(2):683–690. DOI: 10.1016/j.asr.2017.10.027.
9. Matsui H. et al. Performance Benchmarks for a Next Generation Numerical Dynamo Model. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 2016;17(5):1586–1607. DOI: 10.1002/2015GC006159.
10. Siriano S., Melchiorri L., Pignatiello S., Tassone A. A Multi-Region and a Multiphase MHD OpenFOAM Solver for Fusion Reactor Analysis. *Fusion Engineering and Design*. 2024;200:114216. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2024.114216.
11. Feng J., Chen H., He Q., Ye M. Further Validation of Liquid Metal MHD Code for Unstructured Grid Based on OpenFOAM. *Fusion Engineering and Design*. 2015;100:260–264. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2015.06.059.
12. Rives R., Batet L. Numerical Investigation of 3D MHD Pressure Drop in a Prototypical Fusion Blanket Manifold Using OpenFOAM. *Fusion Engineering and Design*. 2026;224:115592. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2025.115592.
13. Vencels J., Ráback P., Geža V. EOF-Library: Open-Source Elmer FEM and OpenFOAM Coupler for Electromagnetics and Fluid Dynamics. *SoftwareX*. 2019;9:68–72. DOI: 10.1016/j.softx.2019.01.007.

14. Ding Q., Mao S., Xi R. Second Order, Fully Decoupled, Linear, Exactly Divergence-Free and Unconditionally Stable Discrete Scheme for Incompressible MHD Equations. *Computers & Mathematics with Applications*. 2024;169:195–204. DOI: 10.1016/j.camwa.2024.06.018.
15. Cai W., Wu J., Xin J. Divergence-Free H(div)-Conforming Hierarchical Bases for Magnetohydrodynamics (MHD). *Commun. Math. Stat.* 2013;1:19–35. DOI: 10.1007/s40304-013-0003-910.1007/s40304-013-0003-9.
16. Fu P., Li F., Xu Y. Globally Divergence-Free Discontinuous Galerkin Methods for Ideal Magnetohydrodynamic Equations. *J. Sci. Comput.* 2018;77:1621–1659. DOI: 10.1007/s10915-018-0750-6.
17. Rossmanith J. A. An Unstaggered, High-Resolution Constrained Transport Method for Magnetohydrodynamic Flows. *SIAM J. Sci. Comput.* 2006;28:1766–1797. DOI: 10.1137/050627022.
18. Isakov A. B., Descombes S., Dormy E. An Integro-Differential Formulation for Magnetic Induction in Bounded Domains: Boundary Element–Finite Volume Method. *Journal of Computational Physics*. 2004;197(2):540–554. DOI: 10.1016/j.jcp.2003.12.008.
19. Balsara D. S., Spicer D. S. A Staggered Mesh Algorithm Using High Order Godunov Fluxes to Ensure Solenoidal Magnetic Fields in Magnetohydrodynamic Simulations. *Journal of Computational Physics*. 1999;149(2):270–292. DOI: 10.1006/jcph.1998.6153.
20. Yee K. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1966;14(3):302–307. DOI: 10.1109/TAP.1966.1138693.
21. Evans C. R., Hawley J. F. Simulation of Magnetohydrodynamic Flows: A Constrained Transport Method. *The Astrophysical Journal*. 1988;332:659–677. DOI: 10.1086/166684.
22. Dedner A., Kemm F., Kröner D., Munz C.-D., Schnitzer T., Wesenberg M. Hyperbolic Divergence Cleaning for the MHD Equations. *Journal of Computational Physics*. 2002;175:645–673. DOI: 10.1006/jcph.2001.6961.
23. Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Схема дискретизации уравнения индукции на смещенных сетках в ортогональных криволинейных координатах. *Успехи кибернетики*. 2022;3(2):60–73. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-2-8.
24. Versteeg H. K. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Harlow: Pearson Education Limited; 2007. 503 p.
25. Leonard B. P. A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1979;19(1):59–98. DOI: 10.1016/0045-7825(79)90034-3.
26. Бычин И. В., Гореликов А. В. Эффект усиления начального магнитного поля в модели геодинamo. *Успехи кибернетики*. 2025;6(1):76–83.
27. Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Численное исследование эволюции режимов гидромагнитного динамо во вращающемся сферическом слое при различных начальных условиях. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):19–30. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-02.
28. Бычин И. В. Тестирование магнитогидродинамического кода на задачах естественной конвекции и геодинamo. *Успехи кибернетики*. 2021;2(1):6–13. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-1-1.

НЕЙРОСЕТЬ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ РУССКОЙ ЖЕСТОВОЙ АЗБУКИ

С. Г. Еловой^а, Д. К. Берестин^б

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^а ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1860-9303>, s.elovoy@yandex.ru

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3977-3281>, Bdk072089@yandex.ru

Аннотация: в статье представлена реализация нейронной сети для распознавания жестов русской дактильной азбуки и описан процесс ее обучения. Особое внимание уделено разработке алгоритмов автоматического распознавания жестов, основанных на обработке изображений. Кадры видеосъемки жестов подаются на вход нейросети в виде выходных векторов. Нейросеть распознает буквы русского алфавита. Разработанный комплекс предусматривает балльную оценку навыков обучаемых жестовому языку, мотивируя их продолжать обучение. В работе приводится детальное описание математических моделей, используемых для оценки результатов, и механизмов взаимодействия с пользователями. Цель исследования — повышение доступности и эффективности обучения русскому жестовому языку. Разработанная система значительно улучшает процесс обучения языку глухонемых, обеспечивая автоматическое распознавание жестов и эффективную мотивацию обучающихся через игровую механику и четкую оценку результатов.

Ключевые слова: нейронная сеть, обучение нейронной сети, трехмерные структуры нейронной сети.

Для цитирования: Еловой С. Г., Берестин Д. К. Нейросеть для распознавания русской жестовой азбуки. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):33–38.

Поступила в редакцию: 17.08.2025.

В окончательном варианте: 26.03.2026.

A NEURAL NETWORK FOR THE RUSSIAN SIGN LANGUAGE RECOGNITION

S. G. Elovoy^а, D. K. Berestin^б

Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^а ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1860-9303>, s.elovoy@yandex.ru

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3977-3281>, Bdk072089@yandex.ru

Abstract: we implemented a neural network to recognize Russian finger-spelling gestures and described the training process. We developed image-processing procedures for gesture recognition. We used video frames as input vectors for the neural network. The network recognizes Russian finger-spelling. The system provides a scoring method to assess the skills of students learning sign language and motivates them to continue training. We described the mathematical models used to evaluate results and the mechanisms for user interaction. The study aims to improve the accessibility and effectiveness of Russian sign language instruction. The system improves the learning process for deaf and hard-of-hearing users by providing automatic gesture recognition, game-based motivation, and a clear assessment of results.

Keywords: neural network, neural network training, 3D neural network structure.

Cite this article: Elovoy S. G., Berestin D. K. A Neural Network for the Russian Sign Language Recognition. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):33–38.

Original article submitted: 17.08.2025.

Revision submitted: 26.03.2026.

Введение

В настоящее время существует множество видов обучения языку глухонемых, таких как коллективное, дистанционное и индивидуальное. Все виды обучения имеют свои сильные и слабые стороны.

К коллективным видам обучения отнесем посещение ряда различных секций, кружков и образовательных учреждений. Главными достоинствами такого вида обучения являются быстрота и качество обучения. Преподаватель и обучающиеся в значительной степени влияют на быстроту и качество обучения. К преимуществам также можно отнести положительное моральное и психологическое влияние на обучающегося. Все обучающиеся заняты одним общим делом — обучением, что повышает интерес к данному занятию. Во время обучения они ощущают моральную поддержку со стороны коллектива. Например, напарник, с которым идет обучение, может увидеть ошибки обучающегося, остающиеся

для него самого незамеченным. Самое важное при этом — практические навыки общения с другими людьми, которые получают обучающиеся.

Недостатками данного вида обучения являются зависимость от территориального расположения места занятий и дороговизна [1]. Обучение должно проходить в одном месте в одно и то же время по выбору организаторов или самих учащихся. В результате появляется зависимость от установленного времени и расположения места обучения, что не всегда удобно как самому обучающемуся, так и организаторам [2].

Материалы и методы

Для облегчения организации обучения предлагаем проектирование системы, основной функцией которой будет распознавание с кадра жеста и сопоставление ему символа [3]. Кадр жеста подается как вектор входных значений для нейросети, которая распознает жест из русского алфавита языка глухонемых [4]. Вторичные функции модуля связаны с управлением видеопотоком. Видео подается на отдельный поток приложением и выводится на экран. Для подачи входной информации реализована функция сохранения кадра.

Основные функции системы — это расчет числовых характеристик пользователей и разграничение достижений. Функция расчета характеристики «баллы» рассчитывает целочисленное значение по математической модели для каждой тренировки. После расчета характеристики «баллы» функция расчета характеристики «навык» рассчитывает целочисленное значение по своей математической модели, эталонной для всех систем тренировок. Процедура разграничения достижений работает после выполнения нескольких условий, связанных с получением определенной характеристики «навыка» и доступа к новым системам тренировки. Также система имеет процедуру считывания характеристик для их обновления и записи обновленных характеристик. При получении нового достижения, увеличенного «навыка» и прохождении тренировки активируется процедура «уведомление на экране» [5, 6].

Математические модели используются для вычисления пользовательских характеристик, накопления статистической информации, анализа численных характеристик пользователя, работы нейросети [7, 8].

Для систем тренировки знания алфавита и тренировки жестов характеристика «баллы» рассчитывается как удвоенное количество правильных ответов:

$$B_T = 2 \cdot K_T, \quad (1)$$

где B_T — характеристика «баллы», полученная за тренировку, K_T — количество правильных ответов за тренировку.

Для системы тренировки перевода предложений характеристика «баллы» рассчитывается как удвоенное количество правильных ответов минус количество неправильных ответов:

$$B_T = 2 \cdot K_T - N_T, \quad (2)$$

где B_T — характеристика «баллы», полученная за тренировку, K_T — количество правильных ответов за тренировку, N_T — количество неправильных ответов за тренировку.

При расчете статистики характеристики «баллы» берется имеющаяся характеристика, записанная в базу данных (БД), и складывается с вычисленной за тренировку:

$$B = B + B_T, \quad (3)$$

где B — характеристика «баллы», B_T — характеристика «баллы», полученная за тренировку.

При расчете статистики характеристики «навык» берется характеристика «баллы» из БД и делится на сто, целая часть частного равна характеристике «навык»:

$$S = B/100, \quad (4)$$

где B — характеристика «баллы», S — характеристика «навык».

При расчете средних значений правильных ответов по тренировкам и жестам вычисляется среднее геометрическое значение правильных ответов для каждой тренировки и жеста:

$$K_{\text{ср}} = \sqrt{K_{\text{тр}} \cdot K_T}, \quad (5)$$

где $K_{тр}$ — количество правильных ответов за тренировки, K_T — количество ответов после тренировки;

$$K_{жср} = \sqrt{K_{ж} \cdot K_{тж}}, \quad (6)$$

где $K_{ж}$ — количество правильных ответов по жестам, $K_{тж}$ — количество ответов после тренировки по жесту.

На вход нейросети будет подаваться вектор значений, отражающий каждый пиксель фото:

$$n_i = x_i \cdot \omega_i, \quad (7)$$

где n_i — нейрон, x_i — значение пикселя, ω_i — вес нейрона.

Для активации нейронной сети будем использовать сигмоидную функцию.

Сумматор считает комбинированный вход нейрона:

$$V = \sum x_j \cdot \omega_j, \quad (8)$$

где x_j — состояние j -го нейрона, ω_j — вес j -го нейрона.

Обучение проходит по методу обратного распространения ошибки.

Нахождение ошибки j -го нейрона:

$$e_j = \sum_k e_k \cdot \omega_{jk} \cdot \sigma(v_j) \cdot (1 - \sigma(v_j)), \quad (9)$$

где e — ошибка нейрона, k — индекс, соответствующий слою, v — вывод сумматора, $\sigma(v)$ — функция активации, w — вес нейрона.

Для нахождения величины, на которую необходимо изменить вес j -го нейрона, используется формула:

$$d\omega_j = x_{j-1} \cdot e_j \cdot n, \quad (10)$$

где $d\omega$ — величина изменения веса j -го нейрона, x — величина сигнала нейрона, e — величина ошибки j -го нейрона, n — норма обучения.

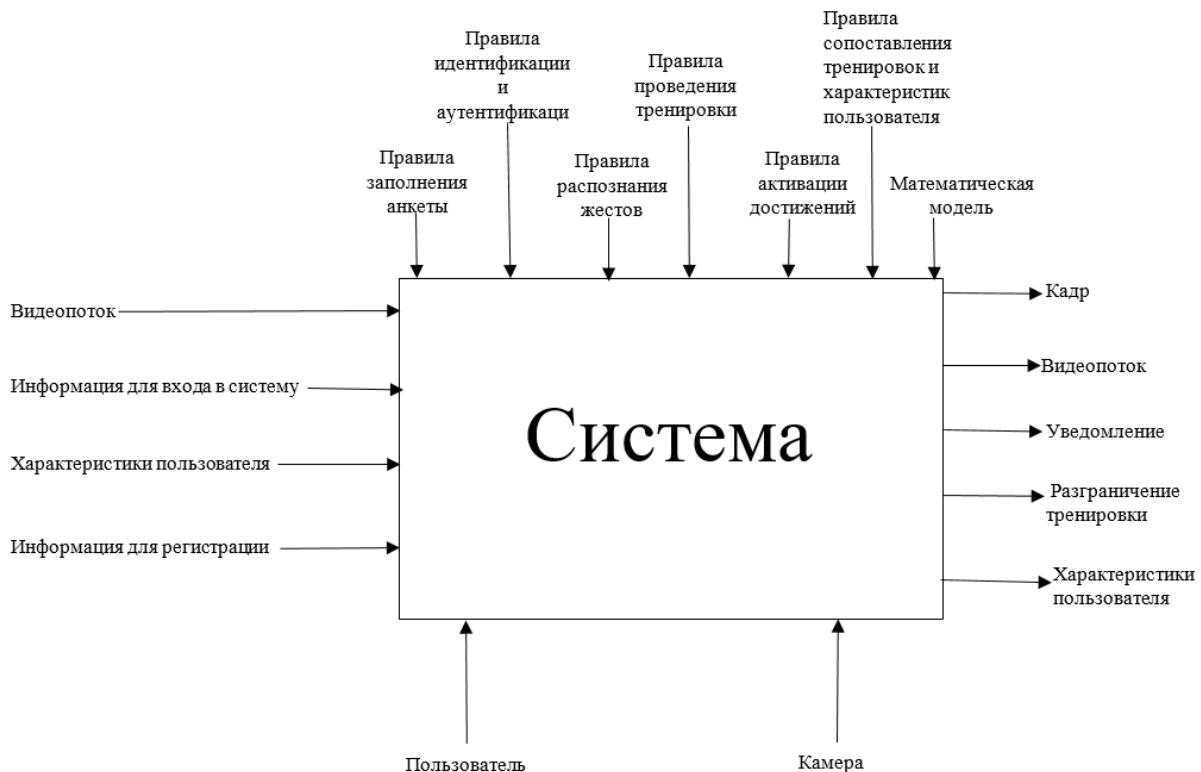


Рис. 1. Контекстная диаграмма «Система»



Рис. 2. Контекстная диаграмма «Система личного кабинета»

Результаты и их обсуждение

На контекстной диаграмме отражены все входные данные в систему, правила их обработки, механизмы, манипулирующие данными, и выходные данные системы (рис. 1).

Далее проведем декомпозицию системы на процессы и покажем их взаимосвязь. На рис. 2 представлена контекстная диаграмма «Система личного кабинета». В рассматриваемой системе при регистрации пользователь заполняет анкету, указывая персональную и идентифицирующую информацию о себе. Далее для идентификации и аутентификации используются логин и пароль соответственно. Анкета составляется по шаблону, генерируемому каждый раз при регистрации. Идентификация происходит по сопоставлению логина пользователя с логином, записанным в БД при регистрации. Далее происходит аутентификация по тому же принципу. Пользователь может пройти регистрацию или аутентификацию. После регистрации данные из анкеты записываются и хранятся в БД. После аутентификации данные пользователя загружаются из БД в систему личного кабинета.

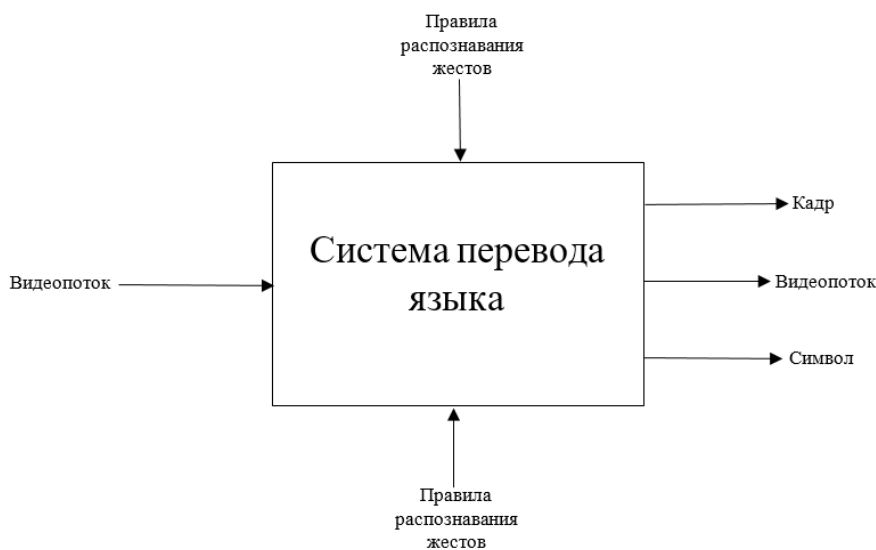


Рис. 3. Контекстная диаграмма «Система перевода языка»

На рис. 3 представлена «Система перевода языка», в данной системе камера генерирует видеопоток, выделяет кадр. Видеопоток передается с камеры устройства в режиме реального времени. Кадр сохраняется при фотографировании жеста пользователем. Видеопоток выводится на экран устройства [7].

На рис. 4 показана «Система тренировок», в данной системе правила представляют собой модель поведения нейросети при переводе жеста на дактильную азбуку. Жест, переведенный в символ дактильной азбуки, выводится на экран. Пользователь проходит тренировку. Каждый вид тренировки имеет свои правила, по которым происходит тренировка и подводятся ее итоги [8].

Количество правильных ответов рассчитывается по количеству правильно распознанных символов. Символом является буква дактильной азбуки, переведенная с кадра жеста пользователя. При

достижении определенной характеристики «баллы» пользователю будет предоставляться доступ к специальным тестам. После успешного прохождения теста сообщение отправляется в процесс «Получение достижения и расчет характеристик», а информация о доступных тренировках записывается в таблицу разрешенных тренировок пользователя БД.

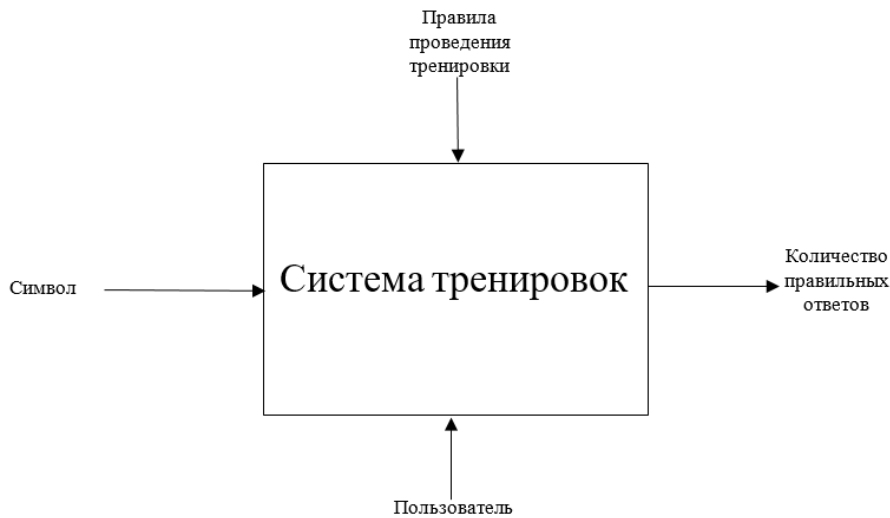


Рис. 4. Контекстная диаграмма «Система тренировок»

Отражение различных состояний в процессе начисления характеристик и достижений после прохождения тренировок представлено на рис. 5 ниже. Процесс начинается с включения сервера и перехода системы в состояние «Ожидание получения данных».

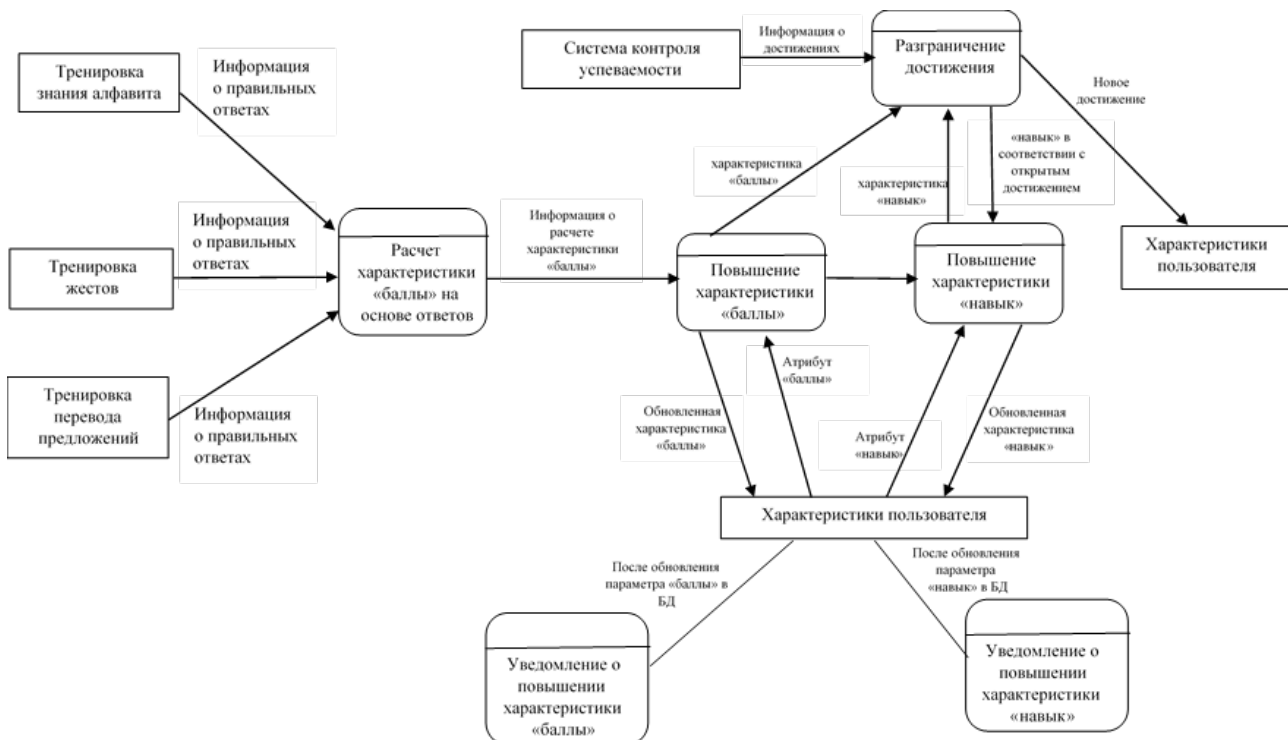


Рис. 5. Процесс «Получение достижения и расчет характеристик» в нотации DFD

Далее происходит расчет характеристики «баллы» за пройденную тренировку, система переходит в режим «Расчет баллов». На основании рассчитанных характеристик рассчитывается характеристика «навык», система переходит в режим «Расчет навыка». Из состояния «Расчет навыка» можно перейти в состояние «Открытие достижения».

После этого должны быть рассчитаны характеристики пользователя «баллы» и «навык», система переходит в состояние «Расчет характеристики “баллы”» затем «Расчет характеристики “навык”». После всех расчетов обновляются имеющиеся данные в БД, система в состоянии «Обновление данных», процесс переходит в первоначальное состояние «Ожидание получения данных» либо завершается отключением сервера. На узле «Смартфон пользователя» находится компонент «OS Android 7.0» — это операционная система узла, в которой будут функционировать все остальные его компоненты. Компонент приложение «Client.apk» использует компонент «Java.net» для общения с компонентом «Netty» узла «Сервер приложений» с помощью протокола SOAP, компонент «Java.swing» — для отображения GUI, компонент «XML» — для хранения переменных и промежуточной информации, компонент «Java.sql» — для использования функционала работы с БД. Компонент «Java.sql» используется для абстрагирования от физической модели СУБД и предоставляет интерфейс доступа к базе данных. Компонент «DataBase» управляется СУБД «SQLite». Компоненты «Java.sql» и «Java.net» используют компонент «Java.Thread» для параллельного выполнения своих функций.

Заключение

Представлены структуры информационных систем: «Система», «Система перевода языка», «Система тренировок», «Система достижений», «Система личного кабинета», а также их входные и выходные данные, правила и механизмы для каждой подсистемы. Показаны изменения данных при прохождении процессов. Описаны сценарии поведения системы с внешней средой: расчет характеристик и получение достижения, накопление и отображение информации об обучении, прохождении тренировки, переводов жестов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комарова А. А. Русский жестовый язык: основные проблемы изучения лексики. *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Гуманит. науки.* 2022;164(1–2):116–134. DOI: 10.26907/2541-7738.2022.1-2.116-134.
2. Королькова О. О. Русский жестовый язык: актуальные проблемы изучения, состояние, перспектива. *Вестник НГУ. Серия: История, филология.* 2020;19(9):64–73. DOI: 10.25205/1818-7919-2020-19-9-64-73.
3. Сафонова А. В. Роль машинного обучения и искусственного интеллекта в оптимизации информационных систем. *Научный аспект.* 2024;44(6):5604–5608.
4. Маралов А. А., Серимбетов Б. А. Современные методы распознавания образов подходы алгоритмы и реализация в информационных системах. *Вестник науки.* 2025;2(2):697–703.
5. Буч Г., Рамбо Дж., Якобсон И. *Язык UML: руководство пользователя* / пер. с англ. Н. Мухина. 3-е изд. М.: ДМК Пресс; 2022. 495 с.
6. Гома Х. *UML. Проектирование систем реального времени, параллельных и распределенных приложений: практическое руководство* / пер. с англ. А. А. Слинкина. 2-е изд. М.: ДМК Пресс; 2023. 701 с.
7. Дружинина О. В., Масина О. Н., Игонина Е. В. Применение методов искусственного интеллекта и когнитивных технологий в задачах моделирования динамических систем. *Современные информационные технологии и ИТ-образование.* 2022;18(1):83–97. DOI: 10.25559/SITITO.18.202201.83-97.
8. Прошина М. В. Современные методы обработки естественного языка: нейронные сети. *Экономика строительства.* 2022;5:27–42.

ПРОБЛЕМНЫЕ ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ КОМПОЗИТНОГО ЛАНДШАФТА КОРПОРАТИВНЫХ СИСТЕМ УЧЕТА И УПРАВЛЕНИЯ (ERP)

Р. Д. Гимранов

ПАО «Сургутнефтегаз», г. Сургут, Российская Федерация
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9928-8416>, ✉ gimranov_rd@mail.ru

Аннотация: статья посвящена проблеме построения композитных систем учета и управления (ERP) в условиях импортозамещения, когда крупные предприятия вынуждены интегрировать программные продукты различных производителей в единое решение. На основе анализа дискуссий 2022–2025 гг. выявлены ключевые противоречия между интегрированностью и адаптивностью, а также отсутствие формализованной методологии бизнес-композиции. Для систематизации требований применен метод эмерджентной стратификации, предложена четырехстратная модель: методологическая страта, страта бизнес-моделей, страта программных систем и страта вычислительных ресурсов. На методологической страте обоснован выбор онтологических моделей для бизнес-объектов и подхода Business Capabilities Framework для бизнес-процессов, принципов кодификации. Предложена классификация ИИ-агентов (исследователи, конструкторы, роботы-исполнители) для обеспечения адаптивности и автоматизации в композитных архитектурах. В качестве перспективной архитектурной основы рассмотрена онтологическая платформа. Результаты создают основу для дальнейших исследований в области методологии, моделирования и программной реализации композитных систем.

Ключевые слова: композитная ERP, эмерджентная стратификация, ИИ-агенты, онтологическая платформа, импортозамещение.

Для цитирования: Гимранов Р. Д. Проблемные вопросы построения композитного ландшафта корпоративных систем учета и управления (ERP). *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):39–44.

Поступила в редакцию: 16.02.2026.

В окончательном варианте: 24.03.2026.

KEY CHALLENGES IN CREATING AN INTEGRATED ERP ENVIRONMENT

R. D. Gimranov

“Surgutneftegas” PJSC, Surgut, Russian Federation
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9928-8416>, ✉ gimranov_rd@mail.ru

Abstract: we studied how large enterprises develop integrated enterprise resource planning (ERP) systems under import substitution, where they must combine software from multiple vendors into a single solution. We analyzed discussions from 2022–2025 and identified key tensions between integration and adaptability, as well as the lack of a formal approach to business architecture design. We applied the emergent stratification method to structure requirements and proposed a four-layer model: the conceptual layer, the business model layer, the application layer, and the infrastructure layer. At the conceptual layer, we selected ontological models for business objects, applied the Business Capabilities Framework to describe business processes, and established codification principles. We classified AI agents as explorers, constructors, and executors to support adaptability and automation in integrated architectures. We considered an ontology-based platform as a promising foundation for system architecture. Our results provide a basis for further research on methods, modeling, and software implementation of integrated ERP systems.

Keywords: integrated ERP, emergent stratification, AI agents, ontology platform, import substitution.

Cite this article: Gimranov R. D. Key Challenges in Creating an Integrated ERP Environment. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):39–44.

Original article submitted: 16.02.2026.

Revision submitted: 24.03.2026.

Введение

Создание композитных ИТ-ландшафтов на уровне ERP (не на инфраструктурном уровне) ведется достаточно давно, потому что есть потребность в преодолении противоречия в развитии корпоративных информационных систем. Это противоречие между функциональной сложностью и интегрированностью с одной стороны и быстрой адаптивностью с другой стороны [1]. Разработаны различные архитектурные подходы для разрешения этого противоречия. Кроме известной в первое десятилетие XXI века сервисно-ориентированной архитектуры (SOA), разрабатываются решения с применением

микросервисной архитектуры, при которой приоритет отдается адаптивности [2], с использованием архитектуры компокуемых приложений (Composable Applications) [3], при помощи построения совершенно новых архитектур на онтологических моделях [4–8]. Эти попытки пока не привели к появлению действующих информационных систем, которые обеспечивали бы быструю адаптивность по бизнес-требованиям в сложных интегрированных корпоративных информационных системах.

Актуальность

В настоящее время все предприятия России решают вопросы импортозамещения программных продуктов недружественных государств, в том числе замещения систем ERP. Для этого класса систем функционально полных аналогов корпоративного уровня в России нет. Есть системы различных производителей, входящие в реестр Минцифры, которые хорошо покрывают некоторую часть бизнес-областей. Поэтому крупные предприятия обречены на композитные ERP-ландшафты, когда приходится сочетать программные продукты различных производителей в комплексное интегрированное решение. Таким образом, к классическому противоречию между интегрированностью и адаптивностью добавляются сложности обеспечения сквозных процессов и моделей данных в различных информационных системах и платформах. Для осознания масштабности задач и поиска возможных вариантов решений были организованы дискуссии на площадках конференций «ИТ-суверенитет. Мифы и реальность» в 2022–2025 годах в секции «Композитная ERP», мозговые штурмы в фокусных группах под эгидой 4CIO (например, конференция «Подмосковные вечера», секция 6 «Реальность и перспективы композитной архитектуры»), дискуссии в рамках ЦИПР [9] и другие. В ходе дискуссий выявлены следующие особенности:

- композирование необходимо обеспечить на бизнес-уровне (бизнес-процессы и бизнес-объекты). При этом годной — формализованной, апробированной, инструментализированной методологии по бизнес-композированию нет, также как реализующей эту задачу программной технологии;
- на уровне обмена данными с интеграционными задачами справляются различные шины обмена данными, а также протоколы прямого обмена между системами;
- нереально ставить задачи переписывания всей или значительной части функциональности, чтобы реализовать «новый монолит». Успешных проектов по такой разработке за 4 года нет. Необходимо сохранять и учиться использовать те решения, которые на рынке уже есть;
- нет технологически годного решения для обеспечения адаптивности, близкой к режиму реального времени. Если по написанию кода есть определенные перспективы, такие как вайб-коддинг [10], то по работе в классической водопадной модели внесения бизнес-изменений реальных действенных альтернатив нет. Предлагаемые в качестве альтернативы микросервисные подходы по модели Agile [11, 12] неспособны обеспечить интегрированную функциональность в управляемом развитии.

Таким образом, зафиксирована потребность в создании комплексного решения, которое бы методологически, технологически и программно позволяло строить мультикомпонентные композитные ERP-ландшафты, в которые должны органично вписываться действующие программные продукты. При этом они должны изначально (by design) поддерживать работу с нейросетями, так как в ИТ-отрасли активно развиваются технологии с использованием нейросетей (генеративный искусственный интеллект, GenAI). А также в связи с дефицитом бюджетов и сложной экономической ситуацией разрабатываемый подход должен обеспечивать перспективное развитие без необходимости перепрограммирования уже доступных на рынке компонент и без их перевнедрения у заказчиков.

Эмерджентная стратификация композитной ERP

Согласно теории систем [13] страта — это уровень абстрагирования, заданный конкретной моделью. С применением метода эмерджентной стратификации [14], когда страты задаются путем определения эмерджентных свойств, разработана модель эмерджентной стратификации композитной ERP, построенная для целей управления развитием архитектурных и технологических решений по композированию ERP-систем с учетом указанных выше особенностей.

Следуя принципу независимости описания страт (на каждой страте действует свой собственный набор терминов, законов, правил), далее можно моделировать, развивать каждую страту самостоятельно. При этом, так как требования выставляются сверху-вниз, очевидно, проектировать необходимо также сверху-вниз либо итеративно.

Таблица

Эмерджентная стратификация композитной ERP

| № | Страта | Особенности | Эмерджентные свойства | Требования к нижестоящей страте |
|---|-------------------------|--|---|--|
| 3 | Методологическая | На этой страте определяются «правила игры» и основные принципы | Правила построения бизнес-архитектуры | Мета-модель, соглашение о моделировании, принципы кодификации, правила расширения шаблонов |
| 2 | Бизнес-моделей | На этой страте разрабатываются модели, как шаблонные, так и конкретные | Моделирование бизнес-процессов и бизнес-объектов | Модели бизнес-процессов и бизнес-объектов — шаблонные и расширенные |
| 1 | Информационных систем | На этой страте модели реализуются на цифровой платформе | Цифровые экземпляры (двойники?) бизнес-процессов и бизнес-объектов | Требования к производительности вычислительных ресурсов |
| 0 | Вычислительных ресурсов | На этой страте — аппаратные ресурсы и обеспечивающие сервисы (кондиционирование, пожаротушение, бесперебойное питание, защита) | Виртуальная (облачная) инфраструктура, потреблять ресурсы в которой возможно без необходимости знать внутреннее устройство страты | |

Методологическая страта

На этой страте задаются методологические подходы, принципы, политики, критерии — основные правила, по которым будут разрабатываться модели бизнес-процессов и бизнес-объектов. Структурным (статическим) центром страты является метамодель, а процессным (динамическим) центром — правила, подходы моделирования. В связи с тем, что к настоящему времени уже разработано несколько подходов, целесообразно выбрать из них наиболее подходящий и провести его адаптацию. В совокупности метамодель, подход к моделированию и правила их применения составляют фреймворк композитной архитектуры.

Принципиально важно выбрать на этой страте верный подход к моделированию как бизнес-объектов, так и бизнес-процессов. При выборе методов, правил, принципов необходимо принимать во внимание следующие критерии:

- универсальность — модели, разрабатываемые по методологическим правилам страты, должны быть универсальны для использования в различных целях различными цифровыми платформами, включая уже существующие ERP (GlobalERP, Галактика, Диасофт и другие);
- масштабируемость — методы и правила моделирования должны быть работоспособны и реализуемы для очень сложных моделей бизнес-процессов крупного промышленного предприятия;
- кодифицируемость — элементы моделей должны быть структурированы таким образом, чтобы можно было построить иерархическую классификацию элементов и присвоить каждому объекту составной код, определяющий элемент и его место в структуре. Возможно (и скорее всего будет обязательно) применение фасетных принципов классификации.

На основе обобщения собственного опыта работы с различными структурными моделями предлагаем использовать онтологические модели для бизнес-объектов. В качестве опорной методологии моделирования бизнес-процессов может выступить Business Capabilities Framework [15]. Данный подход развивает команда архитекторов ООО «ТерраЛинк» в проектах по разработке моделей композит-

ной ERP. Стандартом моделирования бизнес-процессов практически повсеместно выбран BPMN2. В процессе работы над стратой гипотезы по выбору подходов будут проработаны и, возможно, скорректированы.

Страта бизнес-моделей

На этой страте проводятся работы по моделированию композитных ERP-архитектур как совокупности бизнес-процессов и бизнес-объектов. Для возможности тиражирования успешного опыта необходимо создание ориентировочной основы — шаблонных моделей. Необходима разработка и кодирование шаблонов по широкому спектру функциональных направлений (групп процессов), ориентированных на крупные промышленные предприятия (в отраслевой специфике). Целесообразно разрабатывать шаблоны на основе функциональности и структур, уже реализованных в имеющихся на рынке ERP-системах. При этом принципиально важно реализовать кодификацию как в моделях, так и в программной реализации ERP-систем, представленных на рынке. Подобная работа уже проводится в рамках АНО «Национальный центр компетенций по информационным системам управления холдингом».

На основе шаблонных моделей для каждого предприятия создается экземпляр уникальной композитной архитектуры. При этом сохраняется сопоставимость с шаблонными моделями, за счет использования которых обеспечивается снижение продолжительности и трудоемкости моделирования. В реальной жизни зачастую моделирование не проводится, а сразу выполняется подгонка ERP под конкретные особенности предприятия. В этом случае наличие шаблонных моделей особенно важно.

Исходя из особенностей данной стратегии и вышестоящей методологической стратегии можно предложить следующие критерии для реализации моделей бизнес-процессов и бизнес-объектов:

- иметь в основе модель ERP. Кажется, в настоящее время функциональные границы ERP размываются, однако до сих пор не предложено годной и апробированной альтернативы разработанной Gartner модели ERP, поэтому в основу положить больше нечего. А если основу не выбрать, шаблонные модели будут ситуативными и применимыми лишь в интересах некоторых компаний;
- иерархичность. В силу сложности устройства бизнес-моделей крупных промышленных предприятий и шаблонные, и конкретные модели должны создаваться иерархично, повышая детальность от уровня к уровню. Кроме того, заданная иерархическая структура позволит разработать «снизу» конкретный бизнес-процесс без потери понимания его интегрируемости в общую архитектуру;
- контролируемая адаптивность. Реализация конкретных моделей для конкретного предприятия должна позволять увидеть, какие шаблоны были использованы и каким образом модифицированы/адаптированы.

Страта программных систем, модулей, включая решения на GenAI

На этой страте модели получают свою цифровую жизнь: моделируются и реализуются в виде конкретных программных решений. Программная архитектура модульных информационных систем хорошо реализуема и не представляет сложности. В каждом конкретном случае она будет опираться на модульную структуру ERP конкретного производителя, выбранную для функциональной области. При условии кодификации элементов шаблонов моделей в реализации конкретного разработчика будет достаточно просто обеспечивать как функциональную полноту, так и интегрированность, через спецификации кодифицированных элементов. Кодификация также позволяет проводить сравнительный анализ вариантов реализации элементов композитной архитектуры на продуктах разных производителей: оценить объем доработок, сложность и масштабность необходимой интеграции (прямой и брокерской).

Сложные системы легче изменить, чем смоделировать, поэтому конкретные реализации композитных архитектур будут модифицированы на ходу, без предварительного моделирования. Значит, на основе шаблонов, использованных с вышестоящей стратегии, будут созданы экземпляры, знания о которых содержатся в них самих и больше нигде.

Учитывая вышеописанные особенности, а именно кодифицируемость и живую модификацию, можно задать области эффективного применения ИИ-агентов внутри таких композитных архитектур:

- агенты-исследователи (АИ). В конкретной программной реализации постоянно исследуют особенности бизнес-элементов (операций, объектов, атрибутов, связей), фиксируют отличия от шаблона. В результате АИ формируют датасеты для других агентов. Кодификация позволяет исключить ошибки классификации;

- агенты-конструкторы (АК). Создают (или модифицируют имеющиеся) по типовым или индивидуальным бизнес-запросам элементы бизнес-приложений или цельные бизнес-приложения, от данных до кодов и UI, на основе правил кодирования в конкретной среде и датасетов о бизнес-моделях. Могут быть реализованы как в виде отдельной самостоятельной платформы, так и в качестве встроенных агентов рыночных ERP-систем. Создаваемые АК элементы бизнес-приложений могут фиксироваться как изменение в системе или быть сгенерированы ситуативно под оперативную задачу и после исполнения удалены;

- агенты — роботы-исполнители (АР). Запускают конкретные бизнес-приложения или элементы бизнес-приложений под задачи пользователей-людей и АК. АР-организаторы оркестрируют запуски экземпляров АР.

Для успешной реализации ИИ-компонентов с минимизацией негативных факторов [16] — исключения галлюцинаций, требований огромных вычислительных мощностей, неэффективных взаимоотношений с пользователями-людьми — необходимо следовать следующим правилам:

- четко определять функциональное назначение каждого ИИ-агента;
- четко задавать контекст для каждого типа ИИ-агентов, обучать только на сведениях, необходимых для выполнения конкретной задачи;
- задавать границы доступа ИИ-агентам внутри каждой ERP. Это имеет значение и с точки зрения кибербезопасности (тема встраивания киберзащиты — security-by-design — потребует отдельного рассмотрения и проектирования), и для фокусировки области применения, используемых цифровых следов и т. п.;
- при взаимодействии с человеком позиционировать ИИ-агентов как помощников, подручное средство, не как самостоятельных сотрудников. Это снижает оппортунизм луддитов и позволяют правильно организовать работы в организационных единицах, где люди используют ИИ-помощников, повышающих их собственную результативность, а не ИИ-роботов, которые их заменят.

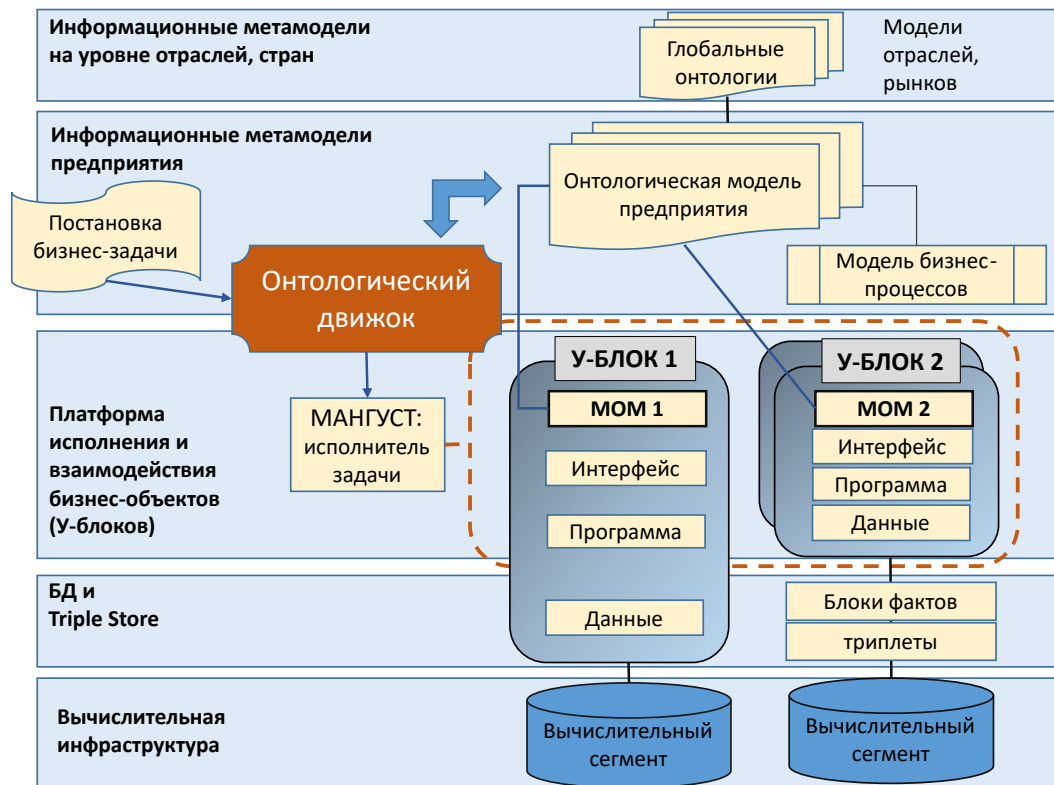


Рис. Архитектура онтологической платформы [7]

Архитектурно одним из вариантов реализации композитной ERP может быть онтологическая платформа (рис.). Архитектура онтологической платформы предполагает на нижнем уровне работу умных блоков, содержащих данные, код, интерфейс и микроонтологическую модель (МОМ), а на верхнем — работу онтологического движка, реализующего бизнес-запросы в виде мгновенных сборок

умных блоков под конкретную задачу. Архитектура разработана и опубликована [7], но не реализована ввиду отсутствия онтологического движка в готовом виде и необоснованности вложений в разработку с нуля. Работа ИИ-агентов позволит реализовать онтологическую архитектуру, так как для исследования, конструирования они будут использовать модели бизнес-объектов и процессов, легко представимые в виде онтологических.

Заключение

Представленный подход и модель по методу эмерджентной стратификации являются заявкой на реализацию моделей композитной архитектуры, а также на организацию проектов по их проектированию, моделированию, разработке — от методологических основ до создания программных компонент, внедрения и интеграции.

При этом реализация подходов пока содержит больше вопросов, чем ответов, что является значимым пространством для выполнения исследований и разработок в области архитектуры композитной ERP. Сделанные предположения и гипотезы, предложенные критерии и подходы требуют апробации и подтверждения или опровержения. Отдельными вопросами являются продумывание технологического стека для реализации и совместимость используемых разработчиками ERP различных стеков технологий для программирования, для процессов управления разработкой, тестированием, переносами программного обеспечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Horlach B., Drews P., Schirmer I. Bimodal IT: Business-IT Alignment in the Age of Digital Transformation. *Multikonferenz Wirtschaftsinformatik (MKWI)*. 2016:1417–1428.
2. Fritzsich J., Bogner J., Zimmermann A., Wagner S. From Monolith to Microservices: A Classification of Refactoring Approaches. *Lecture Notes in Computer Science*. 2019.
3. *A Technical Guide to Composable Application Architecture*. Режим доступа: <https://www.gartner.com/en/documents/4008929>.
4. Тельнов Ю. Ф. Развитие архитектур цифровых предприятий. *Научные труды Вольного экономического общества России*. 2021;230(4):230–235. DOI: 10.38197/2072-2060-2021-230-4-230-235.
5. Горшков С. Три шага к дата-центричной архитектуре. *Открытые системы. СУБД*. 2019;4:26.
6. Гайдукова Е. Ключ к гиперавтоматизации: онтологические модели. *Открытые системы. СУБД*. 2021;3:21–23.
7. Гимранов Р. Д., Холкин И. Н. *Изобретая информационные системы будущего : Теория и практика*. Сургут, 2017. 190 с.
8. Шведин Б. Я. *Онтология предприятия: экспириентологический подход: Технология построения онтологической модели предприятия*. М.: URSS; 2010. 234 с.
9. Итоги круглого стола «УльтимаТек»: как быстро промышленники перейдут на отечественные ERP. Режим доступа: <https://ultimatec.ru/news/itogi-kruglogo-stola-ultimatek-kak-bystro-promyshlenniki-pereyudut-na-otechestvennye-erp/>.
10. *Вайбкодинг: почему знания важнее инструментов*. Режим доступа: <https://habr.com/ru/articles/964324>.
11. Newman S. *Building Microservices: Designing Fine-Grained Systems*. Sebastopol: O'Reilly Media; 2015.
12. Heierhoff S., Ernsting J., Kuchen H. Integrating Agile Software Development and Enterprise Architecture Management. *Proceedings of the Annual Hawaii International Conference on System Sciences*. 2015: 4099-4108.
13. Месарович М., Мако Д., Такахара И. *Теория иерархических многоуровневых систем / пер. с англ.* М.: Мир; 1973. 344 с.
14. Гимранов Р. Д., Лугачев М. И. Подходы к построению цифрового предприятия на основе эмерджентной стратификации информационных систем. *Вестник кибернетики*. 2016;2:166-169.
15. TOGAF® Series Guide: Business Capabilities. *The Open Group*. Режим доступа: <https://publications.opengroup.org/togaf-library>.
16. Бетелин В. Б., Галкин В. А. Математические задачи, связанные с искусственным интеллектом и искусственными нейронными сетями. *Успехи кибернетики*. 2021;2(4):6–14. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-4-1.

ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КРИТИЧЕСКОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ АВТОМАТИЗАЦИИ

Э. М. Исмаилов^{1,a}, Т. В. Гавриленко^{1,2,b}

¹ Сургутский филиал федерального государственного автономного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9913-3283>, ✉ trol.8@inbox.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

Аннотация: в работе анализируются распространенные системы обогрева технологического трубопровода и последствия их отсутствия (отказа) для нефтедобывающих компаний. Обосновывается важность внедрения машинного зрения для обеспечения безопасности топливно-энергетического комплекса. Алгоритмы работы системы машинного зрения рассматриваются в связке с существующими системами промышленного электрообогрева. В результате исследования определены главные условия для качественного улучшения работы и безопасности систем электрообогрева, в которых ключевое место занимает алгоритм искусственного интеллекта.

Ключевые слова: критическая инфраструктура, машинное зрение, алгоритмы работы, система электрообогрева.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ по теме № FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах» (1023032100070-3-1.2.1).

Для цитирования: Исмаилов Э. М., Гавриленко Т. В. Влияние технологий машинного зрения на устойчивость критической инфраструктуры в условиях высокой автоматизации. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):45–50.

Поступила в редакцию: 28.01.2026.

В окончательном варианте: 21.03.2026.

THE IMPACT OF MACHINE VISION ON THE RESILIENCE OF CRITICAL INFRASTRUCTURE IN HIGHLY AUTOMATED ENVIRONMENTS

E. M. Ismailov^{1,a}, T. V. Gavrilenko^{1,2,b}

¹ Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9913-3283>, ✉ trol.8@inbox.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

Abstract: we analyzed common heating systems used in process pipelines and assessed the consequences of their absence or failure for oil-producing companies. We demonstrated the importance of applying machine vision to improve safety in the fuel and energy sector. We examined machine vision algorithms in combination with existing industrial electric heating systems. Based on this analysis, we identified the key conditions for improving the performance and safety of electric heating systems using artificial intelligence technologies.

Keywords: critical infrastructure, machine vision, operating algorithms, electric heating system.

Acknowledgements: this study is a part of the FNEF-2024-0001 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, project No. 1023032100070-3-1.2.1 Development and Implementation of Trusted Artificial Intelligence Systems Based on new Mathematical Methods and Algorithms, Fast Computing Models for Domestic Computing Systems.

Cite this article: Ismailov E. M., Gavrilenko T. V. The Impact of Machine Vision on the Resilience of Critical Infrastructure in Highly Automated Environments. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):45–50.

Original article submitted: 28.01.2026.

Revision submitted: 21.03.2026.

Введение

Система управления технологическим процессом прошла длинный путь эволюции от ручного и визуального контроля механизмов и процессов (кузнец по цвету металла определяет необходимость подать поток воздуха в печь) до интеллектуальных и киберфизических систем (информация с реального оборудования поступает на облачные диски для хранения и анализа). Инициаторами преобразований всегда были рабочие и инженеры, которые наблюдали за системами и механизмами, видя их неэффективность, а также управленцы, которые видели снижение затрат в том, что им предлагают рабочие, инженеры и исследователи. Все это уже история, по которой можно проследить, как человечество эволюционировало и постепенно передавало свою умственную и физическую работу механизмам и умным системам.

Сегодня мы можем наблюдать за машинами с автопилотом. Такие машины не просто едут по полосе движения, они анализируют ситуацию на дороге (благодаря облачному обмену данными) вплоть до попыток предугадать действия всех водителей, находящихся в потоке и на соседней полосе, кроме этого, такие автопилоты способны выстраивать маршруты, миную пробки и пресекать опасные ситуации на дороге [1].

Не обходят стороной умные системы промышленный сектор. Активно внедряются в России системы промышленного интернета вещей (IIoT (Industrial Internet of Things)), основная цель которых заключается в объединении в единую сеть огромного количества датчиков, исполнительных механизмов и интеллектуальных устройств. Данная технология позволяет повысить безаварийность технологических процессов путем диагностики контролируемого технологического участка или точечного оборудования для последующего интеллектуального анализа полученных данных системами на основе искусственного интеллекта, которые смогут планировать вывод в ремонт или техническое обслуживание систем, оборудования или технологических сетей контролируемого участка [2].

Компьютерное зрение наиболее эффективно и востребовано в критически важных секторах нефтегазовой отрасли. Один из таких секторов – это электрообогрев технологического трубопровода.

Важность электрообогрева трудно переоценить, а последствия его отсутствия или неисправности (особенно в условиях Крайнего Севера) в зимний период являются фатальными, провоцируя большие финансовые потери [3].

Представим трубу, по которой течет нефть, сжиженный газ или мазут. При отрицательной температуре и при отсутствии электрообогрева (даже если есть теплоизоляция) тяжелые нефтяные фракции в нефти сразу же начинают кристаллизоваться (в мазутопроводе это загустевание) и со временем выпадают в отложения, образуя в наиболее холодных внутренних участках трубы парафиновые наросты (в мазутопроводе происходит затвердевание), тем самым затрудняя проход нефти, сужая внутреннее сечение трубы и тем самым увеличивая энергозатраты и время на перекачку нужного объема нефтепродукта. В итоге парафиновые отложения полностью закупоривают трубу, образуя парафиновую пробку, и транспортировка нефти становится невозможной [4].

В трубопроводах со сжиженным газом (трубопроводы высокого давления) при отсутствии электрообогрева и низкой температуры вокруг трубы, из-за наличия в перекачиваемом продукте воды и при ее взаимодействии с углеводородным газом на стенках трубопровода происходит кристаллизация, которая, так же, как и в рассмотренном выше случае, приводит к полной закупорке трубопровода [4].

Если рассматривать другие, более локальные участки, например трубопроводы дренажных линий (на трубопроводах газа), промерзание таких участков приводит к выходу из строя приборов КИ-ПиА, что также ведет к большим экономическим потерям.

Основными задачами электрообогрева являются поддержание определенной, заданной системой управления температуры перекачиваемой среды и недопущение тем самым образования парафиновых отложений и кристаллов на внутренних стенках трубы.

Существуют различные виды обогрева трубопроводов:

1. Обогрев паром (является устаревшим), активно применялся в прошлом веке до изобретения электрообогрева. Ввиду сложности в проектировании, высокой затратности при обслуживании и большого количества сопутствующего оборудования в ходе эксплуатации данная система обогрева сегодня встречается крайне редко [4, 5].
2. Система обогрева с применением греющего кабеля. Данная система обогрева встречается на

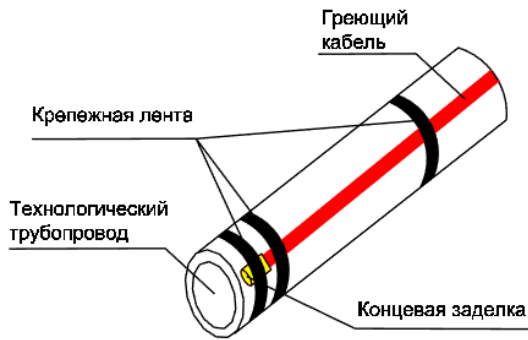


Рис. 1. Саморегулирующийся кабель [5]

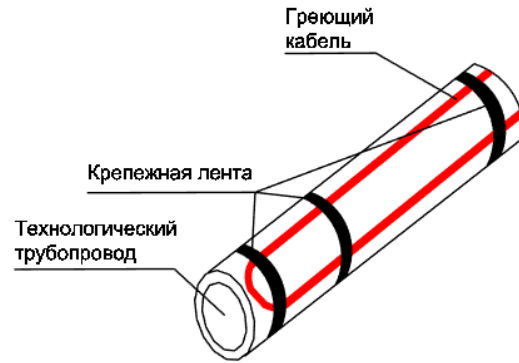


Рис. 2. Резистивный кабель [5]

всех современных объектах нефтегазовой отрасли и, в свою очередь, в зависимости от условий, требований заказчика может быть исполнена по-разному:

2.1. Саморегулирующийся кабель – греющий кабель, принцип действия которого заключается в изменении сопротивления кабеля в зависимости от температуры окружающей среды. Чем ниже температура окружающей среды вокруг такого кабеля, тем ниже его сопротивление и выше ток, соответственно, тем сильнее нагревается кабель. Обратная зависимость – когда температура окружающей среды высокая (рисунок 1) [5, 6].

2.2. Резистивный греющий кабель – греющий кабель, отличительной чертой которого является наличие постоянного сопротивления и выделение постоянной мощности по всей длине линии. Нагрев кабеля не зависит от температуры трубы и регулируется с помощью специальных датчиков температуры (рисунок 2) [5, 6].

3. Система скин-эффекта, отличительной особенностью которой является обогрев длинных участков трубопровода. Данная система отличается от предыдущих тем, что вдоль обогреваемой трубы прокладывается небольшая трубка-проводник (спутник), на которую подается переменный ток высокой частоты, который благодаря скин-эффекту вытесняется на поверхность трубки, начинающей нагреваться по всей своей длине (рисунок 3) [4, 5, 6].

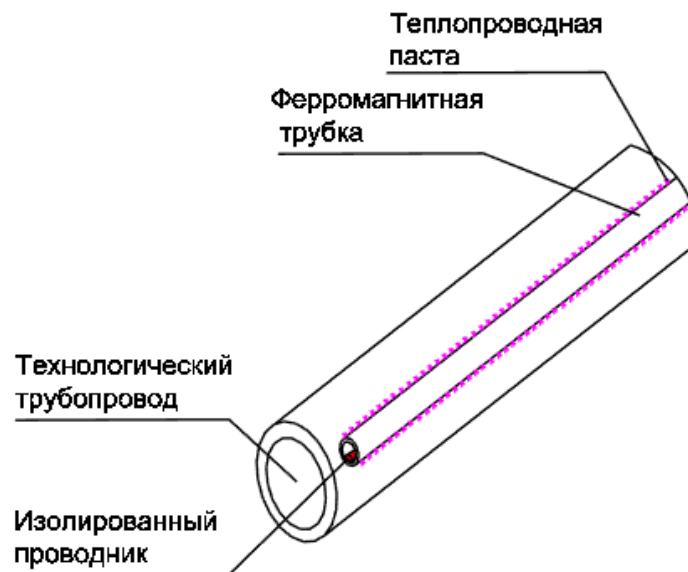


Рис. 3. Скин-система [5]

Важно подчеркнуть, что всем рассмотренным системам электрообогрева присущи свои сильные и слабые стороны и ни одна система электрообогрева не может обеспечить 100 % гарантию выполнения своей функции, несмотря на сложную систему управления и защиты.

В нефтегазовой отрасли, где последствия отказа любой системы могут быть катастрофическими, важно обеспечивать максимально возможный уровень безаварийности, поэтому внедрение в существующие и проектируемые системы электрообогрева машинного зрения (рисунок 4) в качестве дополнительной системы мониторинга и защиты является очень актуальной задачей [5, 6].

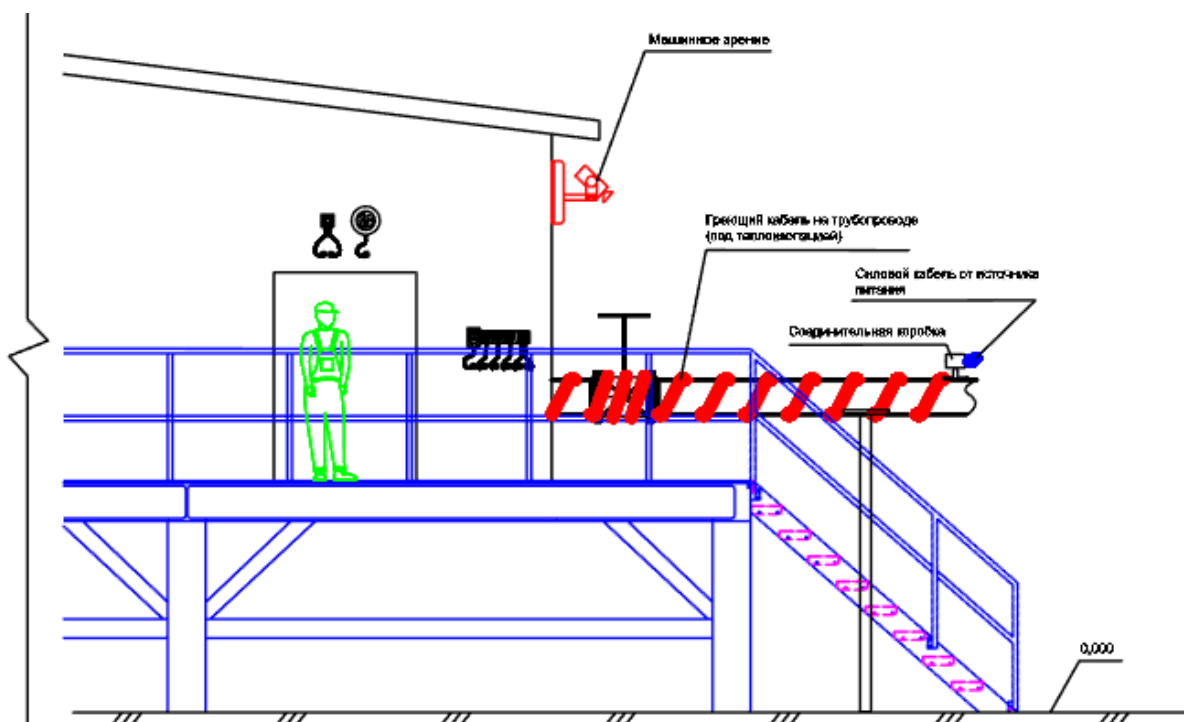


Рис. 4. Реализация машинного зрения в нефтегазовом секторе

Использование машинного зрения (МЗ) для поиска точек потери тепла по причине повреждения изоляции на технологическом трубопроводе, недогрева по причине неправильного монтажа греющего кабеля является нетривиальной задачей с высоким уровнем востребованности. Использование тепловизора в сочетании с алгоритмами МЗ может существенно повысить как эффективность систем электрообогрева, так и их безопасность. Одна из реализаций представлена на рисунке 4 (камера расположена стационарно на здании), также возможно оснастить такими камерами мобильные платформы (дроны, роботы) для того, чтобы сканировать необходимую трассу по всей длине.

Алгоритмы работы

Задача алгоритма МЗ будет заключаться в сканировании трубопровода и определении холодных, горячих и нормальных точек (таблица).

«Холодные точки»: участки трубопровода, при сканировании которых было выявлено, что их температура ниже нормы, что может говорить об отказе кабеля, который находится под теплоизоляцией, или его повреждении.

«Горячие точки»: участки трубопровода, при сканировании которых выявлен перегрев обогреваемого участка или повреждение изоляции.

«Нормальные точки»: в ходе сканирования и сравнения всех участков трубы выявлен штатный режим работы системы электрообогрева.

Ожидаемым результатом работы системы с МЗ является отправленный в операторную автоматически генерируемый отчет о штатном режиме работы системы электрообогрева или предупреждение о необходимости провести ремонт на участке трубопровода, который можно будет найти по отправленным координатам системы с МЗ. Данное техническое решение также хорошо тем, что позволяет перейти от планово-предупредительных ремонтов к ремонту по фактическому состоянию, что существенно сокращает затраты и возможные риски, связанные с человеческим фактором [7, 8].

Таблица

Алгоритмы работы системы электрообогрева

| № | Пози- ци- онное обо- значе- ние | Наименова- ние пара- метра | Ед. изм. | Тип сиг- нала | Диа- па- зон изм. (от) | Диа- пазон изме- рений (до) | LL | L | H | NN | Описание системы | реакции |
|----|--|---|-------------|---------------------|------------------------------------|---|----|---|---|-----|--|---------|
| 1. | ЕК1 | Система обогрева «Вклю- чено»/ «Выключе- но» | Лог. ед. | DI | - | - | - | - | - | - | Отображение на панели оператора | |
| 2. | ТЕ1 | Температу- ра нефте- продукта | °С | AI | -50 | +200 | +3 | | | +10 | Отображение на панели оператора: при сигнале LL система включается, при сигнале НН система отключается | |
| 3. | К1 | Система машинно- го зрения | Лог. ед. | DI | - | - | - | - | - | - | Разбивка всех снимков трубопровода на кадры, их сравнение с этало- ном и отправка итого- вого отчета на монитор оператора | |

Заключение

На основе изложенного справедливо подчеркнуть, что система управления с использованием МЗ может являться дополнением к существующим (точечным) системам измерения на основе температурных датчиков (термопара, термосопротивления) или заменить точечные измерения датчиками на пространственный анализ всего технологического трубопровода. В свою очередь, пространственный анализ помогает обнаружить локальные участки на трубопроводе, которые невозможно обнаружить с помощью точечных датчиков, такие как повреждения изоляции трубопровода, образование пробок или обледенение.

Внедрение в проектируемые и существующие системы электрообогрева технологий на основе МЗ позволяет минимизировать воздействие человеческого фактора и перейти на новый уровень автоматизации (высокой автоматизации). К тому же метод МЗ дает возможность объективно оценивать состояние контролируемого трубопровода по всей длине.

Система документообразования создает подробную цифровую карту, по которой можно точно определить участки планового или экстренного обслуживания трубы и греющего кабеля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сааков В. В., Кашиев Г. К., Боготов И. М., Киринов Д. А. Машинное зрение. *Современные аспекты развития науки и образования: сборник статей Международной научно-практической конференции*. Пенза, 2022:22–24. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48798200>.
2. Исмаилов Э. М., Гавриленко Т. В. Проблема устойчивости критической инфраструктуры в условиях высокого уровня автоматизации. *Успехи кибернетики*. 2025;6(2):75–79.
3. Гайнитдинов Б. А., Аюпов А. Р. Электрообогрев резервуаров. *Интеграция науки и практики как условие технологического прорыва: сборник статей Международной научно-практической конференции: в 3 частях. Часть 2*. Уфа, 2017:10–16. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30527091>.

4. Хренков Н. Н., Струпинский М. Л., Кувалдин А. Б. Научные исследования, разработка, организация производства и внедрение системы индукционно-резистивного обогрева длинных и сверхдлинных трубопроводов. *Промышленный электрообогрев и электроотопление*. 2015;1–3. Режим доступа: <https://sst.ru/press/expert-articles/research-development-production-organization-and-implementation-of-induction-resistance-heating-of-l/>.
5. Хренков Н. Н., Струпинский М. Л., Кувалдин А. Б. *Проектирование и эксплуатация систем электрического обогрева в нефтегазовой отрасли*. Москва: ЛитРес; 2023.
6. Левин М. Ю., Нагорнов С. А., Левина Е. Ю., Левина Л. В., Коваленко И. А. Метод измерения температуры топлива с применением машинного зрения. *Современные проблемы науки и образования*. 2022;5:102–109. DOI: 10.35887/2305-2538-2022-5-102-109.
7. Хальясмаа А. И. Метод автоматического анализа тепловизионных изображений высоковольтного оборудования. *Инженерный вестник Дона*. 2025;2:335–354. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=80548638>.
8. Рада А. О., Кузнецов А. Д., Зверев Р. Е., Акулов А. О. Перспективы мониторинга состояния тепловых сетей путем тепловизионного обследования. *Уголь*. 2022;S12:149–154. DOI: 10.18796/0041-5790-2022-S12-149-154.

МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ В СОЦИАЛЬНЫХ ГРУППАХ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМОГО РЕКУРРЕНТНОГО БЛОКА

Т. Н. Конурбаева^а, А. В. Гавриленко^б

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^а ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-8593-4764>, ✉ konurbaeva.tanya@mail.ru

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1837-5698>, gavrilenko.anna.v@gmail.com

Аннотация: в статье представлен метод прогнозирования задач в неформальных группах (семьи, друзья, круги по интересам и т. д.) для систем совместного планирования, основанный на управляемом рекуррентном блоке. Управляемый рекуррентный блок выбран как более эффективный и устойчивый к переобучению вид нейронных сетей по сравнению с рекуррентными нейронными сетями и сетями долгой краткосрочной памяти для коротких последовательностей данных. Разработан алгоритм прогнозирования, который учитывает как индивидуальные поведенческие паттерны участников, так и коллективную динамику группы, что позволяет выявлять не только персонализированные, но и совместные задачи. Для оценки качества модели используется метрика F1-меры. Такой выбор обусловлен спецификой задачи: она сводится к бинарной классификации («задача возникла» или «задача не возникла») при выраженной несбалансированности классов: подавляющее большинство временных интервалов не содержат новых задач и положительные примеры встречаются крайне редко. F1-мера, являясь гармоническим средним между точностью и полнотой, обеспечивает сбалансированную оценку, одинаково учитывая как ложноположительные, так и ложноотрицательные предсказания, т.к. эти типы ошибок имеют практическое значение: пропустить реальную задачу так же нежелательно, как и сгенерировать ложное предсказание.

Ключевые слова: алгоритм прогнозирования, нейронные сети, точность предсказания, метрика оценки, социальные группы.

Для цитирования: Конурбаева Т. Н., Гавриленко А. В. Метод прогнозирования пользовательских задач в социальных группах на основе управляемого рекуррентного блока. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):51–56.

Поступила в редакцию: 28.01.2026.

В окончательном варианте: 22.03.2026.

PREDICTING TASKS IN SOCIAL GROUPS USING A GATED RECURRENT UNIT

T. N. Konurbaeva^а, A. V. Gavrilenko^б

Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^а ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-8593-4764>, ✉ konurbaeva.tanya@mail.ru

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1837-5698>, gavrilenko.anna.v@gmail.com

Abstract: we studied task prediction for informal groups (families, friends, interest groups, etc.) in collaborative planning systems. We developed a method based on a gated recurrent unit (GRU), chosen as a more efficient and robust neural network for short sequences than standard recurrent neural networks or long short-term memory networks. We implemented a prediction algorithm that considers both individual behavioral patterns and the collective dynamics of the group, enabling the identification of personalized and collaborative tasks. We evaluated the model using the F1-score, which is appropriate for this problem because it reduces to a binary classification (task / no task) with a strong class imbalance: most time intervals contain no new tasks, and positive examples are rare. The F1-score, as the harmonic mean of precision and recall, provides a balanced assessment by accounting equally for false positives and false negatives, since missing a real task is as undesirable as generating a false prediction.

Keywords: predicting algorithm, neural networks, prediction accuracy, evaluation metric, social groups.

Cite this article: Konurbaeva T. N., Gavrilenko A. V. Predicting Tasks in Social Groups Using a Gated Recurrent Unit. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):51–56.

Original article submitted: 28.01.2026.

Revision submitted: 22.03.2026.

Введение

При стремительном развитии различных цифровых платформ для совместного планирования (например, Trello, Notion, Slack, Microsoft Teams) возникает потребность в интеллектуальных инструментах, которые способны предсказать дальнейшие важные задачи для участников социальных групп и подсказать, на какие задачи следует обратить внимание в ближайшее время. Социальные группы (например, коллективы по интересам, семьи, дружеские круги и т. д.) часто сталкиваются с проблемами перегруза некоторых участников, отсутствия четкого распределения задач, пропуска дедлайнов и отсутствия коммуникации между всеми участниками. Для оперативного и эффективного выполнения задач в современных реалиях нужны инструменты, которые помогут скоординировать действия участников группы, а также способные дать персонализированные рекомендации по дальнейшим задачам, исходя из ранее созданного списка.

Метод прогнозирования задач в неформальных группах

Задачу предвосхищения потребностей участников социальных групп отлично решает прогнозирование будущих пользовательских задач. Задача в контексте совместной деятельности — это не статичное требование, а динамичное событие, разворачивающееся во времени и требующее учета различных факторов: будет ли задача создана в ближайшее время, тип задачи (например, уход за собой, бытовые дела, развлечения, общение), временные параметры, а также контекст (связь с другими задачами, участие конкретных участников, зависимость от внешних событий).

Чтобы спрогнозировать следующий шаг пользователя, может быть недостаточно традиционных методов, например, правило-ориентированных систем, статистических моделей (ARIMA, экспоненциальное сглаживание) или даже простых рекомендательных алгоритмов, которые не так эффективно могут обработать многомерные, динамичные и сильно разреженные последовательности [1]. В то же время современные методы глубокого обучения, особенно рекуррентные архитектуры, демонстрируют высокий потенциал в моделировании временных зависимостей в поведении пользователей.

В данной работе наиболее удачным методом для прогнозирования задач на основе исторических пользовательских данных будет рекуррентный управляемый блок (GRU), что обусловлено спецификой задачи совместного планирования.

Рисунок 1 наглядно показывает структуру GRU.

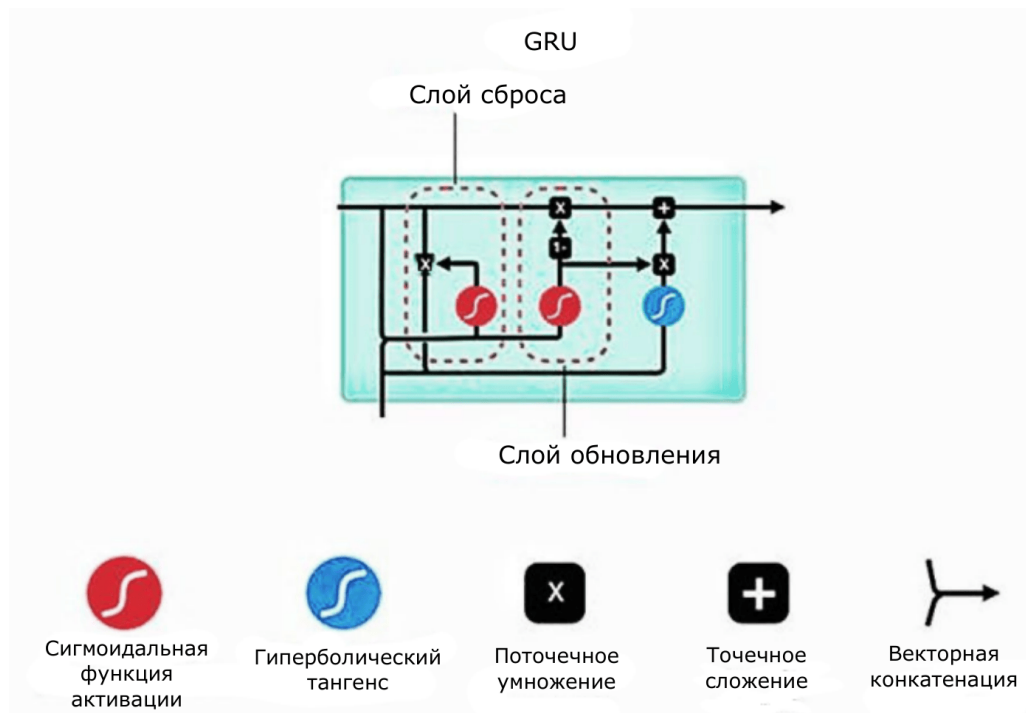


Рис. 1. Структура управляемого рекуррентного блока

Управляемые рекуррентные блоки (GRU) решают проблемы затухания градиента и пробелов в контексте во время долгого промежутка времени, с чем не справляются традиционные рекуррентные

нейронные сети (RNN) [2, 3, 4]. При планировании особенно важно запоминание контекста предыдущих задач, чтобы правильно подсказывать участникам группы дальнейшие действия. Долгая краткосрочная память (LSTM) тоже способна решать проблемы затухания градиента, однако в сравнении с GRU имеет большее количество параметров, требует большего объема обучающих выборок и вычислительных ресурсов [5, 6]. К примеру, GRU отлично подходят для формирования пользовательских списков задач на неделю или несколько дней, которые имеют временные зависимости средней длины.

Для совместного планирования LSTM является избыточной, т. к. отсутствуют сложные временные зависимости, также GRU показывает зачастую точность при анализе коротких или шумных временных рядов, которая сравнима или превосходит LSTM и традиционные статистические подходы (например, ARIMA и методы сглаживания). Поэтому GRU-нейросети считаются оптимальным решением для прогнозирования предстоящих пользовательских задач и мероприятий.

Алгоритм прогнозирования пользовательских задач

Разработана и проиллюстрирована схема (рисунок 2), которая показывает этапы прогнозирования будущих задач пользователей с помощью GRU.



Рис. 2. Блок-схема алгоритма прогнозирования, учитывающего предыдущие пользовательские задачи

Работа алгоритма осуществляется по следующим этапам:

1. Анализ и подготовка пользовательской истории задач.

Данные по созданным задачам пользователей собираются в системе, очищаются от ошибок, нормализуются, чтобы в дальнейшем модель могла с максимальной точностью выдать рекомендации, актуальные для конкретных групп пользователей. Поэтому на этом этапе устраняются как грамматические ошибки, так и логические несоответствия, унифицируются все даты, пропущенные поля для

сохранения целостности данных заполняются или удаляются, а данные по категориям меняются на код в виде чисел.

2. Формирование обучающих подмножеств.

Данные, которые были собраны на предыдущем этапе, подразделяются на три подмножества (обучающая, валидационная и тестовая выборки).

3. Обучение рекуррентной нейросети на основе GRU.

Для обучения модели нейросети с использованием обучающей выборки и настройки гиперпараметров для выявления переобучения модели используется валидационная выборка.

4. Формирование персонализированных рекомендаций.

Система выдает прогноз будущих задач для пользователя, который строится на основе его выполненного и текущего списка задач и который поможет спланировать, скоординировать дальнейшие действия.

5. Обратная связь от пользователя.

Ознакомившись с рекомендациями по дальнейшим задачам, пользователь может принять их, отклонить или по необходимости редактировать, эти действия будут внесены в базу данных.

6. Совершенствование модели.

Данные о задачах (о выполненных и новых внесенных пользователем) используются для оценки точности прогноза, что позволяет модели совершенствоваться и адаптироваться под изменения в поведении пользователей (увеличение/уменьшение динамики выполнения задач, изменение приоритетов и предпочтений), а также способствует выдаче актуальных рекомендаций для пользователей.

Рассмотрим пример применения предложенного алгоритма прогнозирования. В качестве входных данных используется историческая информация о задачах пользователя, включающая как завершенные, так и текущие обязательства. Например, есть список следующих пользовательских задач:

1. Название: стрижка; описание: посещение парикмахера на ул. Ленина, 26; статус: завершено; время выполнения: 1 час; приоритет: высокий; ответственные: пользователь1; дедлайн: 1 февраля 2025 г.

2. Название: уборка; описание: генеральная уборка квартиры; статус: завершено; время выполнения: 2 часа; приоритет: средний; ответственные: пользователь2; дедлайн: 3 февраля 2025 г.

3. Название: эндокринолог; описание: плановый осмотр у врача в клинике «Labroom» на ул. Энгельса, 11; статус: завершено; время выполнения: 3 часа; приоритет: высокий; ответственные: пользователь1; дедлайн: 2 февраля 2025 г.

4. Название: подарки; описание: выбор и покупка подарков к Новому году; статус: не начато; время выполнения: 21 день; приоритет: высокий; ответственные: пользователь2; дедлайн: 31 декабря 2025 г.

Затем происходит обработка:

1. Очистка и унификация данных.

2. Формирование обучающих подмножеств.

3. Обучение рекуррентной нейросети на основе GRU.

4. Формирование персонализированных рекомендаций.

После этого будет показан список задач, которые могут потребоваться:

1. Название: сдача анализов; описание: сдать анализы в клинике после визита к эндокринологу; статус: рекомендовано; время выполнения: 2 часа; приоритет: высокий; ответственные: пользователь1; дедлайн: 5 февраля 2025 г.

2. Название: организация хранения вещей; описание: систематизация сезонных вещей после генеральной уборки; статус: рекомендовано; время выполнения: 5 часов; приоритет: средний; ответственные: пользователь2; дедлайн: 7 февраля 2025 г.

3. Название: подбор витаминного комплекса; описание: исследование и покупка добавок по рекомендации врача или на основе текущего состояния здоровья; статус: рекомендовано; время выполнения: 2 часа; приоритет: средний; ответственные: пользователь1; дедлайн: 6 февраля 2025 г.

4. Название: составление списка гостей на Новый год; описание: планирование круга приглашенных, обсуждение формата праздника; статус: рекомендовано; время выполнения: 2 дня; приоритет: средний; ответственные: пользователь2; дедлайн: 15 ноября 2025 г.

Просмотрев рекомендации, пользователи могут согласиться с ними, отказаться от их выполне-

ния или внести свои коррективы, что отобразится в базе данных.

После этого модель дообучается и обновляется с учетом новых данных.

Алгоритм помогает пользователям экономить время при планировании, подсказывая те задачи, которые могут понадобиться в будущем, учитывая предыдущий контекст задач. За счет того, что модель получает обратную связь от пользователей и дообучается на новых данных, прогнозы будут оставаться актуальными для пользователей.

Метрика для оценки точности алгоритма прогнозирования пользовательских задач

Чтобы оценить качество алгоритма прогнозирования, применяется метрика F1-мера (F1-Score), которая будет учитывать как точность предсказаний задач, так и их полноту [7], что позволяет понять, насколько хорошо алгоритм предсказывает важные задачи. Важно, чтобы для помощи пользователям учитывались как частые задачи, которые пользователи выполняют почти ежедневно, так и редкие задачи, которые актуальны только в определенный промежуток времени.

Полнота и точность в стандартном виде имеют взаимосвязь, представленную на рисунке 3.

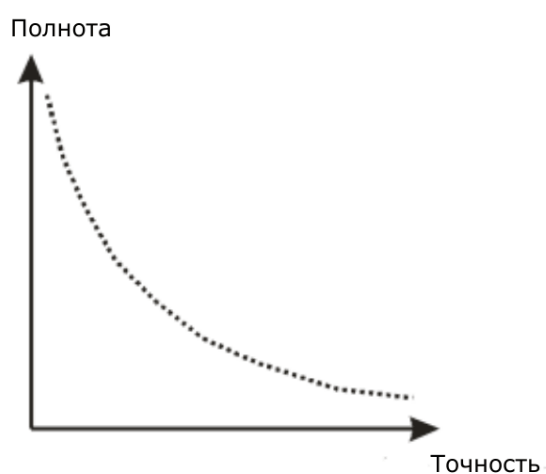


Рис. 3. Зависимость полноты и точности [8]

Для расчета точности (Precision) используется формула 1:

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}, \quad (1)$$

где TP — результат предсказания, где модель верно предсказала задачу; FP — результат предсказания, где модель предсказала задачу, которая не несет актуальности для пользователя.

Полнота (Recall) рассчитывается по формуле 2:

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}, \quad (2)$$

где TP — результат предсказания, где модель верно предсказала задачу; FN — результат предсказания, где модель пропустила задачу, которая для пользователя важна.

Для расчета F1-меры используется формула 3:

$$F1 = 2 \times \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}} \quad (3)$$

где Precision — точность результата прогноза будущей задачи для пользователя; Recall — полнота результата прогноза пользовательской задачи.

Пропуск задачи при прогнозировании может стать критичной ошибкой, т.к. у пользователя не происходит экономии времени при планировании, также дополнительная нагрузка может возникнуть из-за рекомендации совершенно бесполезных задач. Такую ошибку могут допустить регрессии (средняя абсолютная ошибка (MAE), среднеквадратичная ошибка (MSE)), поэтому выбирать их основной мерой будет не самым оптимальным вариантом.

Важно учитывать баланс между точностью и полнотой предсказаний, поскольку пропуск важных задач приводит к потере времени при планировании, поэтому оценивать работу алгоритма нужно максимально точно, для чего F1-мера и становится самым подходящим вариантом для применения.

Заключение

Таким образом, GRU-сети имеют преимущество перед RNN, LSTM и классическими моделями (ARIMA, экспоненциальное сглаживание), т. к. они устойчивы к переобучению и эффективны для коротких последовательностей, что делает их максимально подходящими для прогнозирования будущих пользовательских задач, также эти сети способны учитывать привычки и динамику выполнения задач участников в социальных группах. Наиболее оптимальным вариантом метрики оценки алгоритма является F1-мера, учитывающая сильную несбалансированность данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Платонова А. И., Попов, В. С. Сравнение точности моделей прогнозирования временных рядов: ARIMA, Prophet, LSTM и GRU. *Современные инновации, системы и технологии*. 2025;5(2):3061–3070. DOI: 10.47813/2782-2818-2025-5-2-3061-3070.
2. Гафаров Ф. М. *Нейронные сети в PyTorch*. Казань: Казанский федеральный университет; 2024. 106 с.
3. Созыкин А. В. Обзор методов обучения глубоких нейронных сетей. *Вестник ЮУрГУ*. 2017;6(3):28–59. DOI: 10.14529/cmse170303.
4. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. *Глубокое обучение*. М.: ДМК Пресс; 2018. 652 с.
5. Hochreiter J. *Untersuchungen zu dynamischen neuronalen Netzen*. München: Technische Universität München; 1991. 74 с.
6. Конурбаева Т. Н., Гавриленко А. В. Метод и алгоритм прогнозирования дальнейших задач и мероприятий пользователей на основе исторических данных в системе совместного планирования. *Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты: сборник трудов Национальной научно-практической конференции*. Москва, 2025:597–600.
7. Конурбаева Т. Н. Метрика оценки точности предсказаний для алгоритма прогнозирования пользовательских задач в социальных группах. *Наука сегодня: актуальные исследования: сборник статей II Всероссийской научно-практической конференции*. Петрозаводск, 2025:319–323.
8. Кугаевских А. В., Муромцев Д. И., Кирсанова О. В. *Классические методы машинного обучения*. СПб: Университет ИТМО; 2022. 53 с.

О РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С ИЗВЕСТНОЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНО ПОДВИЖНОЙ ГРАНИЦЕЙ ДЛЯ РАЗРЫВНОГО ПОТОКА ТЕПЛА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

М. Е. Коржова^a, Б. А. Марков^b, А. И. Сидикова^c

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-2084-2093>, ✉ korzhovame@susu.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6811-4583>, markovba@susu.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6077-0929>, sidikovaai@susu.ru

Аннотация: в статье изучается обратная задача на полупрямой. Среда рассматривается как композитная, состоящая из защитного слоя с низкой теплопроводностью и защищенного им материала. На разделе сред находится датчик измерения температуры, согласно показаниям которого возможно определить температуру на внешней поверхности защитного слоя. Граница движется по мере исчезновения защитного слоя по кусочно-линейному закону, этот закон может быть найден экспериментально и в задаче считается известным. При движении границы температура на ней известна и равна температуре разрушения защитного слоя. Когда распад слоя прекращается, получается задача, решение которой уже известно, если начальное условие на материале однородное. Для того, чтобы избавиться от неоднородности в начальном условии, необходимо его построить точно, для чего требуется решить задачу с подвижной границей. Поэтому в работе строится точное решение задачи с подвижной границей для случая кусочно-линейного движения, после чего задача сводится к уже решенной. В статье так же приводится краткое описание решения обратной задачи, построенное авторами ранее.

Ключевые слова: точное решение, подвижная граница, обратная задача теплопроводности.

Для цитирования: Коржова М. Е., Марков Б. А., Сидикова А. И. О решении обратной задачи с известной кусочно-линейно подвижной границей для разрывного потока тепла на границе раздела сред. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):57–63.

Поступила в редакцию: 22.10.2025.

В окончательном варианте: 15.11.2025.

SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM WITH A KNOWN PIECEWISE LINEAR MOVING BOUNDARY FOR DISCONTINUOUS HEAT FLOW AT THE MEDIUM INTERFACE

M. E. Korzhova^a, B. A. Markov^b, A. I. Sidikova^c

South Ural state University, Chelyabinsk, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-2084-2093>, ✉ korzhovame@susu.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6811-4583>, markovba@susu.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6077-0929>, sidikovaai@susu.ru

Abstract: we studied the inverse problem on a half-line for a composite medium consisting of a protective layer with low thermal conductivity and the underlying material. A temperature sensor is placed at the interface between the two media, allowing the determination of temperature on the outer surface of the protective layer. The boundary moves as the protective layer decays according to a piecewise-linear law, which can be determined experimentally and is considered known. The temperature at the moving boundary is fixed and equal to the destruction temperature of the protective layer.

When the layer finishes decaying, the problem reduces to a case with a homogeneous initial condition on the material, for which the solution is already known. To account for heterogeneity in the initial condition, it is necessary to construct it accurately by solving the problem with the moving boundary. Therefore, we constructed an exact solution for the moving-boundary problem under piecewise-linear motion, after which the problem reduces to the already solved case. The article also briefly summarizes the solution to the inverse problem we previously proposed.

Keywords: explicit solution, moving boundary, inverse heat conduction problem.

Cite this article: Korzhova M. E., Markov B. A., Sidikova A. I. Solution of the Inverse Problem with a Known Piecewise Linear Moving Boundary for Discontinuous Heat Flow at the Medium Interface. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):57–63.

Original article submitted: 22.10.2025.

Revision submitted: 15.11.2025.

Введение

В современной технике встречаются устройства, детали которых подвержены тепловому воздействию. В результате у деталей могут меняться свойства материалов. В свою очередь, это приводит к выходу устройства из строя.

Чтобы защитить компоненты от избыточного теплового воздействия, можно контролировать температуру поверхности. А так как температура может быть слишком велика для непосредственного измерения, то желательно уметь решать обратную задачу температуропроводности.

Другим способом решения проблемы является нанесение защитного покрытия. Покрытие на некоторое время защитит устройство, но затруднит решение обратной задачи, поставленной уже для композитного материала.

Покрытие может разрушаться под действием нагрева и других факторов. Соответственно меняются толщина защитного слоя и термическое воздействие источника тепла на материал. В настоящей работе мы предлагаем рассмотреть нагрев композитной среды с известной подвижной границей. При этом мы будем считать, что процесс разрушения защитного слоя не сопровождается выделением тепла, идущим на его разрушение, — просто слой меняет свою толщину, не внося никаких иных изменений в уравнение теплопроводности. Мы также полагаем, что при разрушении защитного слоя температура на его поверхности в точности равна температуре разрушения слоя, то есть величине T . В силу установленных внутри защитного слоя датчиков мы знаем, как движется граница разрушающегося слоя, точнее, ее положение в определенные моменты времени.

Наша задача состоит в том, чтобы, зная свойства материала и свойства среды, а также закон движения (изменения) границы, найти температуру на внешней поверхности защитного слоя. Предлагаемое нами решение задачи состоит в том, чтобы найти точное решение до того момента, когда граница останавливается, после чего решать уже обратную задачу [1–8] для неподвижной границы, используя результаты [10].

Отметим, что задача с непрерывным потоком тепла на разделе сред значительно более содержательна с прикладной точки зрения, однако она существенно более сложная, и нам представляется целесообразным разобрать сначала более простую задачу.

Математическая постановка задачи

Рассмотрим уравнение теплопроводности на полупрямой:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1(x, t)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial x^2}, & x \in (h(t); 1), & t \in (0; \infty), \\ \frac{\partial u_2(x, t)}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial x^2}, & x \in (1; +\infty), & t \in (0; \infty), \\ u_1(x, 0) = 0, & x \in [0; 1], & u_2(x, 0) = 0, & x \in (1; +\infty), \\ u_1(h(t), t) = \nu(t), & t \in [0; +\infty), & u_2(+\infty, t) = 0, & t \in [0; +\infty), \\ u_1(1, t) = u_2(1, t) = \mu(t), & t \in [0; +\infty), & a_1 \frac{\partial u_1(1, t)}{\partial x} = a_2 \frac{\partial u_2(1, t)}{\partial x}, & t \in [0; +\infty). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь мы использовали обозначения: $u_1(x, t)$ — температура при $x \in [h(t); 1], t \in [0; +\infty)$, $u_2(x, t)$ — температура при $x \in [1; +\infty), t \in [0; +\infty)$, $h(t)$ — известная функция движения границы защитного слоя, граница движется по закону $x = h(t)$, $h(0) = 0, \forall t \geq 0 \quad h(t) < 1$, $h(t)$ — монотонно возрастающая функция. Постоянные числовые коэффициенты a_1^2, a_2^2 — коэффициенты температуропроводности, известные величины. $\nu(t)$ — температура на внешней поверхности защитного слоя, в прямой задаче она считается заданной, в обратной — ее нужно определить. $\mu(t)$ — температура на границе раздела сред (на внутренней поверхности защитного слоя), в прямой задаче она не задается, так как может быть определена из решения системы уравнений, в обратной задаче она считается известной и, исходя из неё, определяется функция $\nu(t)$.

Нам также понадобятся следующие обозначения:

$$u(x, t) = \begin{cases} u_1(x, t), & x \in [h(t), 1], & t \in [0; +\infty), \\ u_2(x, t), & x \in (1; +\infty), & t \in [0; +\infty), \end{cases}$$

$$Du(x,t) = \begin{cases} a_1 \frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x}, & x \in [h(t), 1], & t \in [0; +\infty), \\ a_2 \frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x}, & x \in (1; +\infty), & t \in [0; +\infty), \end{cases} \quad (2)$$

где $u(x, t)$ — решение задачи (1).

Функция $h(t)$ задана цепочкой линейных соотношений:

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t \in [0; t_0), \\ H_1 + h_1 t, & t \in [t_0; t_1), \\ \dots \\ H_k + h_k t, & t \in [t_{k-1}; t_k), \\ H_{k+1}, & t \geq t_k, \end{cases} \quad (3)$$

где $H_1 = -h_1 t_0$, $H_2 = h_1 t_1 - h_2 t_1$, \dots , $H_{k+1} = H_k + h_k t_k$, все $h_i > 0$. Таким образом, подвижная граница останавливается в некоторый момент t_k , не достигнув границы защитного слоя $x = 1$ (т.е. $H_{k+1} < 1$), и дальше, при $t \geq t_k$, мы рассматриваем обычную краевую задачу с фиксированной границей $x = H_{k+1}$.

Так как мы хотели бы найти температуру $u_1(h(t), t) \equiv \nu(t)$, то во все моменты времени, пока граница остается подвижной, т.е. при всех $t < t_k$, температура известна и равна некоторому значению T в силу физики процесса. Поэтому нам будет достаточно решить обратную задачу для $t \geq t_k$, зная значение $u_1(1, t) \equiv \mu(t)$, полученное с некоторой точностью, и по нему определить значение температуры $u_1(H_{k+1}, t)$ на уже неподвижной границе.

Для решения обратной задачи нам понадобится распределение температуры при t_k , поэтому сначала решим прямую задачу. Так как функция $h(t)$ непрерывна, но ее производная имеет разрывы, то вряд ли получится найти классическое решение задачи (1). Поэтому разобьем задачу (1) на временные промежутки, на каждом из которых подвижная граница задается участком ломаной линии (3). К решению на следующем участке будем приступать, используя значение температуры с предыдущего участка как начальное условие.

В результате получаем цепочку задач:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1^0(x,t)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1^0(x,t)}{\partial x^2}, & x \in (0; 1), & t \in (0; t_0), \\ \frac{\partial u_2^0(x,t)}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2^0(x,t)}{\partial x^2}, & x \in (1; +\infty), & t \in (0; t_0), \\ u_1^0(x, 0) = 0, & x \in [0; 1], & u_2^0(x, 0) = 0, & x \in (1; +\infty), \\ u_1^0(0, t) = tT/t_0, & t \in [0; t_0], & u_2^0(+\infty, t) = 0, & t \in [0; t_0], \\ u_1^0(1, t) = u_2^0(1, t) = \mu(t), & t \in [0; t_1], & a_1 \frac{\partial u_1^0(1, t)}{\partial x} = a_2 \frac{\partial u_2^0(1, t)}{\partial x}, & t \in [0; t_0], \end{cases} \quad (4)$$

— для первого промежутка времени.

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1^i(x,t)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1^i(x,t)}{\partial x^2}, & x \in (H_i + h_i t; 1), & t \in (t_{i-1}; t_i), \\ \frac{\partial u_2^i(x,t)}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2^i(x,t)}{\partial x^2}, & x \in (1; +\infty), & t \in (t_{i-1}; t_i), \\ u_1^i(x, t_{i-1}) = u_1^{i-1}(x, t_{i-1}), & x \in [H_i + h_i t_{i-1}; 1], & u_2^i(x, t_{i-1}) = u_2^{i-1}(x, t_{i-1}), & x \in (1; +\infty), \\ u_1^i(H_i + h_i t, t) = T, & t \in [t_{i-1}; t_i], & u_2^i(+\infty, t) = 0, & t \in [t_{i-1}; t_i], \\ u_1^i(1, t) = u_2^i(1, t) = \mu(t), & t \in [t_{i-1}; t_i], & a_1 \frac{\partial u_1^i(1, t)}{\partial x} = a_2 \frac{\partial u_2^i(1, t)}{\partial x}, & t \in [t_{i-1}; t_i], \end{cases} \quad (5)$$

— для произвольного (кроме первого и последнего) временных промежутков и

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_1^{k+1}(x, t)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1^{k+1}(x, t)}{\partial x^2}, \quad x \in (H_{k+1}; 1), \quad t \in (t_k; +\infty), \\ \frac{\partial u_2^{k+1}(x, t)}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2^{k+1}(x, t)}{\partial x^2}, \quad x \in (1; +\infty), \quad t \in (t_k; +\infty), \\ u_1^{k+1}(x, t_k) = u_1^k(x, t_k), \quad x \in [H_{k+1}; 1], \quad u_2^{k+1}(x, t_k) = u_2^k(x, t_k), \quad x \in (1; +\infty), \\ u_1^{k+1}(H_{k+1}, t) = \nu(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \quad u_2^{k+1}(+\infty, t) = 0, \quad t \in [t_k; +\infty), \\ u_1^{k+1}(1, t) = u_2^{k+1}(1, t) = \mu(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \quad a_1 \frac{\partial u_1^{k+1}(1, t)}{\partial x} = a_2 \frac{\partial u_2^{k+1}(1, t)}{\partial x}, \quad t \in [t_k; +\infty), \end{array} \right. \quad (6)$$

— для самого последнего временного промежутка, на котором нам необходимо будет найти решение обратной задачи. Мы будем искать классическое решение [9] задач (4)–(6).

Явный вид решения

Решения задач (4)–(6) существуют и могут быть выписаны явно:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{x - H_i}{a_1} + 2Bt, \quad q_2 = \frac{s - H_i}{a_1}, \quad q_3 = \frac{1 - H_i}{a_1} + \frac{x - 1}{a_2} + 2Bt, \quad q_4 = \frac{1 - H_i}{a_1} + \frac{s - 1}{a_2}, \\ k_1 &= \frac{(q_1 - q_2)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad k_2 = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad k_3 = \frac{(q_1 - q_4)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad k_4 = \frac{(q_1 + q_4)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad k_5 = \frac{(q_3 - q_2)^2}{4(t - t_{i-1})}, \\ k_6 &= \frac{(q_3 + q_2)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad k_7 = \frac{(q_3 - q_4)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad k_8 = \frac{(q_3 + q_4)^2}{4(t - t_{i-1})}, \quad B = -\frac{h_i}{2a_1}, \quad v(s) = u^{i-1}(s, t_{i-1}) - T, \quad (7) \\ E_2(x, t) &= T \exp(A(t - t_{i-1}) + Bq_1), \quad E_4(x, t) = T \exp(A(t - t_{i-1}) + Bq_3), \quad A = -B^2, \\ J_m(x, t) &= \int_{H_i}^1 \frac{v_r(s) \exp(-Bq(2r))}{\sqrt{4\pi(t - t_{i-1})}} e^{-k_m} ds, \quad m = 1, 2, \dots, 8, \quad r = 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 2. \end{aligned}$$

Тогда решение примет вид:

$$\begin{aligned} u_1^i(x, t) &= T + E_2(x, t)(J_1(x, t) - J_2(x, t) + J_3(x, t) - J_4(x, t)), \\ u_2^i(x, t) &= T + E_4(x, t)(J_5(x, t) - J_6(x, t) + J_7(x, t) - J_8(x, t)). \end{aligned} \quad (8)$$

Постановка и решение обратной задачи

Теперь рассмотрим решение обратной задачи, сводящееся к решению обычной задачи с неподвижной границей и начальным условием.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u^{k+1}(x, t)}{\partial t} = D^2 u^{k+1}(x, t), \quad x \in (H_{k+1}; 1) \cup (1; +\infty), \quad t \in (t_k; \infty), \\ u^{k+1}(x, t_k) = u^k(x), \quad x \in [h_k; +\infty), \quad u_1^{k+1}(H_{k+1}, t) = \bar{\nu}(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \\ u_2^{k+1}(+\infty, t) = 0, \quad t \in [t_k; +\infty), \quad u_1^{k+1}(1, t) = u_2^{k+1}(1, t) = \bar{\mu}(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \\ a_1 \frac{\partial u_1^{k+1}(1, t)}{\partial x} = a_2 \frac{\partial u_2^{k+1}(1, t)}{\partial x}, \quad t \in [t_k; +\infty), \end{array} \right. \quad (9)$$

где функцию $\bar{\nu}(t)$ необходимо определить, функция $\bar{\mu}(t)$ задана.

Функция $u^k(x)$ известна, она строится из начального условия с помощью вычислений, основанных на измерении h_i . Она известна точно.

В задаче (9) избавляемся от начального условия с помощью замены:

$$\begin{aligned} u_j^{k+1}(x, t) &= U_j(x, t) + \int_{H_{k+1}}^1 \frac{u_1^k(s, t_k)}{\sqrt{4\pi(t - t_k)}} \left(\exp\left(-\frac{(\xi_j - \eta_1)^2}{4(t - t_k)}\right) + \exp\left(-\frac{(\xi_j + \eta_1)^2}{4a_1^2(t - t_k)}\right) \right) ds \\ &\quad + \int_1^{+\infty} \frac{u_2^k(s, t_k)}{\sqrt{4\pi(t - t_k)}} \left(\exp\left(-\frac{(\xi_j - \eta_2)^2}{4(t - t_k)}\right) + \exp\left(-\frac{(\xi_j + \eta_2)^2}{4(t - t_k)}\right) \right) ds, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\xi_1 = \frac{x - H_{k+1}}{a_1}, \quad \eta_1 = \frac{s - H_{k+1}}{a_1}, \quad \xi_2 = \frac{x - 1}{a_2} + \frac{1 - H_{k+1}}{a_1}, \quad \eta_2 = \frac{s - 1}{a_2} + \frac{1 - H_{k+1}}{a_1}.$$

В результате задача (9) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} = D^2 U(x, t), & x \in (H_{k+1}; 1) \cup (1; +\infty), \quad t \in (t_k; \infty), \\ U(x, t_k) = 0, & x \in [H_{k+1}; +\infty), \quad U_1(H_{k+1}, t) = q(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \\ U_2(+\infty, t) = 0, & t \in [t_k; +\infty), \quad U_1(1, t) = U_2(1, t) = \mu(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \\ a_1 \frac{\partial U_1(1, t)}{\partial x} = a_2 \frac{\partial U_2(1, t)}{\partial x} \equiv a_1 g(t), & t \in [t_k; +\infty), \end{cases} \quad (11)$$

причем:

$$\mu(t) = \bar{\mu}(t) - U_1(1, t), \quad q(t) = \bar{v}(t) - U_1(H_{k+1}, t). \quad (12)$$

В задаче (11) мы будем считать, что $q(t) \in C^2[t_k; +\infty)$, $q(t_k) = q'(t_k) = q''(t_k) = 0$, что существуют числа $b_1, b_2 > 0$, $\gamma_0 \in [0; 1/8]$, такие, что

$$\sup \{|q'(t)|, |q''(t)|\} \leq b_1, \quad \forall t \geq t_k \quad |q(t)|^2 \leq \frac{b^2}{(1+t^2)^{(1+\gamma_0)/2}}. \quad (13)$$

Мы считаем $q(t)$ неизвестной функцией. Вместо нее для обратной задачи измерим при $x = 1$ температуру $U_2(1, t)$, $t \geq t_k$. Нам нужно, используя $\mu(t)$, определить функцию $q(t)$, такую, что при подстановке ее в условие $U_1(H_{k+1}, t) = q(t)$ все остальные условия задачи (11) были бы выполнены.

Для дальнейшего нам понадобятся обозначения: пусть вместо функции $\mu(t)$ задана функция $\mu_\delta(t) \in C(0; +\infty)$, $\mu_\delta(t_k) = 0$, что $\sup_{t \in [t_k; +\infty)} |\mu_\delta(t) - \mu(t)| \leq \delta$, где $\delta > 0$ — заданная ошибка.

Введем также $\frac{\partial U_2(1, t)}{\partial x} = g(t)$, $t \geq t_k$, в случае, когда дана $\mu_\delta(t)$, мы получаем $g_\delta(t)$, такую, что существует $\sigma(\delta) > 0$, что $\sup_{t \in [t_k; +\infty)} |g_\delta(t) - g(t)| < \sigma(\delta)$.

В дальнейшем также всякую точно известную величину будем обозначать индексом 0: $\mu_0(t)$ — точное значение $\mu(t)$.

Заметим, что дальнейшее решение обратной задачи (11) является переносом работы [10] на случай полупрямой.

Преобразование Фурье

Введем класс M_r :

$$M_r = \left\{ q(t)e^{-(t-t_k)} : q(t) \in C^2(t_k; +\infty), \int_{t_k}^{+\infty} |q(t)e^{-(t-t_k)}|^2 dt + \int_{t_k}^{+\infty} |q'(t)|^2 e^{-2(t-t_k)} dt \leq r^2 \right\}, \quad (14)$$

$r > 0$ — некоторое известное число.

Предположим, что при $\mu(t), g(t) \in C^1[0; +\infty)$ существует решение $q(t)$ обратной задачи (11) и нам известны приближения этих функций $\mu_\delta(t), g_\delta(t) \in C^1[t_k; +\infty)$ с ошибкой $\delta > 0$, что

$$\sup_{t \in [t_k; +\infty)} |\mu_\delta(t) - \mu(t)| < \delta, \quad \sup_{t \in [t_k; +\infty)} |g_\delta(t) - g(t)| < 2\sqrt{2\delta d}. \quad (15)$$

Требуется определить приближенное решение $q_\delta(t)$ задачи (11)–(12) по $\mu_\delta(t), g_\delta(t), \delta$ и M_r .

Для решения задачи применим преобразование Фурье по переменной t . Чтобы применить его, сделаем замену:

$$z(x, t) = e^{-t+t_k} U_1^{k+1}(x, t), \quad x \in [H_{k+1}; +\infty), t > t_k. \quad (16)$$

Тогда задача (11) преобразуется в:

$$\begin{cases} \frac{\partial z(x, t)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial x^2} - z(x, t), & x \in (H_{k+1}; 1), \quad t \in (t_k; +\infty), \\ z(x, t_k) = 0, & x \in [H_{k+1}; 1], \quad \frac{\partial z(1, t)}{\partial x} = g(t)e^{-(t-t_k)} \equiv p(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \\ z(H_k, t) = q(t)e^{-(t-t_k)} \equiv h(t), & t \in [t_k; +\infty), \quad z(1, t) = \mu_\delta(t)e^{-(t-t_k)} \equiv s(t), \quad t \in [t_k; +\infty), \end{cases} \quad (17)$$

где $q(t)e^{-(t-t_k)} \in M_r$.

Введем оператор F , отображающий $L_2[t_k; +\infty) \cap L_1[H_{k+1}; 1]$ на $L_2[t_k; +\infty) \cap C_0(-\infty; +\infty)$ с помощью формулы:

$$\hat{q}(\tau) \equiv F[q(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} q(t)e^{-i\tau t} dt, \quad (18)$$

$$q(t) \in L_2[t_k; +\infty) \cap L_1[t_k; +\infty), \quad q(t) = q(t), \quad t > t_k, \quad q(t) = 0, \quad t \leq t_k.$$

В результате Фурье-преобразования задача (17) примет вид:

$$\begin{cases} (1 + i\tau)\hat{z}(x, \tau) = a_1^2 \frac{\partial^2 \hat{z}(x, \tau)}{\partial x^2}, & x \in [H_{k+1}; 1], \\ \hat{z}(1, \tau) = \hat{s}_\delta(\tau), \quad a_1 \frac{\partial \hat{z}(1, \tau)}{\partial x} = \hat{p}_\delta(\tau), & -\infty < \tau < +\infty. \end{cases} \quad (19)$$

Решение задачи (19) имеет вид:

$$\hat{z}(x, \tau) = A_1(\tau)e^{i\eta x} + A_2(\tau)e^{-i\eta x}, \quad (20)$$

где $\eta = \frac{\sqrt{1 + i\tau}}{a_1}$, функции $A_1(\tau)$, $A_2(\tau)$ необходимо найти.

Из (20) находим функцию $\hat{h}(\tau)$:

$$\hat{h}(\tau) = \hat{z}(H_{k+1}, \tau), \quad -\infty < \tau < +\infty. \quad (21)$$

Из решения (20), учитывая (21), получаем соотношение:

$$\tilde{h}(\tau) = T^1(\tau)\hat{s}(\tau) + T^2(\tau)\hat{p}(\tau), \quad (22)$$

где $T^1(\tau) = \text{ch}(H_k\eta)$, $T^2(\tau) = -\text{sh}(H_k\eta)/(a_1\eta)$.

Обозначим $T^1(\tau)\hat{s}(\tau) + T^2(\tau)\hat{p}(\tau)$ как $T\{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau)\}$,

$$D(T) = \{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau) : \hat{s}(\tau) \in L_2(-\infty; +\infty), \hat{p}(\tau) \in L_2(-\infty; +\infty), T\{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau)\} \in L_2(-\infty; +\infty)\}.$$

Из (22) следует, что оператор T линеен и неограничен.

Пусть $\hat{h}(\tau) = T\{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau)\}$, $\hat{s}(\tau) = F[s(t)]$, $\hat{p}(\tau) = F[p(t)]$ и $\hat{s}_\delta(\tau) = F[\mu_\delta(t)e^{-(t-t_k)}]$, $\hat{p}_\delta(\tau) = F[g_\delta(t)e^{-(t-t_k)}]$. Тогда из (15) и [10] следует, что:

$$\|\hat{s}(\tau) - \hat{s}_\delta(\tau)\|_{L_2[H_{k+1}; +\infty)} \leq \frac{\delta}{\sqrt{2}}, \quad \|\hat{p}(\tau) - \hat{p}_\delta(\tau)\|_{L_2[H_{k+1}; +\infty)} \leq 2\sqrt{2\delta}. \quad (23)$$

Множество M_r преобразуется с помощью F во множество $\hat{M}_r \supset F[M_r]$, определенное с помощью формулы:

$$\hat{M}_r = \left\{ \hat{h}(\tau) : \hat{h}(\tau) \in L_2[0; +\infty), \int_0^{+\infty} (1 + \tau^2)|\hat{h}(\tau)|^2 d\tau \leq 2r^2 \right\}. \quad (24)$$

Из того, что $h(t) \in M_r$, следует, что $\hat{h} \in \hat{M}_r$.

Оценки задачи (22)–(24)

Для решения задачи (22)–(24) используем метод проекционной регуляризации ([11], часть 4, раздел 4.1). Этот метод основан на регуляризации семейства операторов $\{T_\alpha : \alpha > 0\}$, заданных выражением:

$$T_\alpha\{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau)\} = \begin{cases} T_\alpha\{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau)\}, & |\tau| \leq \alpha, \\ 0, & |\tau| > \alpha. \end{cases} \quad (25)$$

Определим регуляризованное решение $\hat{q}_\delta^\alpha(\tau)$ задачи (22) формулой:

$$\hat{h}_\delta^\alpha(\tau) = T_\alpha\{\hat{s}_\delta(\tau), \hat{p}_\delta(\tau)\}, \quad |\tau| \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad \delta > 0. \quad (26)$$

Для выбора параметра регуляризации $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(\delta, r)$ в (26) рассмотрим оценку:

$$\|\hat{h}_\delta^\alpha(\tau) - \hat{h}(\tau)\| \leq \|\hat{h}_\delta^\alpha(\tau) - \hat{h}^\alpha(\tau)\| + \|\hat{h}^\alpha(\tau) - \hat{h}(\tau)\|, \quad (27)$$

где $\hat{h}^\alpha(\tau) = T_\alpha\{\hat{s}(\tau), \hat{p}(\tau)\}$.

Из [10] следует, что для всякого достаточно малого δ справедлива оценка:

$$\|\hat{h}_\delta(t) - h(t)\| \leq d_1 r \ln^2 \delta.$$

Поскольку $h_\delta(t) = q_\delta(t)e^{-t+t_k}$, то, используя нелинейный метод проекционной регуляризации, получаем оценку:

$$\|q_\delta(t) - q(t)\| \leq \frac{\bar{d} \sqrt{\ln \ln \frac{1}{\psi(\delta)}}}{\ln^{\gamma_0/2} \left(\frac{1}{\psi(\delta)} \right)},$$

где \bar{d} есть некая постоянная, $\psi(\delta) = d_1 r \ln^{-2}(\delta)$, $d_1 = \text{const}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. Н., Гласко В. Б. К вопросу о методах определения температуры поверхности тела. *Ж. вычисл. матем. и матем. физики*. 1967;7(4):910–914.
2. Леонов А. С. *Решение некорректно поставленных обратных задач. Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ*. М.: URSS: Либроком; 2013. 326 с.
3. Романов В. Г. *Обратные задачи математической физики*. М.: Наука; 1984. 265 с.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. *Методы решения некорректных задач*. М.: Наука; 1979. 285 с.
5. Васин В. В. Об устойчивом вычислении производной в пространстве $C(-\infty, \infty)$. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1973;13(6):1383–1389.
6. Ягола А. Г., Ван Янфей, Степанова И. Э., Титаренко В. Н. *Обратные задачи и методы их решения*. М.: БИНОМ; 2014. 216 с.
7. Кабанихин С. И. *Обратные и некорректные задачи*. Новосибирск: Сиб. науч. изд-во; 2009. 458 с.
8. Денисов В. Я. *Введение в теорию обратных задач*. М.: МГУ; 1994. 207 с.
9. Свешников А. Г., Боголюбов А. Н., Кравцов В. В. *Лекции по математической физике*. М.: МГУ; 1993. 453 с.
10. Tanana V. P., Sidikova A. I., Markov V. A. An Inverse Heat Conduction Boundary Problem for a Two-Part Rod with Different Thermal Conductivity. *Eurasian J. of Math. and Comp. App.* 2021;9(1):69–86.
11. Tanana V. P., Sidikova A. I. *Optimal Methods for Ill-Posed Problems: With Applications to Heat Conduction*. Berlin: De Gruyter; 2018. 138 p.

КООРДИНАТНОЕ И ИМПУЛЬСНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГАМИЛЬТОНА–ЯКОБИ И ГАМИЛЬТОНА

В. П. Кошчев

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), филиал
«Стрела», г. Жуковский, Московская область, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0724-9760>, ✉ koshcheev1@yandex.ru*

Аннотация: показано, что уравнение Гамильтона–Якоби можно построить в координатном и импульсном представлении с помощью дифференциальных 1-форм, удовлетворяющих лемме Пуанкаре. Показано, что одно из уравнений Гамильтона строится с помощью уравнения Гамильтона–Якоби в координатном представлении, а другое уравнение Гамильтона строится с помощью уравнения Гамильтона–Якоби в импульсном представлении.

Ключевые слова: уравнение Гамильтона–Якоби, уравнение Гамильтона, координатное представление, импульсное представление.

Для цитирования: Кошчев В. П. Координатное и импульсное представление уравнений Гамильтона–Якоби и Гамильтона. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):64–66.

Поступила в редакцию: 15.12.2025.

В окончательном варианте: 19.01.2026.

COORDINATE AND MOMENTUM REPRESENTATIONS OF HAMILTON–JACOBI AND HAMILTON EQUATIONS

V. P. Koshcheev

*Moscow Aviation Institute (National Research University), Strela branch, Zhukovsky, Moscow Region,
Russian Federation*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0724-9760>, ✉ koshcheev1@yandex.ru

Abstract: we showed that the Hamilton–Jacobi equation can be formulated in both coordinate and momentum representations using differential one-forms that satisfy Poincaré’s lemma. We also showed that one of Hamilton’s equations follows from the Hamilton–Jacobi equation in the coordinate representation, whereas the other Hamilton equation follows from the Hamilton–Jacobi equation in the momentum representation.

Keywords: Hamilton–Jacobi equation, Hamilton equation, coordinate representation, momentum representation.

Cite this article: Koshcheev V. P. Coordinate and Momentum Representations of Hamilton–Jacobi and Hamilton Equations. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):64–66.

Original article submitted: 15.12.2025.

Revision submitted: 19.01.2026.

Уравнениям Гамильтона–Якоби и Гамильтона посвящена обширная литература [1, 2], которую тем не менее можно дополнить изучением вопроса о координатном и импульсном представлении этих уравнений.

Классическое действие для динамической системы с одной степенью свободы запишем в виде определенного интеграла с переменным верхним пределом:

$$S(t) = \int_{t_0}^t L \left(t', q(t'), \frac{dq(t')}{dt'} \right) dt'. \quad (1)$$

Тогда

$$dS = L \left(t', q(t'), \frac{dq(t')}{dt'} \right) dt' \Big|_{t'=t} = L(t, q, \dot{q}) dt, \quad (2)$$

где $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$.

Пусть

$$\dot{q} = \dot{q} + v - v = v + \delta v. \quad (3)$$

Тогда

$$L(t, q, \dot{q}) = L(t, q, v + \delta v). \quad (4)$$

Приращение

$$\Delta L = L(t, q, v + \delta v) - L(t, q, v) \quad (5)$$

найдем с помощью первой вариации по Лагранжу (дифференциал Гато [3]):

$$\Delta L = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{d}{d\alpha} L(t, q, v + \alpha \delta v) = \frac{\partial L(t, q, v)}{\partial v} \delta v. \quad (6)$$

Тогда

$$L(t, q, \dot{q}) dt = \left(L(t, q, v) - v \frac{\partial L(t, q, v)}{\partial v} \right) dt + \frac{\partial L(t, q, v)}{\partial v} dq. \quad (7)$$

Если

$$\begin{cases} L(t, q, v) - v \frac{\partial L(t, q, v)}{\partial v} = -H(t, q, p) \\ \frac{\partial L(t, q, v)}{\partial v} = p, \end{cases} \quad (8)$$

где p — обобщенный импульс, а $H(t, q, p)$ — функция Гамильтона, то

$$\omega(t, q) = -H(t, q, p) dt + p dq = \frac{\partial S(t, q)}{\partial t} dt + \frac{\partial S(t, q)}{\partial q} dq. \quad (9)$$

Видно, что дифференциальная 1-форма $\omega(t, q)$ удовлетворяет лемме Пуанкаре.

Так как

$$\begin{cases} \frac{\partial S(t, q)}{\partial t} = -H(t, q, p) \\ \frac{\partial S(t, q)}{\partial q} = p, \end{cases} \quad (10)$$

то получим уравнение Гамильтона–Якоби в координатном представлении:

$$\frac{\partial S(t, q)}{\partial t} = -H \left(t, q, \frac{\partial S(t, q)}{\partial q} \right). \quad (11)$$

Так как

$$\frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial S(t, q)}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial S(t, q)}{\partial q} \right), \quad (12)$$

то с помощью (10) получим одно из уравнений Гамильтона:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\partial H(t, q, p)}{\partial q}. \quad (13)$$

Таким образом, построено одно из двух уравнений Гамильтона.

Так как

$$d(pq) = q dp + p dq, \quad (14)$$

то

$$\omega(t, p) = -H(t, q, p) dt - q dp = \frac{\partial S(t, p)}{\partial t} dt + \frac{\partial S(t, p)}{\partial p} dp. \quad (15)$$

Видно, что дифференциальная 1-форма $\omega(t, p)$ удовлетворяет лемме Пуанкаре.

Так как

$$\begin{cases} \frac{\partial S(t, p)}{\partial t} = -H(t, q, p) \\ \frac{\partial S(t, p)}{\partial p} = -q, \end{cases} \quad (16)$$

то получим уравнение Гамильтона–Якоби в импульсном представлении:

$$\frac{\partial S(t, p)}{\partial t} = -H \left(t, - \frac{\partial S(t, p)}{\partial p}, p \right). \quad (17)$$

Так как

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial S(t,p)}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial S(t,p)}{\partial p} \right), \quad (18)$$

то с помощью (16) получим другое уравнение Гамильтона:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial H(t,q,p)}{\partial p}. \quad (19)$$

Видно, что уравнения Гамильтона (13) и (19) построены в координатном и импульсном представлении соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уиттекер Э. Т. *Аналитическая динамика*. М.: УРСС; 2004.
2. Гельфанд И. М., Фомин С. В. *Вариационное исчисление*. М.: Физматгиз; 1961.
3. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. 2023. 572 с.

КОМПЛЕКСНАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ 1-ФОРМА И ПОТЕНЦИАЛ ХЕНОНА–ХЕЙЛЕСА

В. П. Кошечев

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), филиал
«Стрела», г. Жуковский, Московская область, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0724-9760>, ✉ koshcheev1@yandex.ru

Аннотация: семейство потенциалов типа Хенона–Хейлеса может быть построено при условии, что действительная или мнимая части комплексной дифференцируемой 1-формы не удовлетворяют лемме Пуанкаре. Показано, что скалярный потенциал Хенона–Хейлеса является источником циркуляции вихревого поля силы, которая действует на пробную частицу. Показано, что плотность циркуляции вихревого поля силы остается постоянной даже в пределах области хаотического (квазихаотического) движения.

Ключевые слова: формула Грина, потенциал Хенона–Хейлеса, условие Коши–Римана, дифференциальная 1-форма.

Для цитирования: Кошечев В. П. Комплексная дифференциальная 1-форма и потенциал Хенона–Хейлеса. Успехи кибернетики. 2026;7(1):67–70.

Поступила в редакцию: 01.09.2025.

В окончательном варианте: 20.09.2025.

COMPLEX DIFFERENTIAL 1-FORM AND THE HÉNON–HEILES POTENTIAL

V. P. Koshcheev

Moscow Aviation Institute (National Research University), Strela branch, Zhukovsky, Moscow Region,
Russian Federation

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0724-9760>, ✉ koshcheev1@yandex.ru

Abstract: we constructed the family of Hénon–Heiles potentials under the condition that the real or imaginary parts of the complex differentiable 1-form do not satisfy the Poincaré lemma. We showed that the scalar Hénon–Heiles potential serves as the source of the vortex field circulation of the force applied to the test particle. We also showed that the circulation density of the vortex field of the force remains constant even within the region of chaotic or quasi-chaotic motion.

Keywords: Green’s equation, Hénon–Heiles potential, Cauchy–Riemann condition, differential 1-form.

Cite this article: Koshcheev V. P. Complex Differential 1-Form and the Hénon–Heiles Potential. Russian Journal of Cybernetics. 2026;7(1):67–70.

Original article submitted: 01.09.2025.

Revision submitted: 20.09.2025.

Потенциал Хенона–Хейлеса [1] продолжает оставаться в центре внимания авторов многих работ (см., например, [2–4]).

Условия Коши–Римана

Рассмотрим функцию комплексной переменной

$$W = f(z), \quad (1)$$

где $z = x + iy$; $i = \sqrt{-1}$; $W = U + iV$; $U = U(x, y)$; $V = V(x, y)$.

Пусть

$$dW = dP + idQ \equiv \omega(W), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} dP &= Udx - Vdy \equiv \omega(P); \\ dQ &= Vdx + Udy \equiv \omega(Q). \end{aligned}$$

Комплексная дифференциальная 1-форма имеет вид

$$\omega(W) = \omega(P) + i\omega(Q).$$

Если действительная и мнимая части комплексной функции удовлетворяют условию Коши–Римана, то комплексная дифференциальная 1-форма удовлетворяет лемме Пуанкаре. Докажем это утверждение от обратного.

Пусть

$$d\omega(W) = 0 \quad \text{или} \quad \begin{cases} d\omega(P) = 0 \\ d\omega(Q) = 0 \end{cases}. \quad (3)$$

Тогда

$$\begin{aligned} d\omega(P) &= (U_y + V_x)dy \wedge dx \\ d\omega(Q) &= (V_y - U_x)dy \wedge dx \end{aligned} \quad (4)$$

Так как $dy \wedge dx \neq 0$, то с помощью (3) и (4) получим условие Коши–Римана

$$\begin{cases} U_y = -V_x \\ U_x = V_y \end{cases}. \quad (5)$$

Семейство потенциалов типа Хенона–Хейлеса

$$\text{Если} \quad \begin{cases} d\omega(P) \neq 0 \\ d\omega(Q) = 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} U_y \neq -V_x \\ U_x = V_y \end{cases}, \quad (6)$$

то по формуле Грина [5] получим

$$\int_{\partial D} \omega(P) = \int_D d\omega(P) \quad \text{или} \quad \oint_C U dx - V dy = - \iint_D (V_x + U_y) dx \wedge dy. \quad (7)$$

Так как $U_x = V_y$, то с помощью

$$\begin{cases} U = Q_y \\ V = Q_x \end{cases} \quad (8)$$

запишем (7) в виде

$$\oint_C Q_y dx - Q_x dy = - \iint_D (Q_{xx} + Q_{yy}) dx \wedge dy. \quad (9)$$

$$\text{Если} \quad \begin{cases} d\omega(P) = 0 \\ d\omega(Q) \neq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} U_y = -V_x \\ U_x \neq V_y \end{cases}, \quad (10)$$

то по формуле Грина [5] получим

$$\int_{\partial D} \omega(Q) = \int_D d\omega(Q) \quad \text{или} \quad \oint_C V dx + U dy = \iint_D (U_x - V_y) dx \wedge dy. \quad (11)$$

Так как $U_y = -V_x$,

то с помощью

$$\begin{cases} U = P_x \\ V = -P_y \end{cases} \quad (12)$$

запишем (11) в виде

$$\oint_C P_y dx - P_x dy = - \iint_D (P_{xx} + P_{yy}) dx \wedge dy. \quad (13)$$

В [1] был введен модельный потенциал, который называется потенциалом Хенона–Хейлеса:

$$U_{H-H} = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + x^2 y - \frac{y^3}{3}. \quad (14)$$

Видно, что

$$U + iV \equiv Q_y + iQ_x = y + x^2 - y^2 + i(x + 2xy). \quad (15)$$

Так как

$$\begin{cases} U = Q_y = \frac{\partial U_{H-H}}{\partial y} \\ V = Q_x = \frac{\partial U_{H-H}}{\partial x} \end{cases}. \quad (16)$$

Согласно [1] величины

$$\begin{aligned} U &= y + x^2 - y^2 \\ V &= x + 2xy \end{aligned} \quad (17)$$

с точностью до знака являются проекциями вектора силы, которая действует на пробную частицу.

Уравнение (9) принимает вид

$$-\oint_C \frac{\partial U_{H-H}}{\partial y} dx - \frac{\partial U_{H-H}}{\partial x} dy = \iint_D 2dx \wedge dy. \quad (18)$$

Видно, что скалярный потенциал Хенона–Хейлеса является источником циркуляции вихревого поля силы, которая действует на пробную частицу.

Можно вычислить определитель Якоби отображения (17)

$$\frac{\partial(U,V)}{\partial(x,y)} = 4(x^2 + y^2) - 1, \quad (19)$$

который равен нулю на окружности радиуса, равному $\frac{1}{2}$, то есть проекции вектора силы не являются дифференцируемыми функциями на этой окружности. Видно, что отображение (17) является частным случаем отображения Арнольда [6]

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1^2 - x_2^2 + ax_1 \\ y_2 &= 2x_1x_2 - ax_2, \end{aligned} \quad (20)$$

где a — параметр.

В [6] было показано, что на плоскости (x_1, x_2) определитель Якоби равен нулю на окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{a^2}{4}. \quad (21)$$

Отображение этой окружности на плоскости (y_1, y_2) приводит к гипоциклоиде с тремя острями [6], в окрестности которых производная испытывает скачок.

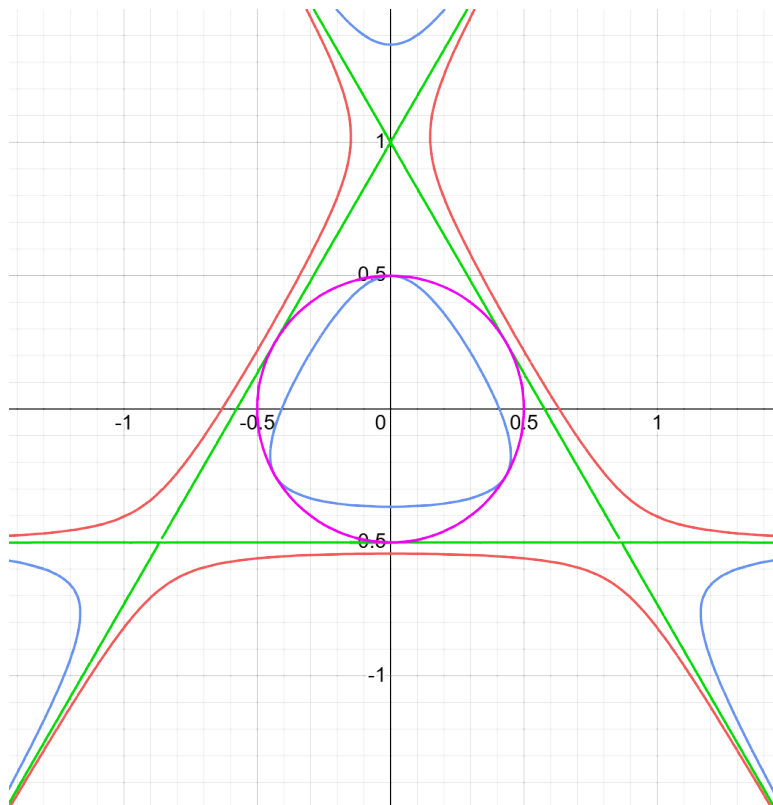


Рис. Линии уровня потенциала Хенона–Хейлеса

На рисунке представлены линии уровня потенциала Хенона–Хейлеса. Красная линия построена при $U_{H-H} = \frac{1}{5}$, зеленая — $U_{H-H} = \frac{1}{6}$, синяя — $U_{H-H} = \frac{1}{12}$. Фиолетовая окружность радиуса $\frac{1}{2}$ определяет значения переменных, при которых определитель Якоби (19) равен нулю. Имеет место правая и левая ориентация на плоскости внутри и вне окружности радиуса $\frac{1}{2}$, соответственно. Числа $U_{H-H} = \frac{1}{12}$ и $U_{H-H} = \frac{1}{6}$ для синей и зеленой линий уровня были определены в [1] как критические значения энергии. Было показано, что в этих пределах движение пробной частицы является хаотическим. Так как производная вектора силы испытывает скачок на окружности, которая лежит в пределах области хаотического движения, то, видимо, это и есть причина хаоса. Видно, что плотность циркуляции вихревого поля силы (18) остается постоянной даже в пределах области хаотического (квазихаотического) движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hénon M., Heiles C. The Applicability of the Third Integral of Motion: Some Numerical Experiments. *Astronomical Journal*. 1964;69:73.
2. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Гриненко А. А., Сыщенко В. В. Динамика заряженных частиц высоких энергий в прямых и изогнутых кристаллах. *Успехи физических наук*. 1995;165(10):1165–1192.
3. Contopoulos G., Tzemos A. C., Zaniias F. *Integrals and Chaos in Generalized Hénon-Heiles Hamiltonians*. arXiv:2501.08437. 2025.
4. Tsiganov A. V. *Multisymplectic Structure of Nonintegrable Hénon-Heiles System*. arXiv:2502.03786. 2025.
5. Зорич В. А. *Математический анализ*: В 2 т. Т. 2. М.: Наука; 1984.
6. Арнольд В. И. Математика и физика: родитель и дитя или сестры? *Успехи физических наук*. 1999;169(12):1311–1323.

СОЗДАНИЕ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ РИСКА ПЕРЕЛОМОВ ПРИ ХРОНИЧЕСКОЙ БОЛЕЗНИ ПОЧЕК

Н. Р. Урманцева^a, Д. А. Вишняк^b, Е. Д. Куликов^c, Н. М. Джафарова²

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a <https://orcid.org/0000-0001-9163-6132>, nel-u@yandex.ru

^b <https://orcid.org/0000-0002-8473-5930>, diana100187@yandex.ru

^c <https://orcid.org/0009-0004-3602-3957>, g2002kulikov@yandex.ru

² <https://orcid.org/0009-0006-0903-0515>, nargizka.16.03.2000@mail.ru

Аннотация: нарушения фосфорно-кальциевого обмена являются одними из ведущих и поздно диагностируемых осложнений при хронической болезни почек. В работе представлены математический анализ данных пациентов и процесс создания алгоритма оценки рисков переломов с хронической болезнью почек.

Ключевые слова: хроническая болезнь почек, минерально-костные нарушения, цифровые технологии, прогнозирование, информационная система, остеопороз.

Для цитирования: Урманцева Н. Р., Вишняк Д. А., Куликов Е. Д., Джафарова Н. М. Создание алгоритма оценки риска переломов при хронической болезни почек. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):71–76.

Поступила в редакцию: 09.01.2026.

В окончательном варианте: 18.02.2026.

DIGITAL ASSESSMENT OF THE BONE FRACTURE RISK IN CHRONIC KIDNEY DISEASE PATIENTS

N. R. Urmantseva^a, D. A. Vishnyak^b, E. D. Kulikov^c, N. M. Jafarova^d

Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a <https://orcid.org/0000-0001-9163-6132>, nel-u@yandex.ru

^b <https://orcid.org/0000-0002-8473-5930>, diana100187@yandex.ru

^c <https://orcid.org/0009-0004-3602-3957>, g2002kulikov@yandex.ru

^d <https://orcid.org/0009-0006-0903-0515>, nargizka.16.03.2000@mail.ru

Abstract: phosphorus and calcium metabolism disorders are one of the leading and late-diagnosed complications of chronic kidney disease. This paper presents the analysis of patient data and a computer-assisted procedure for fracture risk assessment in patients with chronic kidney disease.

Keywords: chronic kidney disease, mineral bone disorder, digital technologies, forecasting, information system, osteoporosis.

Cite this article: Urmantseva N. R., Vishnyak D. A., Kulikov E. D., Jafarova N. M. Digital Assessment of the Bone Fracture Risk in Chronic Kidney Disease Patients. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):71–76.

Original article submitted: 09.01.2026.

Revision submitted: 18.02.2026.

Введение

Современная медицина сталкивается с ростом числа остеопоротических минерально-костных нарушений (МКН) (рис. 1). Ожидается рост числа переломов до 730 тыс. случаев ежегодно [1, 2, 3, 4].

Согласно исследованиям переломы являются ведущим осложнением хронической болезни почек (ХБП) и вероятность МКН возрастает по мере прогрессирования ХБП, особенно для людей старше 65 лет [1, 2, 5] (рис. 2).

Пациенты с ХБП представляют особую группу больных, которые требуют специфических подходов и ранней диагностики МКН. Сегодня все силы брошены на организацию медицинской помощи пациентам с ХБП: необходимо верифицировать группы высокого риска развития МКН-ХБП и наибольшее внимание следует уделять именно предиктивной диагностике, что соответствует современным концепциям медицины 5П. В целях осуществления ранней персонифицированной верификации МКН-ХБП нами запланировано создание калькулятора для оценки риска развития остеопороза и переломов у пациентов с ХБП в ближайшие 3 года.

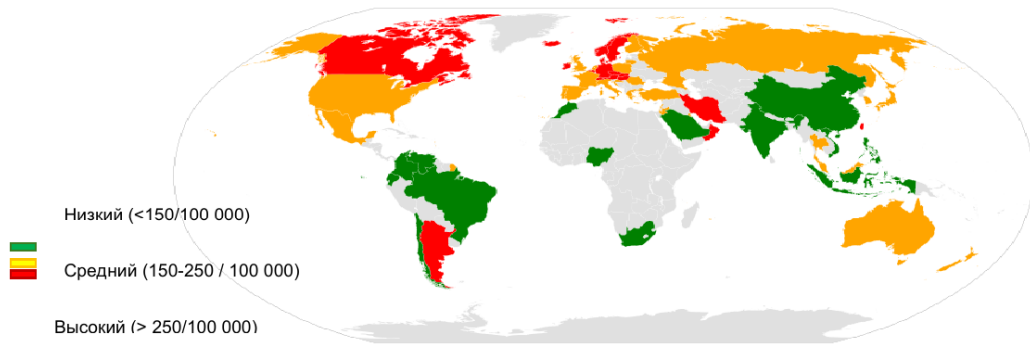


Рис. 1. Риски переломов шейки бедра в мире [7]

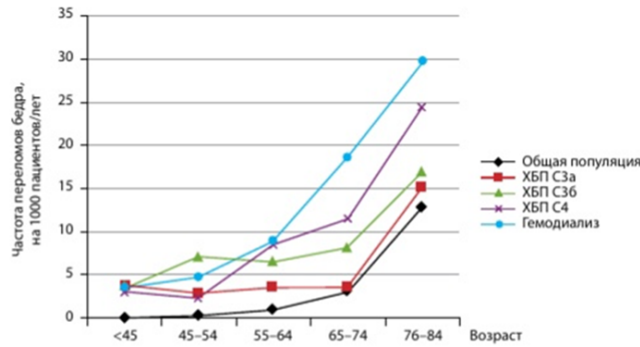


Рис. 2. Соотношение стадии ХБП и частоты переломов [1]

| Возраст, 2024 | Пол | Вес, 2024 | Рост, 2024 | ИМТ, начало | ИМТ, 2024 | Переломы в анамнезе | Переломы, 2024 (за 3 года наблюдения) | Курение | Уровень витамина D, начало | Уровень витамина D, 2024 | Уровень кальция общего, начало | Уровень общего кальция, 2024 | Уровень паратгормона, начало | Уровень паратгормона, 2024 |
|---------------|-----|-----------|------------|-------------|-----------|---------------------|---------------------------------------|---------|----------------------------|--------------------------|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 64 муж | | 92 | 178 | 24,1 | 25,2 | да | | | 13,5 | 10,8 | 2,45 | 2,40 | | 1,2 |
| 48 муж | | 80 | 178 | 21 | 23,2 | да | | | 14,2 | 31,3 | 2,41 | 2,10 | | 1,1 |
| 63 жен | | 89 | 160 | 36 | 34,8 | | | | 8,7 | 6,9 | 2,1 | 2,30 | | 1,2 |
| 75 муж | | 58 | 160 | 21,2 | 22,7 | да | | | 12 | 3 | 2,27 | 1,98 | 1,17 | 1 |
| 79 муж | | 77 | 155 | 29 | 32 да | | | | 8 | 6,7 | 2,35 | 1,70 | | 0,9 |
| 51 жен | | 93 | 164 | 33,4 | 34,6 | | | | 6,5 | 15,7 | 2,41 | 2,00 | 1,2 | 1,1 |
| 64 муж | | 85 | 175 | 27,7 | 27,8 | | | | 38 | 22,5 | 1,67 | 2,08 | 0,95 | 1,07 |
| 70 жен | | 52 | 154 | 23,4 | 21,9 | | | | 18 | 3 | 2,47 | 1,31 | | 0,68 |
| 53 жен | | 70 | 158 | 27 | 28 | | | | 5,06 | 13,6 | 2,11 | 2,20 | 1,19 | 1,1 |
| 57 муж | | 101 | 183 | 32,1 | 30,2 | | | | 5,8 | 5 | 2,57 | 1,60 | 1,49 | 1,1 |
| 74 жен | | 90 | 162 | 34,3 | 34,3 | | | | 26,7 | 4,2 | 2,5 | 2,96 | 1,23 | 1,76 |
| 59 жен | | 70 | 170 | 24,8 | 24,2 | | | | 3,6 | 8,9 | 2,18 | 2,40 | 1,11 | 1,47 |
| 67 муж | | 86 | 176 | 29,4 | 27,6 | | | | 32 | 31 | 2,54 | 2,18 | | 1,16 |
| 46 муж | | 79 | 172 | 26,3 | 26,7 | | | | 10,5 | 7 | 2,05 | 2,15 | | 1,18 |
| 40 муж | | 95 | 175 | 30,9 | 31 | | | | 11 | 5,42 | 2,35 | 2,07 | | 1,21 |
| 49 муж | | 100 | 171 | 34,2 | 34,2 | | | | 3,09 | 4,81 | 2,32 | 1,41 | | 0,72 |
| 53 муж | | 115 | 180 | 33,1 | 35,5 да | | | | 6 | 17,2 | 2,38 | 2,30 | | 1,3 |
| 51 жен | | 51 | 170 | 16,8 | 17,6 | | | | 28,5 | 19,6 | 2,46 | 2,00 | | 1,1 |
| 57 муж | | 78 | 180 | 23,1 | 24,1 | | | да | 14,8 | 3,3 | 2,68 | 1,90 | | 1,1 |
| 84 жен | | 90 | 151 | 38 | 39,5 | да | да | | 8,7 | 10 | 2,28 | 0,05 | | 1,1 |
| 61 муж | | 67 | 170 | 22,1 | 23,2 | | | | 7,4 | 10,2 | 2,63 | 2,30 | 1,47 | 1,3 |
| 74 жен | | 91 | 174 | 30 | 30,1 | | | | 11,2 | 33 | 2,48 | 2,05 | | 1,1 |
| 74 муж | | 65 | 160 | 23,2 | 25,4 | | | | 15,4 | 5,8 | 1,73 | 1,90 | 0,8 | 1,1 |
| 33 муж | | 94 | 172 | 30,6 | 31,8 | | | | 23,7 | 10,51 | 2,44 | 2,10 | | 0,66 |
| 59 жен | | 71 | 152 | 30,5 | 30,7 | | | | 62,7 | 13,4 | 1,95 | 1,30 | 1,15 | 0,6 |
| 58 муж | | 77 | 181 | 23,7 | 23,5 | | | | 11,8 | 3 | 2,51 | 2,00 | | 1 |
| 78 жен | | 65 | 160 | 23 | 25,4 | да | | | 10,75 | 12 | 1,91 | 2,30 | 0,98 | 1,21 |
| 41 муж | | 60 | 160 | 23,3 | 23,4 | | | | 1,67 | 13,28 | 1,67 | 1,65 | 0,95 | 0,84 |
| 57 муж | | 112 | 176 | 38 | 36 | | | | 12,7 | 13,7 | 1,88 | 2,10 | 1,1 | 0,9 |
| 54 муж | | 93 | 173 | 30 | 31,1 | | | | 19,4 | 5 | 2,3 | 2,00 | | 1 |
| 66 муж | | 91 | 182 | 26,8 | 27 | да | | | 4,8 | 13 | 2,11 | 1,80 | 1,13 | 0,9 |
| -- | | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- | -- |

Рис. 3. База данных пациентов

В исследовании была проанализирована база данных пациентов (рис. 3). Проведена оценка корреляционных связей между демографическими (пол, возраст), биохимическими (уровень кальция, фосфора, паратиреоидного гормона) и денситометрическими параметрами (Т-критерий поясничного отдела позвоночника) для нахождения рисков переломов (таблица 1).

Для построения модели была использована линейная регрессия. Значимость коэффициентов оценивалась с использованием р-значений, качество модели – коэффициентом детерминации R^2 . Анализ данных выявил корреляционные связи между изучаемыми параметрами.

Корреляционный анализ показал наличие значимых взаимосвязей между параметрами (таблица 2). Наиболее выраженная корреляция наблюдалась с возрастом, что соответствует биологическим

Таблица 1

Общая характеристика выборки

| Параметр | СР±Ст. откл. | Мин-Макс |
|-----------------------------|-----------------------------------|-------------|
| Возраст, лет | 60.4 ± 11.7 | 31–84 |
| Пол | 63 жен. (64,3 %) 35 муж. (35,7 %) | |
| Общий кальций, ммоль/л | 2.08 ± 0.25 | 0.05–2.70 |
| Фосфор, ммоль/л | 1.80 ± 0.49 | 0.5–3.25 |
| ПТГ, пг/мл | 352.0 ± 328.5 | 1.2–1666 |
| Т-критерий L1–L4 | -1.23 ± 1.55 | -4.6 – +2.5 |
| Риск перелома, % (основной) | 6.2 ± 3.3 | 0.2–15.0 |

Таблица 2

Корреляция между демографическими, биохимическими и остеоденситометрическими параметрами

| Пара | Значение | Уровень значимости |
|--------------------------------------|----------|--------------------|
| Возраст и Т-критерий L1–L4 | -0.62 | <0.001 |
| Возраст и вероятность перелома, % | +0.78 | <0.001 |
| Пол (женский = 1) и Т-критерий | -0.31 | 0.002 |
| ПТГ и Т-критерий | -0.41 | <0.001 |
| Кальций и ПТГ | -0.29 | 0.004 |
| Т-критерий и вероятность перелома, % | -0.49 | <0.001 |

закономерностям. Принадлежность к женскому полу также добавляет дополнительные 3,72% к риску переломов.

Женщины в исследуемой когорте в среднем старше и имеют более низкую минеральную плотность костной ткани и повышенный риск переломов, что соответствует типичной картине постменопаузального остеопороза. Анализ выявил ряд ключевых закономерностей.

У 24% пациентов уровень ПТГ превышал 65 пг/мл. У этой группы средний Т-критерий составлял -2.1 ± 1.3 , в то время как у пациентов с нормальным уровнем ПТГ он был значительно выше и составлял -0.9 ± 1.5 (таблица 3).

Таблица 3

Групповой анализ по полу

| Параметр | Ж (N=63) | М (N=35) | P (Манна-Уитни) |
|-------------------------|--------------|--------------|-------------------|
| Возраст, лет | 62.9 ± 10.2 | 55.8 ± 12.7 | 0.003 |
| Т-критерий L1–L4 | -1.53 ± 1.58 | -0.67 ± 1.28 | 0.006 |
| Риск перелома, % (осн.) | 6.8 ± 3.5 | 5.1 ± 2.6 | 0.012 |
| ПТГ, пг/мл | 392 ± 377 | 279 ± 207 | 0.078 (тенденция) |

Это указывает на то, что гиперпаратиреоз является независимым фактором, ассоциированным со снижением минеральной плотности костной ткани. Кроме того, у пациентов с Т-критерием ниже -2.5 средний риск перелома оказался значительно выше: 7.9 ± 3.6 против 5.7 ± 2.9 у остальных, что показывает важность Т-критерия в оценке риска переломов данной категории больных.

Была построена базовая регрессионная модель с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.687$, включающая возраст, Т-критерий остеоденситометрии, пол, ИМТ, ПТГ и фосфор. Анализ остатков выявил U-образный изгиб, указывающий на нелинейный характер зависимости (рис. 5).

Для устранения этого эффекта был добавлен квадратичный член по возрасту, что повысило R^2 до 0.742 и обеспечило более равномерное распределение остатков (рис. 6).

Результаты исследования свидетельствуют о том, что учет нелинейных взаимосвязей и специ-

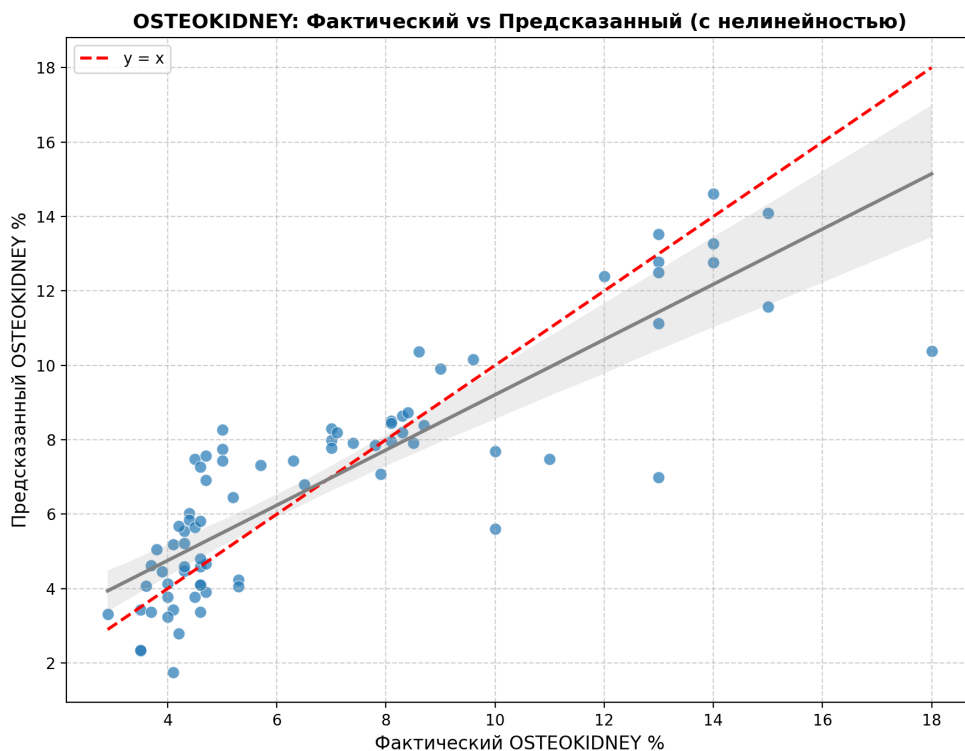


Рис. 4. Сравнение фактических и предсказанных значений OSTEOKIDNEY

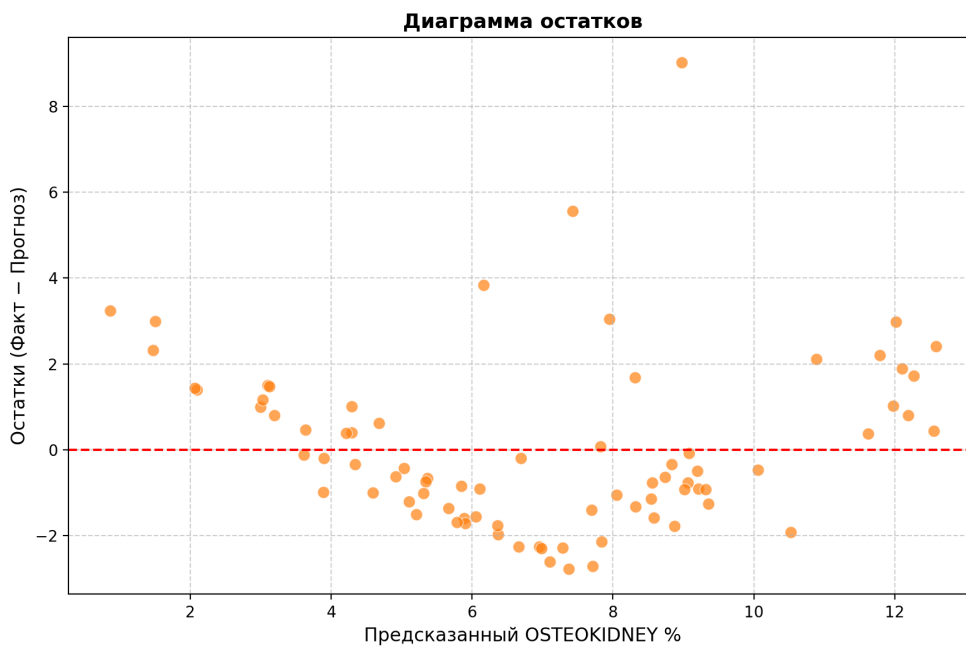


Рис. 5. Диаграмма остатков

фических биомаркеров позволяет существенно повысить точность прогнозирования риска переломов у пациентов с ХБП.

На основе этой математической модели можно создать систему расчета риска перелома, основываясь на биомаркерах, прошедших через корреляционный и регрессионный анализы.

Интерфейс системы

На рисунке 7 представлен спроектированный интерфейс системы. Планируется увеличение точности математической модели системы расчета риска перелома и ее дальнейшее внедрение.

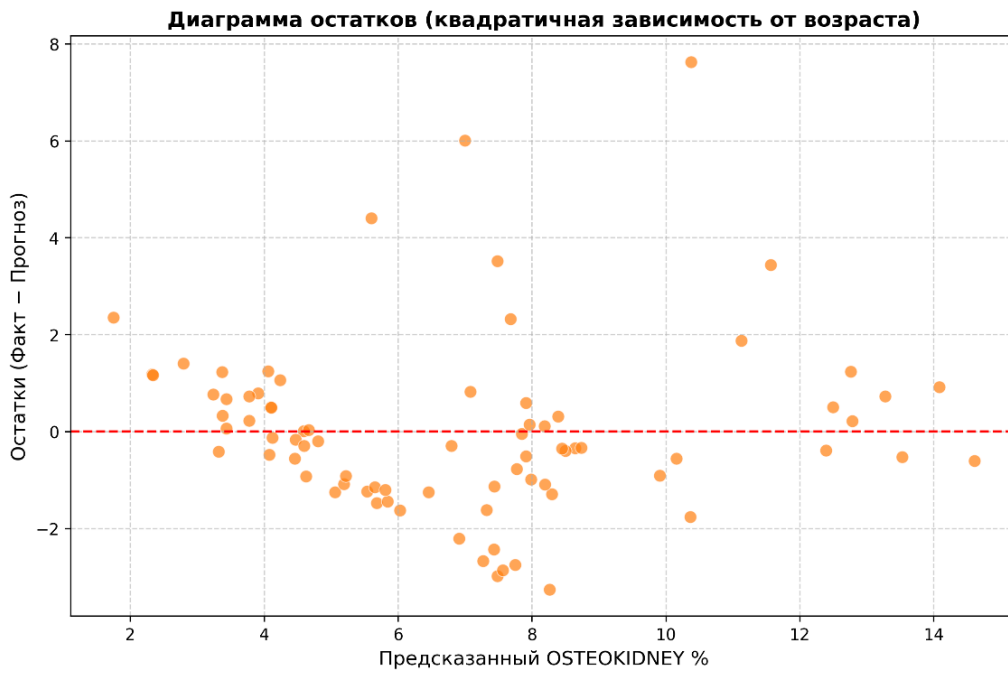



Рис. 6. Диаграмма остатков после добавления квадратичного члена



Калькулятор риска OSTEOKIDNEY

Оценка 3-летнего риска остеопоротического перелома

Пол

Женщина Мужчина

Возраст, лет

Рост, см

Вес, кг

ИМТ (автоматически)

T-критерий L1-L4

ПТГ, пг/мл

Фосфор, ммоль/л

Рассчитать 3-летний риск

Результат расчёта

8.2%

3-летний риск перелома

Уровень риска: Высокий

Высокий риск перелома! Требуется срочная консультация врача. Необходимо исключить вторичные причины (гиперпаратиреоз, почечная недостаточность). Обсудите начало терапии остеопороза.

Рис. 7. Интерфейс калькулятора

Заключение

Внедрение системы, построенной на предложенной математической модели, создаст условия для ранней диагностики и своевременной коррекции МКН, что в перспективе приведет к заметному снижению частоты переломов, уменьшению сопутствующей летальности и значительному сокращению затрат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карлович Н. В., Мохорт Т. В., Сазонова Е. Г. Костная патология при хронической болезни почек. *Остеопороз и остеопатии*. 2022;25(1):29–38. DOI: 10.14341/osteo12943.
2. Никитинская О. А., Торопцова Н. В. Оценка 10-летней вероятности остеопоротических переломов с помощью российской модели FRAX® в популяционных выборках 5 регионов России. *Медицинский совет*. 2017;0:103-107. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-10-letney-veroyatnost-i-osteoporoticheskikh-perelomov-s-pomoschyu-rossiyskoj-modeli-frax-v-populyatsionnyh-vybornkah-5-regionov>.
3. Meng Y., Fu M., Guo J. et al. Characteristics and Complications of Fracture in Older Adults with Chronic Kidney Disease: a Cross-Sectional Study. *J Orthop Surg Res*. 2022;17:377. DOI: 10.1186/S13018-022-03253-8.
4. Kannus P., Parkkari J., Sievänen H., Heinonen A., Vuori I., Järvinen M. Epidemiology of Hip Fractures. *Bone*. 1996;18:1(1):57–63. DOI: 10.1016/8756-3282(95)00381-9.
5. Вишняк Д. А., Масталиева Э. Л., Шерифова Ф. Н. Осложнения ХБП: в фокусе минерально-костные нарушения. *Нефрология и диализ*. 2019;21(4):472–473. DOI: 10.28996/2618-9801-2019-4-466-495.
6. Белая Ж. Е., Белова К. Ю., Бирюкова Е. В. и др. Федеральные клинические рекомендации по диагностике, лечению и профилактике остеопороза. *Остеопороз и остеопатии*. 2021;24(2):4–47. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/federalnye-klinicheskie-rekomendatsii-po-diagnostike-lecheniyu-i-profilaktike-osteoporoza-1>.
7. Kanis J. A., Johansson H., Oden A., McCloskey E. Guidance for the Adjustment of FRAX According to the Dose of Glucocorticoids. *Osteoporos International*. 2011;22:809–816. DOI: 10.1007/s00198-010-1524-7.
8. Leslie W. D., Lix L. M., Johansson H., Oden A., McCloskey E., Kanis J. A. Spine-Hip Discordance and Fracture Risk Assessment: a Physician-Friendly FRAX Enhancement. *Osteoporos International*. 2011;22:839–847. DOI: 10.1007/s00198-010-1461-5.
9. Торопцова Н. В., Баранова И. А., Лесняк О. М. Рекомендации по применению российской модели FRAX® для определения 10-летней вероятности остеопоротических переломов. *Фарматека*. 2016;3(16):10–14. Режим доступа: <https://pharmateca.ru/ru/archive/article/33754>.

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЙ РАЗМЫТЫХ ЗАДАЧ НА ВИРТУАЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ**А. В. Мышев***Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ, г. Обнинск, Российская Федерация*
✉ ipi77777@mail.ru

Аннотация: в работе описан новый метод построения решений размытых задач на виртуальных решетках в условиях многофакторной неопределенности. Основной математический и логический посыл содержания и смысла метода состоит в том, что он является продолжением и развитием теории метода виртуальной перспективы. Решения строятся в виде клеточных комплексов на конечных топологиях узлов виртуальных решеток активной памяти среды вычислений.

Ключевые слова: клеточный комплекс, виртуальные решетки, размытые задачи, среда вычислений, нейронные траектории, компьютеринг.

Для цитирования: Мышев А. В. Метод построения решений размытых задач на виртуальных решетках. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):77–85.

Поступила в редакцию: 27.10.2025.

В окончательном варианте: 28.12.2025.

SOLVING FUZZY PROBLEMS USING VIRTUAL LATTICES**A. V. Myshev***Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, Obninsk, Russian Federation*
✉ ipi77777@mail.ru

Abstract: in this paper, we present a new method for constructing solutions to fuzzy problems on virtual lattices under conditions of multifactor uncertainty. The method is based on and extends the theory of the virtual perspective approach. We built solutions as cellular complexes on finite node topologies of the virtual lattices within the active memory of the computational environment.

Keywords: cellular complex, virtual lattices, fuzzy problems, computing environment, neural trajectories, computing.

Cite this article: Myshev A. V. Solving Fuzzy Problems Using Virtual Lattices. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):77–85.

Original article submitted: 27.10.2025.

Revision submitted: 28.12.2025.

Введение

Рассматриваемый метод является развитием новых парадигм компьютерной математики и создания новых форм компьютеринга. Его методология включает как способы формализации среды вычислений, так и нетрадиционные модели построения логических схем алгоритмов и процедур вычислительных технологий моделирования [1, 2, 3].

В среде вычислений любой вычислительной системы моделируемые задачи и технологии их реализации в условиях многофакторной неопределенности определяются как размытые задачи. Основным посылом формализации такой задачи состоит в том, что, с одной стороны, на логическом и алгоритмическом уровне объекты моделируемой задачи определены как информационные объекты динамической среды вычислений. А с другой — функциональная и структурная организация среды вычислений определяет как порядок вычислительных процессов и информационного взаимодействия в ней, так и состав и взаимосвязь логических и информационных объектов среды вычислений. Онтология предметной области метода определяет различие между вычисляемой величиной и вычисленной величиной: вычисляемая величина является детерминированной, а вычисленная — недетерминированной и недоопределенной. К образующим элементам среды вычислений относятся константы и переменные, которые, как это отмечено в [4], являются нечеткими и недоопределенными информационными объектами-идентификаторами, что определяет моделируемую задачу как размытую.

Математическая и логическая организация метода при построении вычислительных экспериментов позволяет реализовать нейтрализацию влияния парадокса «синдрома Пигмалиона» [5] в технологиях моделирования на достоверность, надежность и адекватность получаемых результатов возможным состояниям реально исследуемых объектов. Методология метода отражает синергию нового

подхода конструирования разностных схем моделирования размытых задач и формирования среды вычислений в условиях многофакторной неопределенности. В этом и состоит его существенное отличие от близких аналогий конструирования технологий математического моделирования [6, 7, 8, 9]. С одной стороны, метод предназначен как для конструирования таких сеточных структур, в которых базовые и неравномерные сетки образуют единую пространственно-временную геометрию области формирования решения, так и для построения разностных аппроксимаций на сеточных структурах не в виде формул и рекуррентных схем, а достаточно сложных моделей алгоритмов и процедур. А с другой — для построения вычислительных конструкций на сеточных структурах с использованием динамических моделей технологий моделирования [1].

Постановка модельной задачи

Математическое моделирование размытых задач в среде вычислений компьютерных систем и сетей предполагает структурную формализацию исследуемой системы: от абстрактного ее описания до практической реализации. Структурная формализация обобщенной модели системы по аналогии с [10] будет представлять собой синергию четырех взаимосвязанных и взаимообусловленных моделей: абстрактная модель, информационная модель, топологическая модель, конкретная модель.

Объектом моделирования выбрана задача Коши с нечеткими начальными условиями и параметрами. Эволюционный оператор абстрактной модели с нечеткой областью определения переменных и параметров задачи записывается в векторной форме:

$$dx/dt = F(t, x, y), \quad (1)$$

где F — вектор правых частей системы (1); x — вектор нечетких переменных и функций принадлежности $\mu(x)$, $\mu \in [0, 1]$; y — вектор нечетких параметров и функций принадлежности $\mu_1(y)$, $\mu_1 \in [0, 1]$; t — размытая переменная с функцией принадлежности $\mu'(t)$, $\mu' \in [0, 1]$. Интегральная характеристика неопределенности нечеткого подмножества $A \in R^2$, которое задается в плоскости xOt как подмножество точек с размытыми координатами x и t , связана с функцией принадлежности $\mu_A(x)$ интегралом Лебега–Стилтьеса [11]:

$$P(A) = \int_{R^2} \mu_A(x) dp, \quad (2)$$

где $P \in [0, 1]$ и $\mu_A \in [0, 1]$; A — нечеткое подмножество в пространстве R^2 определяется характеристической функцией $\mu_A : R^2 \rightarrow [0, 1]$, которая указывает некоторому x в R^2 его степень принадлежности $\mu_A(x)$ подмножеству A .

В среде вычислений модели алгоритмов и технологий построения решений задачи (1) описываются и отражаются на языке информационной модели, а вычислительный процесс их реализации — это действие дискретной динамической информационной системы на множестве узлов решеток Z^2 и \hat{Z}^2 . В памяти среды вычислений информационными и логическими прототипами ее элементов являются структурированные виртуальные ячейки, в которых хранятся образы символьных цепочек и их композиций. Схема построения решений задачи (1), с одной стороны, описывает динамику соответствующих цепочек связанных отображений (ЦСО) в среде вычислений [12]. А с другой — показывает логику информационной природы технологий моделирования в среде вычислений посредством динамики ЦСО, а также отражает соответствие состояний такой динамики реальным состояниям вычислительного процесса построения решений в среде вычислений. Формализация логических схем ЦСО основана на двух типах дискретизации эволюционных операторов [13]:

$$dx(t)/dt \rightarrow [x(t+\Delta t) - x(t)]/\Delta t$$

$$d^2x(t)/dt^2 \rightarrow [x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)]/(\Delta t)^2, \quad (3)$$

где Δt — интервал дискретизации по размытой переменной (параметр информационной модели).

Логика алгоритмов и технологий построения решений задачи (1) основана на дискретных схемах ЦСО двух типов: схеме Рунге–Кутты и схеме Адамса. А логический аппарат ЦСО описывает модель алгоритмов вычислительного эксперимента на узлах базовой координатной решетки Z^2 как действие локальной информационной динамической системы (ψ, R^2) [4]. Здесь ψ — это локальные

отображения моделируемых точек M_l в узлах решеток \hat{Z}^2 в окрестностях узлов решетки Z^2 проективной плоскости R^2 . А также ЦСО — это исходные феноменологические модели эволюционных операторов локальной динамики в соседних точках для маршрутных схем алгоритмов технологий построения решений системы (1) на основе механизма виртуальной перспективы [1].

В технологиях моделирования ЦСО представляют собой динамический атрибут действия оператора ψ в среде вычислений, посредством которого определяется схема и алгоритм формирования нечеткого подмножества $I_r = \{M_l\}$ точек локальной динамической системы (ψ, R^2) на множестве узлов решеток \hat{Z}^2 плоскости R^2 .

Оператор взаимодействия между символьными цепочками узлов решеток \hat{Z}^2 задается в виде «псевдорекурсивных» функций, которые строятся на основе двух типов разностных схем. В первом случае — на основе схем Рунге–Кутты в виде нерекурсивного цифрового фильтра:

$$x_{n+1}^i = x_n^i + h \sum_{l=1}^L f_l k_l, \quad (4)$$

где x_{n+1}^i — значение i -ой координаты вектора x задачи (1) в $(n+1)$ -ом отсчете по оси Ot , h — шаг дискретизации по оси Ot , k_l — коэффициенты для получения аппроксимаций более высокого порядка, f_l — значения функций-координат вектора F правой части уравнений (1) для соответствующих координат вектора x левой части. А для другого случая — на основе схем Адамса в виде рекурсивного цифрового фильтра:

$$x_{n+s}^i = x_{n+s-1}^i + h \sum_{l=1}^s \beta_l f_l, \quad (5)$$

где β_l — константы, f_l — значения функций-координат вектора F правой части эволюционного оператора (1) для соответствующих координат вектора x его левой части, s — порядок метода.

Геометрическая интерпретация решений задачи Коши на виртуальных решетках

Математическая и логическая организация алгоритмов построения решений дискретизированной задачи Коши (1) на виртуальных решетках — это синтез нового подхода к конструированию разностных схем для вычислительных технологий в информационном пространстве взаимодействующих цепочек символов и моделей активной виртуальной памяти [1, 2, 14]. Визуально логика построения решений такой задачи отражается и представляется на рис. 1 в виде топологических комплексов и классической траектории на подмножествах узлов базовой координатной решетки Z^2 плоскости xOt для каждой фазовой координаты. В этой плоскости координатная решетка по аналогии с [15] определяется в виде квантового дискретного пространства как сцена для отражения результатов моделирования.

Логика и формализация алгоритмов построения решений задачи (1) в плоскости xOt предполагает два вида решеток — координатные и перспективные (см. рис. 1). Первый — это базовая координатная регулярная решетка Z^2 , масштаб которой и ее топология для заданных условий исходной задачи не изменяются в процессе моделирования. Второй — это перспективные решетки (семейство нерегулярных решеток \hat{Z}^2), масштаб и топология которых изменяются в вычислительном процессе построения решений [1].

Для систем координат в плоскости xOt вводится шкала вербально-информационного измерения по осям Ox и Ot , которая определяется как частично упорядоченное и структурированное счетное множество действительных чисел (точек отсчета).

Алгоритмика метода построения решений на виртуальных решетках

Основной посыл логики и алгоритмики построения решений дискретизированной задачи (1) на виртуальных решетках состоит в следующем. В каждый выделенный квант физического времени будем иметь множество возможных квантовых информационных состояний моделируемой задачи, которые определяются вектором $\phi(i) = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^M\}$, где x_i^j — это j -ое состояние системы в i -ый квант времени ($i = \overline{1, N}$). На решетке Z^2 этот вектор определяется как подмножество узлов на столбце решетки Z^2 , ограниченное контуром области формирования образа решения. Область формирования множества решений задачи (1) на решетке Z^2 геометрически выделяется как матрица размерности $(M; N)$,

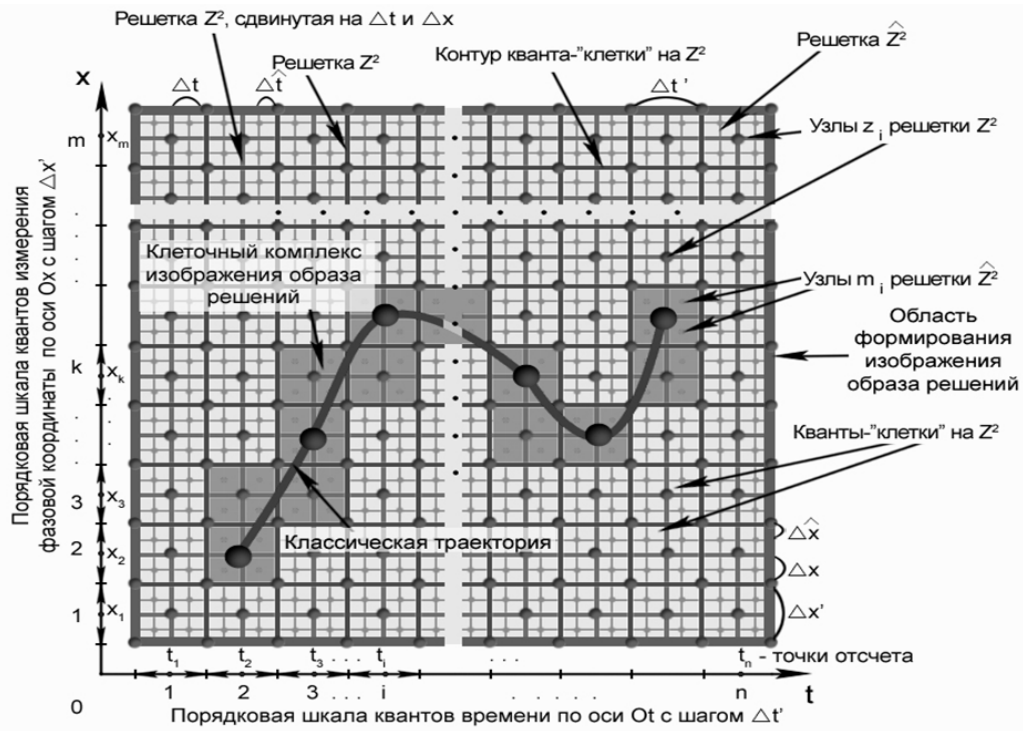


Рис. 1. Визуализация геометрии проективной плоскости xOt фазовой координаты: Z^2 — базовая координатная решетка с постоянными шагами $\Delta t'$ по оси Ot и $\Delta x'$ по оси Ox ; \hat{Z}^2 — семейство перспективных решеток с переменными с шагами по оси времени $\Delta \hat{t}$ и по оси фазовой координаты $\Delta \hat{x}$; изображения образов решений — классическая траектория и клеточный комплекс

где M — количество возможных квантовых состояний моделируемой задачи или размерность вектора $\phi(i)$, а N — количество квантов времени, в которые вычисляются возможные квантовые состояния. В памяти среды вычислений матрица представляется в виде структурного массива, элементы которого определяются как структурные объекты [12]. Значения координат вектора $\phi(i)$ — это значения меры неопределенности нахождения системы в состояниях, соответствующих узлам решетки. Векторы $\phi(i)$ можно рассматривать как волновые функции с единичной нормой:

$$\|\phi(i)\| = \sum_{i=1}^N |\phi(i)| = 1, \quad (6)$$

$$|\phi(i)| = m_i/K, \quad (7)$$

где m_i — количество координат вектора $\phi(i)$, имеющих ненулевые значения, а $K = \sum_i m_i$.

В области формирования решения на решетке Z^2 из ненулевых координат векторов $\phi(i)$ строится «абстрактный» комплекс K посредством склеивания узлов решетки Z^2 , информационными идентификаторами которых являются ненулевые координаты векторов $\phi(i)$. Правила склеивания определяются структурой решетки Z^2 и условием выбора узлов, входящих в комплекс. Искомое решение получается на основе применения процедуры топологической инкарнации «абстрактного» комплекса. Суть процедуры состоит в том, что из элементов «абстрактного» комплекса формируется множество векторов возможных квантовых дискретных решений. Размерность такого вектора равна N , а значение его i -ой координаты равно значению одной из ненулевых координат соответствующего вектора $\phi(i)$. В отличие от векторов $\phi(i)$, вектора $\Psi(j)$ имеют все ненулевые координаты даже для тривиального решения, т.к. нумерация квантов начинается не с нуля, а также для них справедливо равенство $\Psi(j) \neq \Psi(i)$ для любых $i \neq j$. Процедура реализуется в два этапа.

Первый этап состоит в выделении двух классов из множества возможных связанных решений в виде $\Psi(j)$ на комплексе K по следующим признакам: класс, выделенный по признаку фрактальной связности, обозначим через $\Psi_f(j)$, а по признаку информационной связности — $\Psi_{inf}(j)$. Схема построения $\Psi_f(j)$ и $\Psi_{inf}(j)$ на первом этапе одинаковая, как и для $\Psi(j)$, а алгоритм ее реализации через

координаты векторов $\phi(1)$ и $\phi(N)$ осуществляется следующим образом. Вначале фиксируется первая ненулевая координата вектора $\phi(1)$, соответствующая узлу решетки Z^2 , и определяются ее всевозможные связи-пути γ на Z^2 , по оси Ot с соответствующей ненулевой координатой вектора $\phi(N)$ через ненулевые координаты промежуточных векторов $\phi(2), \dots, \phi(N-1)$, т.е. строим множество векторов $\Psi(j)$, каждый из этих векторов является N -мерным скелетом K_N комплекса K , который является объединением этих скелетов $K = \bigcup_N K_N$. Затем для каждого K_N вычисляются численные оценки значений его фрактальной и информационной связанности, которые являются признаками принадлежности K_N либо классу $\Psi_f(j)$, либо классу $\Psi_{inf}(j)$. Значения координат векторов из $\Psi_{inf}(j)$ аналогичны их прототипам из $\Psi(j)$, а для векторов из $\Psi_f(j)$ вместо значений вероятностей квантовых состояний в выделенный квант времени в позиции координаты будет номер этого квантового состояния, соответствующего его номеру в порядковой шкале квантов по оси Ox .

Второй этап состоит в выделении из множеств $\Psi_f(j)$ и $\Psi_{inf}(j)$ по одному скелету K_N^f и K_N^{inf} , которые удовлетворяют условию: для скелета $K_N^f \subset \{\Psi_f(j)\}$ численное значение оценки фрактальной связанности должно быть минимальным, а для скелета $K_N^{inf} \subset \{\Psi_{inf}(j)\}$ численное значение информационной связанности — максимальным. Расчет этих оценок производится на основе следующих выражений. Вначале вычисляется фрактальная размерность d_f для всех скелетов K_N^f по формуле [8]:

$$d_f = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N p_i \log \sum_{j=1}^N (1 - \rho_{ij}) p_j}{\log \varepsilon}, \quad (8)$$

где ρ_{ij} — рандомизированная метрика.

Затем выделяется скелет K_N^f с минимальной фрактальной размерностью d_θ :

$$d_\theta = \min_{\gamma} d_f [\gamma : \phi(1) \rightarrow \phi(N)], \quad (9)$$

где γ — множество путей, которым соответствует множество скелетов K_N , соединяющих ненулевые координаты векторов $\phi(1)$ и $\phi(N)$. Далее вычисляется информационная связанность d_{inf} для всех скелетов K_N^{inf} по формуле (10):

$$d_{inf} = \sum_{i=1}^N q_i, \quad (10)$$

где q_i — значение i — координаты скелета K_N^{inf} . После чего выделяется скелет K_N^{inf} с максимальной информационной связанностью d_ϕ , согласно выражению (11):

$$d_\phi = \max_{\gamma} d_{inf} [\gamma : \phi(1) \rightarrow \phi(N)]. \quad (11)$$

Далее определяется численная оценка меры расхождения выделенных скелетов $R(K_N^{inf}, K_N^f)$ с использованием выражения (12):

$$R(K_N^{inf}, K_N^f) = \sum_{i=1}^N |\mu_{inf}(x_i) - \mu_f(x_i)|, \quad (12)$$

где $\mu_{inf}(x_i)$ и $\mu_f(x_i)$ — числовые оценки меры принадлежности координаты x_i ($0 \leq i \leq N$) векторов K_N^{inf} и K_N^f в фиксированный квант времени i по оси Ot одному из $0 \leq j \leq M$ квантов порядковой шкалы по оси Ox . Если она не превышает допустимый критерий R_{don} :

$$R(K_N^{inf}, K_N^f) \leq R_{don}, \quad (13)$$

то считается, что оба скелета адекватно отражают решение задачи. В противном случае реализуется процедура определения границы горизонта возможного прогноза решения. Последовательное выполнение этой процедуры позволяет получить оценку горизонта прогноза: какова длительность временного интервала, на котором можно построить адекватное решение в условиях модельной замкнутости, ограничений, обмена и информационной неопределенности в рамках используемых моделей и технологий моделирования. Практическая реализация такой процедуры осуществляется по схеме.

Вначале из двух множеств $\{K_N^f\}$ и $\{K_N^{inf}\}$ выделяются два вектора K_l^f и K_l^{inf} , начиная от первой координаты выбираются первые $l = l_0$ последовательных координат, для которых выполняется неравенство (13) и которые образуют подвекторы K_l^f и K_l^{inf} . Далее по формуле (12) определяется оценка меры расхождения между K_l^f и K_l^{inf} и, если она не превышает допустимый критерий $R_{дон}$, то формируются новые K_l^f и K_l^{inf} большей размерности путем добавления к старым координатам следующих Δl координат, т.е. $l = l + \Delta l$. Процедура повторяется до тех пор, пока мера расхождения не будет больше $R_{дон}$. После чего фиксируется значение l_V предыдущего шага и определяется временная граница горизонта прогноза $T_{вер}$:

$$T_{вер} = l_V \Delta t', \quad (14)$$

где $\Delta t'$ — числовое значение глубины кванта порядковой шкалы по оси Ot .

На рис. 2 показана геометрическая иллюстрация «размещения» и расположения на узлах решетки Z^2 , в пределах контура области формирования решения, семейства векторов $\{\phi(i)\}$, комплекса K и скелета K_N .

Здесь C_1 и C_2 — это множества узлов решеток Z^2 и \hat{Z}^2 , структура которых отражает геометрию изображения чисел с заданной точностью или символьных цепочек фиксированной и ограниченной переменной длины в проективной плоскости xOt . А также это геометрическая иллюстрация квантового дискретного информационного пространства, на котором будет развиваться процесс построения решений. На множестве C_1 определяется конечная клеточная топологическая структура в виде разбиения на классы, а на объединении $C = C_1 \cup C_2$ действует дискретная динамическая система $(\psi, R^2) : C_2 \rightarrow C_1$, где ψ — дискретное локальное отображение, которое описывает закон взаимодействия и механизм динамики символьных цепочек. Процесс информационной эволюции и взаимодействия объектов такой системы может быть сформулирован и представлен следующим образом.

Информационная динамика и эволюция символьных цепочек как объектов системы (ψ, R^2) в виртуальной среде вычислений определяется в виде синергии двух операторов: эволюционного оператора и оператора проектирования [1].

Математическая суть оператора эволюции состоит в том, что посредством этого оператора формализуется модель синтеза образа решений задачи (1) с нечеткими начальными условиями на множестве узлов нерегулярных решеток $\{\hat{Z}^2\}$.

Логический и алгоритмический смысл оператора проектирования заключается в том, что посредством этого оператора определяется модель статистического эксперимента в вычислительных технологиях построения образа возможных решений размытой задачи (1) на узлах решетки Z^2 .

Для размытой задачи Коши (1) локальная область информационного взаимодействия между элементами C_2 в плоскости xOt на узлах решетки \hat{Z}^2 определяется в окрестности узлов решетки Z^2 . А локализация этих узлов задается векторами $\phi(i)$ и $\phi(i+1)$ в i -ый и $(i+1)$ -ый кванты времени, координаты которых образуют пространство реперных точек искомого решения.

Логическую схему действия эволюционного оператора в среде вычислений можно описать следующим образом. Элементы множества C_2 формируют информационную среду действия динамической системы (ψ, R^2) в вычислительном процессе синтеза образа возможных решений задачи (1) на плоскости xOt . А элементы множества C_1 образуют информационную систему координат, на реперных точках которой формируется образ возможных решений. Топологическая и логическая структуризация множества C_1 на узлах решетки Z^2 осуществляется посредством векторов состояний (см. рис. 2). Область начальных условий определяется как подмножество C_2 в окрестности ненулевых координат вектора $\phi(1)$. А для соответствующих этим окрестностям узлов Z^2 определяется сфера информационного захвата. Геометрическая иллюстрация и описание операций взаимодействия цепочек на узлах C_2 для оператора эволюции дискретной задачи (1) представлены в [1].

В рамках геометрии решеток \hat{Z}^2 и Z^2 плоскости xOt алгоритм механизма информационного взаимодействия символьных цепочек на узлах C_2 для эволюционного оператора, который задается в виде разностных схем (4) и (5), можно описать следующим образом.

Во-первых, в области формирования потока возможных решений задачи (1) на множестве узлов C_1 решетки Z^2 определяется начальный квант времени на соответствующем узле $c_l^1 \in C_1$, выделяется контур начальных условий и сфера информационного влияния узлов решетки Z^2 . Для моделируемой размытой задачи это означает, что узел c_l^1 является центром окрестности области начальных условий

на множестве узлов C_1 . В обозначенной окрестности узла c_i^1 разыгрываются активные узлы множества C_2 для определения начальных условий дискретизированной задачи (1) с эволюционным оператором в формах (4) или (5). Процесс построения решений этой задачи на виртуальных решетках состоит в том, чтобы сгенерировать поток возможных траекторий решений на узлах множества C_2 . По аналогии с [16] каждое решение потока представляется в виде графа нейронных траекторий, а вершиной такого графа является узел нерегулярной решетки \hat{Z}^2 . Тогда для идентификации вершин графа $\Gamma_{C_2}^k$ на множестве C_2 по аналогии с [17] используется характеристическая функция, которая принимает значение 1, если узел $c_i^2 \in C_2$ является вершиной графа $\Gamma_{C_2}^k$:

$$\chi_c(c_i^2) = \begin{cases} 1, & \text{если } c_i^2 \in \Gamma_{C_2}^k \\ 0, & \text{если } c_i^2 \notin \Gamma_{C_2}^k \end{cases}, \quad (15)$$

где $\Gamma_{C_2}^k$ — k -ый граф нейронных траекторий соответствующего решения задачи (1). Логические схемы и алгоритмика процедур вычислительных технологий генерации потока нейронных траекторий решений моделируемой задачи включают формальные модели неопределенности начальных условий и параметров компьютерной модели задачи (1) [18]. А результат этого этапа формирования потока решений моделируемой задачи состоит в построении множества графов нейронных траекторий $\{\Gamma_{C_2}^k\}$ на множестве нерегулярных решеток $\{\hat{Z}^2\}$.

Во-вторых, после построения множества $\{\Gamma_{C_2}^k\}$ реализуется процедура формирования комплекса K , который является размытым подмножеством на регулярной решетке Z^2 . Основной посыл этой процедуры состоит в том, что вершины множества графов нейронных траекторий $\{\Gamma_{C_2}^k\}$ проектируются в узлы регулярной решетки Z^2 [1] и оценивается информационный вес узла или значение функции принадлежности в узле.

$$\mu_{C_1}(c_i^1) : C_1 \rightarrow [0,1] \quad (16)$$

Множество узлов комплекса K образует конечное размытое подмножество C_1^k на C_1 , которое может быть задано как множество пар:

$$C_1^k = \{c_i^1; \mu_{C_1}(c_i^1)\}; \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (17)$$

Это подмножество описывает покоординатное пространство возможных состояний решений моделируемой задачи на узлах виртуальной решетки Z^2 в виде трехмерной дискретной размытой функции $x_i(t)$ по i -ой координате вектора x задачи (1). Тогда подмножество узлов на решетке Z^2 в области формирования изображения образа решения задачи, в которых $\mu_{C_1}(c_i^1) \neq 0$, определяет пространство нетривиальных возможных состояний размытой функции $\mu_{C_1}(x, t)$, которая будет дискретным размытым нетривиальным решением.

Заключение

Методология метода на логическом и математическом уровне описывает и раскрывает его теоретическую и практическую сущность для разработки и реализации различных форм компьютеринга в среде вычислений программных виртуальных вычислительных систем как систем нового поколения [1, 2, 3]. Определение новых сущностей-объектов: информационная модель размытой задачи, модель активной виртуальной памяти, вычислительные и информационные процессы с локальным взаимодействием и других, значительно расширяет онтологию предметной области как программных вычислительных систем и компьютерной математики, так и математического моделирования. Каждая из этих сущностей-объектов является логической структурой или ее элементом для разработки моделей и реализации логических схем среды вычислений виртуальных программных вычислительных систем и каждая является объектом настоящего и будущих исследований. В этом отчасти раскрывается перспектива метода как в научном его развитии, так и в возможностях практического продолжения в области построения интеллектуальных кибернетических систем [1, 2, 3].

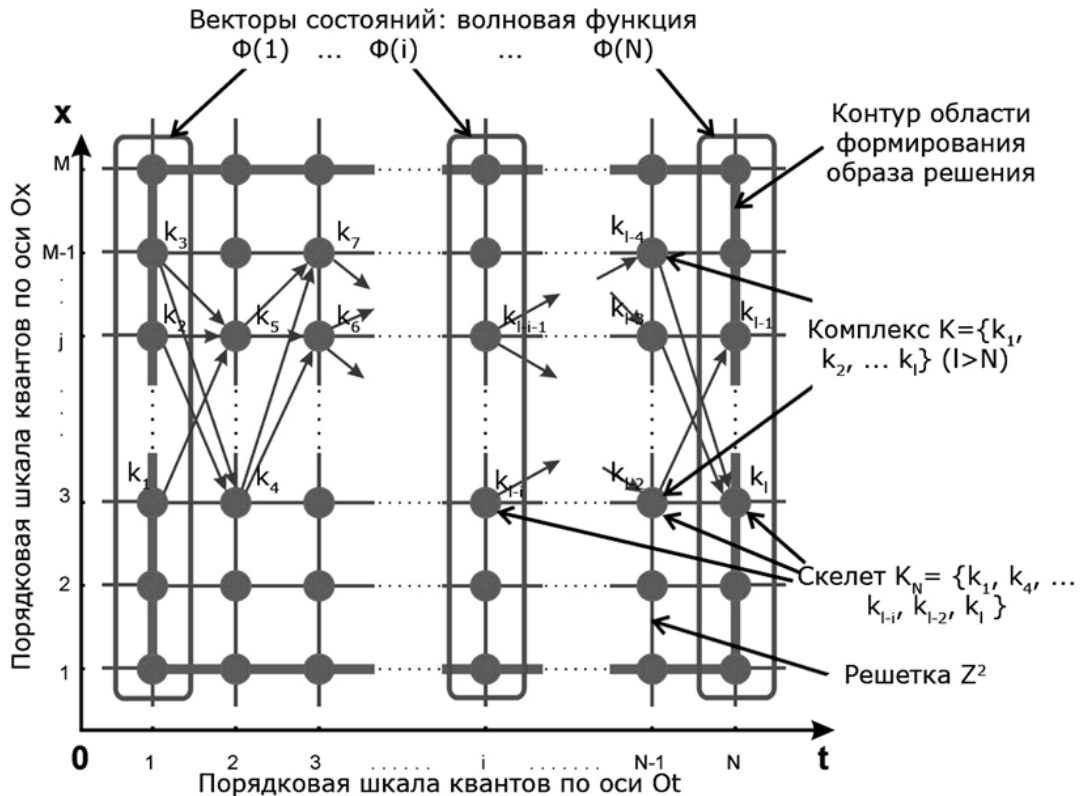


Рис. 2. Геометрическая иллюстрация «размещения» и расположения на узлах решетки Z^2 в пределах контура области формирования образа решения моделируемой задачи семейства векторов $\{\phi(i)\}$, комплекса K и скелета K_N

ЛИТЕРАТУРА

1. Мышев А. В. Метод виртуальной перспективы в моделировании размытых задач. *Информационные технологии и вычислительные системы*. 2010;3:66–78.
2. Мышев А. В. Компьютинг и моделирование размытой задачи Коши методом виртуальной перспективы. *Программные продукты и системы*. 2012;3:215–221.
3. Мышев А. В. Архитектура виртуальной потоковой вычислительной системы на основе информационной модели нейросети. *Информационные технологии*. 2014;5:61–78.
4. Нариньяни А. С. Введение в недоопределенность. *Информационные технологии*. 2007;4. Приложение к журналу.
5. Synge J. L. Introduction to General Relativity. *Relativity, Groups and Topology* / Eds. C. DeWitt, B. DeWitt. London–Glasgow: Blackie and Son; 1963:3–88.
6. Жуков В. Т., Страховская Л. Г., Федоренко Р. П., Феодоритова О. Б. Об одном направлении в конструировании разностных схем. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2002;42(2):222–234.
7. Климов А. Д., Страховская Л. Г., Федоренко Р. П. Метод конечных суперэлементов и гомогенизация. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2003;43(5):697–712.
8. Белоцерковский О. М. Математическое моделирование на суперкомпьютерах (опыт и тенденции). *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2000;40(8):1221–1236.
9. Белоцерковский О. М., Холодов А. С. О мажорантных схемах на неструктурированных (хаотических) сетках в пространстве неопределенных коэффициентов. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1999;39(11):1802–1820.
10. Беллер С., Вознячки Г. *Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел*. Москва: Мир; 1972. 332 с.
11. Гусев Л. А., Смирнова И. М. Размытые множества. Теория и приложения (обзор). *Автоматика и телемеханика*. 1973;5:66–85.

12. Мышев А. В. Теория компьютерного восприятия и технологии взаимодействия вычислительного интеллекта с виртуальной средой моделирования. *Кибернетика и технологии 21 века: труды 7-ой международной научно-технической конференции*. Т. 2. Воронеж: ВГУ; 2006:497–508.
13. Песин Я. Б., Юрченко А. А. Некоторые физические модели, описываемые уравнением реакции-диффузии, и цепочки связанных отображений. *УМН*. 2004;59(3):81–114.
14. Мышев А. В. Модели активной памяти в технологиях виртуализации каналов передачи и хранения информации. *Программные продукты и системы*. 2010;1:54–58.
15. Малышев В. А. Гиббсовские и квантовые дискретные пространства. *УМН*. 2001;56(5):117–172.
16. Хренников А. Ю. Представление когнитивной информации с помощью вероятностных распределений на пространстве нейронных траекторий. *Труды МИАН*. 2004;5:125–145.
17. Кофман А. *Введение в теорию нечетких множеств*. Москва: Радио и связь; 1982. 432 с.
18. Дубов Я. А. К теории неопределенности (формальные модели). *Отбор и передача информации*. 1976;48:3–8.

ВЫБОР КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ОБЩЕСТВЕННОГО САМОУПРАВЛЕНИЯ

Н. Б. Назина^а, В. В. Григоренко^б, Ю. В. Якубчик^с

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^а ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9363-160X>, nmb60@mail.ru

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9073-4184>, grigv_84@mail.ru

^с ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-8583-842X>, yulia.sharovatova@gmail.com

Аннотация: в статье рассматривается проблема объективной оценки деятельности территориального общественного самоуправления в условиях отсутствия единых критериев эффективности. Авторы подчеркивают, что непрозрачность оценки затрудняет сравнение результатов между муниципалитетами и препятствует эффективному планированию ресурсов. Отсутствие единых критериев эффективности превращает оценку деятельности территориального общественного самоуправления в субъективный и неконтролируемый процесс, что напрямую подрывает ресурсное планирование по трем каналам: невозможность нормирования затрат; риск «вытеснения» эффективных территориальных общественных самоуправлений; отсутствие обратной связи для корректировки планов.

Цель исследования — сформировать научно обоснованный набор критериев на основе экспертного подхода. В рамках работы проведено экспертное анкетирование девяти компетентных специалистов, включающих преподавателей вузов, председателей территориального общественного самоуправления и представителей городской администрации. Эксперты оценили семь предложенных критериев по пятибалльной шкале значимости. Для измерения согласованности мнений применялся статистический метод, который показал высокую степень консенсуса между экспертами. В результате выделены четыре наиболее значимых направления: организационная эффективность, социальная работа с населением, благоустройство территории и экономическая составляющая. Наименьшую значимость показали критерии, связанные с поддержанием порядка и взаимодействием с бизнесом. Полученные оценки могут быть использованы для построения интегрального индекса эффективности территориального общественного самоуправления, что повысит прозрачность местного самоуправления и доверие граждан к институтам местной демократии.

Ключевые слова: территориальное общественное самоуправление, критерии оценки деятельности территориального общественного самоуправления, показатель эффективности, экспертный анализ, каппа Флейса.

Для цитирования: Назина Н. Б., Григоренко В. В., Якубчик Ю. В. Выбор критериев оценки эффективности деятельности территориального общественного самоуправления. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):86–92.

Поступила в редакцию: 12.10.2025.

В окончательном варианте: 19.11.2025.

SELECTION OF CRITERIA TO EVALUATE THE EFFECTIVENESS OF COMMUNITY COUNCILS

N. B. Nazina^a, V. V. Grigorenko^b, Yu. V. Yakubchik^c

Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9363-160X>, nmb60@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9073-4184>, grigv_84@mail.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-8583-842X>, yulia.sharovatova@gmail.com

Abstract: we studied how to evaluate the performance of community councils when no standard effectiveness criteria exist. We note that the lack of clear assessment tools makes it difficult to compare municipalities and hinders efficient resource planning. We developed a set of scientifically grounded evaluation criteria using an expert-based approach. We surveyed nine specialists, including university lecturers, community council chairs, and city administration representatives. We asked the experts to rate seven proposed criteria on a five-point importance scale. We applied a statistical method to measure agreement among the experts and found a high level of consensus. We identified four key priority areas: organizational effectiveness, community engagement, territorial improvement, and economic efficiency. We found that the least significant criteria were related to public order and business involvement. We show that these findings

can be used to create an integrated community council effectiveness index, improving transparency in local governance and increasing public trust in democratic institutions.

Keywords: community council, criteria for community council performance evaluation, effectiveness index, expert analysis, Fleiss kappa.

Cite this article: Nazina N. B., Grigorenko V. V., Yakubchik Yu. V. Selection of Criteria to Evaluate the Effectiveness of Community Councils. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):86–92.

Original article submitted: 12.10.2025.

Revision submitted: 19.11.2025.

Введение

Территориальное общественное самоуправление (ТОС) представляет собой форму местного самоуправления, при которой жители муниципального образования самостоятельно решают вопросы местного значения в пределах своих полномочий. В последние годы в России наблюдается активное развитие институтов ТОС, что связано с необходимостью повышения вовлеченности граждан в управленческие процессы, улучшением качества жизни на местах и укреплением гражданского общества [1].

Однако, несмотря на растущую популярность ТОС, остается актуальным вопрос оценки их деятельности. Отсутствие единых и четких критериев и показателей эффективности затрудняет объективную оценку их работы, сопоставимость результатов между различными территориями и принятие управленческих решений. Цель данной статьи — выбор критериев оценки деятельности ТОС с позиции экспертного подхода для дальнейшей разработки комплексных показателей эффективности деятельности ТОС.

В условиях перехода к цифровой экономике и роста требований общества к качеству муниципальных услуг актуальным становится вопрос объективной оценки деятельности органов территориального общественного самоуправления [1]. Отсутствие единого научно обоснованного набора критериев приводит к субъективизму в оценке эффективности ТОС; невозможности сравнительного анализа между муниципальными образованиями; затрудненному планированию ресурсов и приоритетов развития. Решение указанной проблемы предполагает: во-первых, систематизацию существующих подходов к оценке муниципальной деятельности; во-вторых, выделение ключевых направлений работы ТОС (социальная, экономическая, организационная и инфраструктурная составляющие); в-третьих, разработку на их основе комплексного индикатора эффективности.

Практическая значимость результатов исследования заключается в возможности использования предложенной системы критериев органами местного самоуправления, контрольно-счетными палатами, общественными наблюдательными комиссиями и другими заинтересованными сторонами для текущего контроля, стратегического планирования; распределения финансовых и инвестиционных ресурсов.

Таким образом, разработка единого набора оценочных показателей способствует формированию эффективной, открытой и ориентированной на потребности граждан модели территориального управления, что в конечном счете повышает качество жизни населения и уровень доверия к институтам местной демократии.

Материалы и методы исследования

Критерий — это признак, на основе которого формируется оценка или принимается решение. Критерии определяют, насколько хорошо или плохо объект или процесс соответствует установленным требованиям, стандартам или ожиданиям. Они служат основой для сравнения и анализа показателей, помогают сделать вывод о качестве, эффективности или успешности деятельности.

Критерии при оценке эффективности используются в различных областях деятельности, таких как бизнес, образование, государственное управление, где позволяют конкретизировать с помощью показателей обобщенный набор экспертных статистических данных до измеряемых значений в определенной составной части оцениваемого объекта и повысить эффективность деятельности организаций и институтов [1, 2].

Для эффективного применения критериев важно определять конкретную, однозначную область, которую данный критерий отражает; сбалансировать количественные и качественные показатели и при необходимости использовать весовые коэффициенты (если задача оценки предполагает разные степени важности составляющих критерия или его самого относительно других критериев) [3].

На основе изучения и анализа нормативных правовых актов и федеральных законов в сфере жилищного хозяйства были сформулированы следующие возможные критерии оценки деятельности ТОС:

1. Организационная эффективность.
2. Социальная работа с населением.
3. Благоустройство территории.
4. ТОС как инструмент поддержания общественного порядка.
5. Экономическая эффективность.
6. ТОС как посредник в вопросах сотрудничества населения с коммерческими организациями.
7. Посредническая роль ТОС между муниципальными властями и населением.

Чтобы выяснить, какие критерии наилучшим образом позволяют оценить работу ТОС, было проведено анкетирование специалистов и измерена степень единства их суждений [4]. В качестве экспертов выступали специалисты (отдельные активные граждане, члены специализированных ассоциаций и работники образовательных учреждений), имеющие большой практический опыт в вопросах деятельности ТОС, а также участвующие в разработке, обучении и внедрении практик территориального самоуправления. Каждый из них прямо или косвенно в рамках своей профессиональной деятельности взаимодействует с товарищескими самоуправлениями на регулярной основе уже много лет и знаком со спецификой их деятельности, особенностями организации и реализации, как в Сургутском районе, так и в стране в целом. По роду деятельности экспертов можно поделить на несколько групп: преподаватели вуза, имеющие научные труды, касающиеся деятельности ТОС, председатели ТОС, представители администрации города Сургута, специализирующиеся на взаимодействии с товарищескими самоуправлениями. Все опрошенные специалисты имеют достаточный объем опыта и знаний, для того чтобы можно было опереться на их экспертные оценочные суждения.

Анкетирование экспертов проводилось для определения достоверности информации или результатов, т.е. для получения экспертных оценок [4]. В данном случае эксперт выступает в роли арбитра по оценке имеющихся данных, характеристик и показателей объекта.

В рамках анкетирования критерии оценивались по шкале от 0 до 5, где 0 баллов — критерий не влияет на качество, 5 — сильно влияет на качество (опросный лист экспертов представлен в табл. 1).

Таблица 1

Результаты оценки критериев экспертами

| № | Критерии | Эксперты | | | | | | | | |
|---|---|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | Организационная эффективность | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 2 | Социальная работа с населением | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 3 | Благоустройство территории | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 4 | ТОС как инструмент поддержания общественного порядка | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | Экономическая эффективность | 3 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 6 | ТОС как посредник в вопросах сотрудничества населения с коммерческими организациями | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | Посредническая роль ТОС между муниципальными властями и населением | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Согласованность экспертных оценок — совпадение оценок, которые дают независимые эксперты одним и тем же объектам по критериям. Групповое ранжирование объектов, полученное на основе близких индивидуальных ранжирований, вызывает обычно большее доверие, чем ранжирование, полученное на основе существенно различающихся индивидуальных ранжирований. Количественная оценка согласованности экспертных ранжирований и выяснение причин имеющихся расхождений очень важны для анализа результатов экспертизы. Такой анализ позволяет обнаружить ошибки расчета, а в ряде случаев выявляет существенное различие в подходах экспертов к оценке некоторых объектов. Экспертные оценки нельзя считать случайными величинами, так как в качестве экспертов выступали компетентные в данной области специалисты [5].

Для оценки согласованности двух экспертных ранжирований был использован статистический метод — каппа Флейса, измеряющий согласованность мнений в смысле их коррелированности, но не совпадений [5, 6]. У остальных методов экспертного анализа было выявлено ограничение — невозможность рассчитать согласованность мнений экспертов по каждой переменной в отдельности.

Каппа Флейса (κ) — это статистический показатель для оценки согласованности между фиксированным количеством оценщиков, выбранных случайным образом, при присвоении категориальных оценок ряду объектов или их классификации. Это обобщение метода Коэна для более чем двух экспертов. Метод каппы Флейса можно использовать с бинарными или номинальными шкалами [6].

Результаты и их обсуждение

Алгоритм расчета по методу каппы Флейса (κ):

1. Пусть N — общее количество критериев, n — количество экспертов, k — количество категорий (значения оценки, выставленные экспертами, от 1 до 5). Элементы индексируются $i = 1 \dots N$, а категории $j = 1 \dots k$.

2. Пусть n_{ij} обозначает количество оценщиков, которые отнесли i -й элемент к j -й категории. Строилась матрица частот (табл. 2).

Таблица 2

Матрица распределения оценок экспертов

| Критерии | Оценка | | | | |
|---|--------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Организационная эффективность | 0 | 0 | 0 | 8 | 1 |
| Социальная работа с населением | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| Благоустройство территории | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 |
| ТОС как инструмент поддержания общественного порядка | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Экономическая эффективность | 0 | 0 | 7 | 2 | 0 |
| ТОС как посредник в вопросах сотрудничества населения с коммерческими организациями | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Посредническая роль ТОС между муниципальными властями и населением | 0 | 1 | 8 | 0 | 0 |

3. Вычислялись доли для каждой категории j :

$$p_j = \frac{1}{N \cdot n} \sum_{i=1}^N n_{ij}. \quad (1)$$

4. Вычислялась согласованность по объектам для каждого объекта i :

$$P_i = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^k n_{ij}(n_{ij} - 1). \quad (2)$$

5. После производилось усреднение по объектам:

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i. \quad (3)$$

6. Вычислялось случайное совпадение:

$$\bar{P}_e = \sum_{j=1}^k p_j^2. \quad (4)$$

7. Финальная формула расчета каппы Флейса:

$$\kappa = \frac{\bar{P} - \bar{P}_e}{1 - \bar{P}_e}. \quad (5)$$

8. Интерпретация результатов производилась по таблице 3 [6], которая позволяет представить численное значение коэффициента каппы Флейса в виде понятной оценки, однозначно говорящей о результатах согласованности оцениваемых статистических данных [6].

Таблица 3

Интерпретация значений коэффициента каппы Флейса

| Значение каппы Флейса (κ) | Степень согласия |
|------------------------------------|------------------|
| < 0 | Отсутствует |
| 0 – 0,2 | Слабая |
| 0,21 – 0,4 | Умеренная |
| 0,41 – 0,6 | Средняя |
| 0,61 – 0,8 | Сильная |
| 0,81 – 1 | Почти идеальная |

9. Для расчета итогового значения согласованности по методу Флейса был реализован скрипт на языке Python. Итоговым результатом значения согласованности оценок экспертов стало значение $k = 0,62$ (рис. 1). Согласно табл. 3 полученное в ходе расчетов значение $k = 0,62$ соответствует степени согласия «Сильная», поэтому можно принять полученные экспертные оценки как корректные.

10. Далее рассчитывалось среднее арифметическое значение (\bar{x}) оценок экспертов и из них выбирались критерии с максимальным значением (\bar{x}) (табл. 4).

```
import numpy as np

def fleiss_kappa(mat):
    N, k = mat.shape
    n = mat.sum(axis=1)[0]
    p = mat.sum(axis=0) / (N * n)
    P = ((mat**2).sum(axis=1) - n) / (n * (n - 1))
    P_bar = P.mean()
    P_e = (p**2).sum()
    kappa = (P_bar - P_e) / (1 - P_e)
    return kappa

# Пример: матрица 7x5 (7 объектов, 5 категорий)
mat = np.array([
    [0,0,0,8,1],
    [0,0,0,1,8],
    [0,0,0,4,5],
    [8,1,0,0,0],
    [0,0,7,2,0],
    [8,1,0,0,0],
    [0,1,8,0,0]
])

print(round(fleiss_kappa(mat), 3)) # 0.62
```

Рис. 1. Результат работы Python-скрипта по каппе Флейса

Очевидно, что дальнейший анализ и кластеризация не требуются в связи с однозначностью оценок экспертов.

На рис. 2 представлен график экспертных оценок критериев, построенный на основе таблицы 4.

Наиболее низкими значениями обладают критерии «ТОС как посредник в вопросах сотрудничества населения с коммерческими организациями» ($N = 1,1$), «ТОС как инструмент поддержания общественного порядка» ($N = 1,1$), «Посредническая роль ТОС между муниципальными властями и населением» ($N = 2,9$). Наиболее важными критериями для оценки эффективности деятельности ТОС можно считать следующие: «Социальная работа с населением» ($N = 4,8$), «Благоустройство территории» ($N = 4,5$) «Организационная эффективность» ($N = 4,1$), «Экономическая эффективность» ($N = 3,2$), их и будем использовать для составления интегрированной оценки, позволяющей рассчитать единый индекс эффективности.

Таблица 4

Результаты оценки критериев экспертами

| Критерии | Эксперты | | | | | | | | | \bar{x} |
|---|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| Организационная эффективность | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4.1 |
| Социальная работа с населением | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4.8 |
| Благоустройство территории | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4.5 |
| ТОС как инструмент поддержания общественного порядка | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1.1 |
| Экономическая эффективность | 3 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3.2 |
| ТОС как посредник в вопросах сотрудничества населения с коммерческими организациями | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1.1 |
| Посредническая роль ТОС между муниципальными властями и населением | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2,9 |

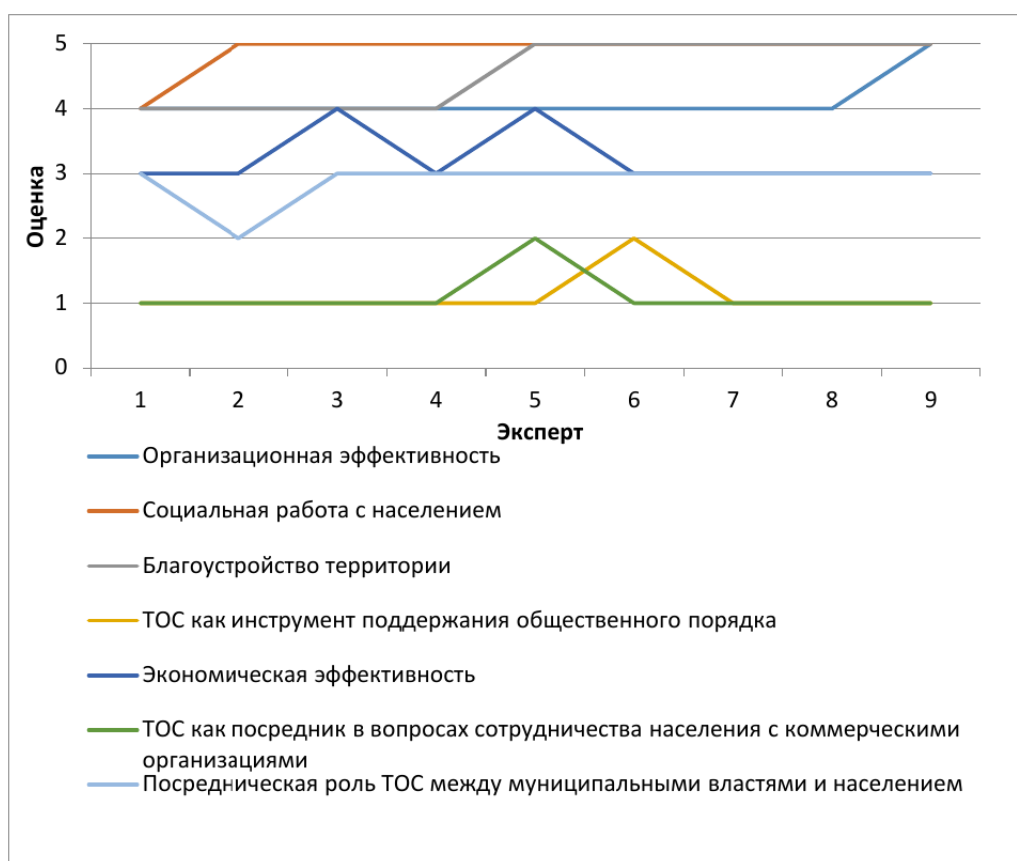


Рис. 2. График оценок экспертов

Заключение

В результате исследования было выявлено, что ключевыми критериями оценки эффективности деятельности территориального общественного самоуправления являются социальная работа, благоустройство территории, организационная и экономическая эффективность. Незначительным оказалось влияние территориального общественного самоуправления на поддержание общественного порядка и связи с бизнесом. Мнения специалистов совпали почти идеально ($\kappa = 0,62$). Предложенные показатели позволят свести оценку деятельности территориального общественного самоуправления в единый индекс и сделать местное самоуправление более понятным и управляемым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Улаева Н. Л. Специфика правового регулирования и отдельные проблемы правоприменения при размещении органами местного самоуправления парковок, дорожных карманов и стоянок транспортных средств. *Евразийский юридический журнал*. 2022;9:205–207. DOI: 10.46320/2073-4506-2022-9-172-205-207.
2. Иванова К. А. *ТОС: от законодательных основ к практике реализации*. М.: Юрлитинформ; 2021. 37 с.
3. Овчаренко Р. К., Степанищева П. А. Территориальное общественное самоуправление: новый взгляд на возможности и перспективы влияния на создание городской среды. *Государственное и муниципальное управление. Ученые записки*. 2024;3:49-60. DOI: 10.22394/2079-1690-2024-1-3-46-51.
4. Коэн Дж. *Статистический анализ в поведенческих науках* / пер. с англ. М.: Финансы и статистика; 2001. 416 с.
5. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б., Постовалов С. Н. *Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей*. Новосибирск: НГТУ; 2011. 296 с.
6. Gusarova N. F., Klochkov A. P., Lobantsev A. A. et al. Generative Augmentation to Improve Lung Nodules Detection in Resource-Limited Settings. *Information and Control Systems*. 2020;6:60-69. DOI: 10.31799/1684-8853-2020-6-60-69.

О ВОЗМОЖНОСТЯХ СОВРЕМЕННЫХ МУЛЬТИМОДАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМЕРОВ В ОБЛАСТИ АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

П. А. Александров^a, А. А. Прусаков^b, Г. Н. Антонова^c, М. Н. Шахов^z, С. Е. Стельмак^d,
А. В. Беклемишева^e, В. Г. Саркисов^{жс}

НИИЦ «Курчатовский институт», г. Москва, Российская Федерация

^a Maksimova_SI@nrcki.ru, ^b prusakov.s@yandex.ru, ^c g_n_ant@mail.ru, ^z msha@bk.ru,

^d Stelmak_SE@nrcki.ru, ^e Beklemisheva_AV@nrcki.ru, ^{жс} Galina_Sarkisova@mail.ru

Аннотация: в работе представлены результаты исследования возможностей анализа изображений, которые широкому кругу пользователей предоставляют два нейросетевых сервиса: ChatGPT-5 mini и DeepSeek-3.1 Thinking. Для этих сервисов в соответствии с новой методикой и на уникальной экспериментальной базе оценивалось качество формирования признаков описаний и выявления аналогий при предъявлении всего четырех обучающих примеров для каждого из двух классов. В экспериментах из 93 предложенных уникальных и автоматически сгенерированных модифицированных тестов Бонгарда ChatGPT-5 mini успешно справился с 15 (16,1%), а DeepSeek-3.1 Thinking — с 17 (18,3%) тестами. Обосновывается утверждение, что, несмотря на несомненные достижения в области решения задачи обучения по малому числу примеров, современная технология контекстного обучения мультимодальных нейросетевых трансформеров имеет принципиальные ограничения.

Ключевые слова: компьютерное зрение, машинное обучение, системы искусственного интеллекта, искусственные нейронные сети, анализ изображений, ChatGPT, DeepSeek, трансформеры, большие языковые модели, обучение на малом числе примеров.

Для цитирования: Александров П. А., Прусаков А. А., Антонова Г. Н., Шахов М. Н., Стельмак С. Е., Беклемишева А. В., Саркисов В. Г. О возможностях современных мультимодальных трансформеров в области анализа изображений. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):93–103.

Поступила в редакцию: 23.11.2025.

В окончательном варианте: 18.12.2025.

THE POTENTIAL OF CURRENT MULTIMODAL TRANSFORMERS FOR IMAGE ANALYSIS

P. A. Alexandrov^a, A. A. Prusakov^b, G. N. Antonova^c, M. N. Shakhov^d, S. E. Stelmak^e,
A. V. Beklemisheva^f, V. G. Sarkisov^g

National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, Russian Federation

^a Maksimova_SI@nrcki.ru, ^b prusakov.s@yandex.ru, ^c g_n_ant@mail.ru, ^d msha@bk.ru,

^e Stelmak_SE@nrcki.ru, ^f Beklemisheva_AV@nrcki.ru, ^g Galina_Sarkisova@mail.ru

Abstract: we studied the image analysis capabilities of two widely used neural network services: ChatGPT-5 mini and DeepSeek-3.1 Thinking. We measured the quality of feature generation and analogy matching using a new methodology and a unique experimental framework that employed all four training examples for each of two classes. In experiments with 93 proposed sounds and automatically generated Modified Bongard Tests, ChatGPT-5 mini completed 15 (16.1%) tests, and DeepSeek-3.1 Thinking completed 17 (18.3%). These results demonstrate that, despite clear progress in few-shot learning, current multimodal neural network transformers still face fundamental limitations in contextual learning.

Keywords: computer vision, machine learning, artificial intelligence systems, artificial neural networks, image analysis, ChatGPT, DeepSeek, transformers, large language models, few-shot learning.

Cite this article: Alexandrov P. A., Prusakov A. A., Antonova G. N., Shakhov M. N., Stelmak S. E., Beklemisheva A. V., Sarkisov V. G. The Potential of Current Multimodal Transformers for Image Analysis. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):93–103.

Original article submitted: 23.11.2025.

Revision submitted: 18.12.2025.

Введение

Цели работы:

- выявить возможности и ограничения «контекстного обучения нейросетей» (в данной работе: ChatGPT-5 [1], DeepSeek-3.1 [2]) на малом числе примеров;
- предложить новую тестовую базу (benchmarks) алгоритмов машинного обучения, которые претендуют в своем развитии стать универсальной системой компьютерного зрения.

Проблема

В эпоху классического компьютерного зрения [3] и с распространением сверточных нейросетей [4] организовывались различные соревнования распознающих алгоритмов.

С выходом мультимодальных рассуждающих трансформеров оказалось возможным нейросети дообучиться классификации в «новой области» буквально на 1-6 изображениях (few-shot learning) для каждого класса [5].

Проблема, решению которой посвящена настоящая работа, – выявить тесты (benchmarks), пригодные для оценки систем компьютерного зрения на основе машинного обучения, для которой заявлена способность дообучения по малому числу примеров в зрительных задачах.

Наш вклад

В настоящей работе демонстрируется, что автоматически сгенерированные модифицированные тесты Бонгарда (на этот набор тестов 05.08.2025 получено свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2025623774) могут выступать материалом для измерения прогресса в области разработки алгоритмов по решению зрительных задач обучения на малом числе примеров.

Существующие подходы по измерению «интеллектуальности» алгоритмов компьютерного зрения в части способности узнавания

Тесты Бонгарда

Головоломки Бонгарда для «устройства соревнования мыслящих машин» были предложены в 1967 году [6]. Эти головоломки стали широко известны после выхода в 1979 году книги Д. Хофштадтера [7].

Неоднократно предпринимались попытки создания автоматических генераторов тестов Бонгарда [8]. Из обзоров [9, 10] видно, что классические тесты Бонгарда заложили основу целого направления тестирования «интеллектуальных систем». Пример «классической» головоломки приводится на рис. 1.

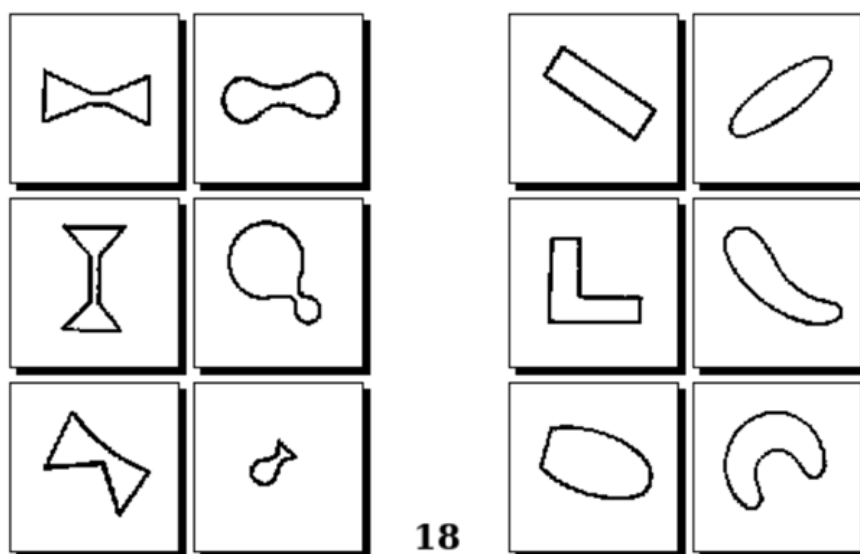


Рис. 1. Восемнадцатый из ста тестов Бонгарда, который приведен в приложении А к книге «Проблема узнавания». Для прохождения теста человеку или компьютерной программе предлагают словами описать принципы, по которому отличаются шесть картинок слева от шести картинок справа

Капчи

Большинство пользователей Интернета сталкивалось с тем, что в целях безопасности, сервер перед доступом к ресурсу требует от пользователя распознать несколько кривых букв и/или цифр. Капчи – это головоломки, которые трудны (а в идеале – непреодолимы) для компьютера, но легки для человека.

Капча, которая используется компанией Яндекс при проверке «Я не робот», представлена на рис. 2.

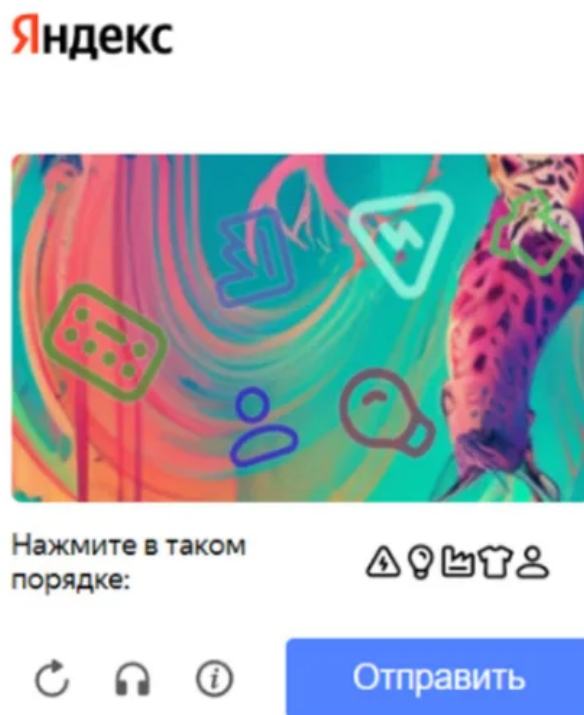


Рис. 2. Тест на «интеллектуальность» от компании Яндекс, который, как предполагается, пока не может быть пройден современной автоматической системой

Яндекс-капча дает представление о том, что современные методы распознавания пока не способны делать.

Психометрические тесты на коэффициент интеллекта (IQ)

Отчет о том, каких успехов добиваются современные нейросетевые трансформеры по решению визуальных IQ-тестов (например, по прохождению известнейшего набора тестов – Mensa [11]), можно получить на ресурсе [12].

Тесты Шолле на общий искусственный интеллект (AGI)

На рис. 3 приведен один из тестов Ф. Шолле на общий искусственный интеллект, который входит в его первый (от 2019 года) корпус тестов – ARC-AGI-1.

Аргументы, почему разработку алгоритма по успешному автоматическому решению набора тестов «The Abstraction and Reasoning Corpus» (ARC) следует считать шагом на пути к общему искусственному интеллекту, можно прочесть в работе Ф. Шолле «On the Measure of Intelligence» [13] или услышать в недавнем докладе «How We Get To AGI» [14].

Итоги соревнований за 2024 год по тестам ARC-AGI-1 представлены в отчете [15]. Наилучший официальный итог – 53,5% решенных тестов.

По состоянию на осень 2025 года самые успешные методы по автоматическому решению тестов Шолле применяют архитектуру нейросетевых трансформеров [16].

С 2020 по 2023 годы в данном соревновании побеждали системы «классического компьютерного зрения».

В 2024 году в призерах были только нейросетевые алгоритмы. Успех в конкурсе ARC-AGI-2024 для призеров во многом зависел от применения изошренных (не только сдвиги и повороты) техник «аугментации», иногда на основе предметно-ориентированного языка (Domain-Specific Language, DSL) [17].

Метод

В первом предварительном эксперименте трансформеру демонстрировалось изображение одного из модифицированных тестов Бонгарда (см. рис. 4) в сопровождении краткого вопроса: «Что на

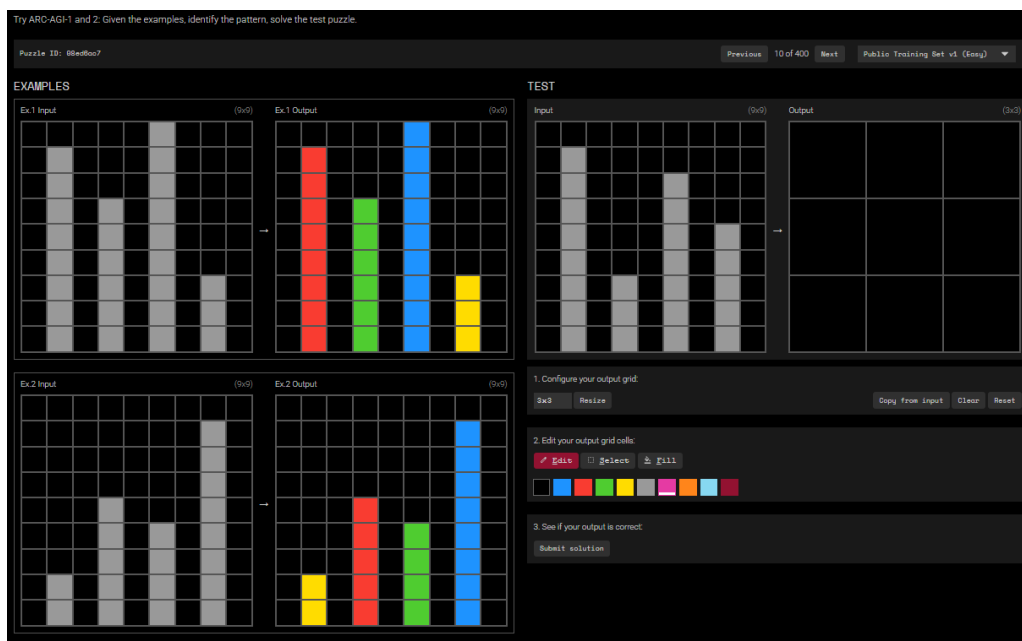


Рис. 3. Один из тестов на общий искусственный интеллект, предложенный Ф. Шолле. Данный тест включен в корпус тестов ARC-AGI-1 и использовался в обучающей выборке соревнований ARC-Prize в 2020-2024 годах. Для решения этого теста необходимо установить общий принцип преобразования картинки из 9x9 клеток в другую картинку 9x9

изображений?». Ответы, которые дали сервисы DeepSeek-3.1 Thinking и ChatGPT-5 mini, свидетельствовали о том, что они правильно «понимают» смысл и структуру изображения теста, см. рис. 5.

Таким образом, исследуемые сервисы получали на вход ровно то же задание (по форме и содержанию), что и человек.

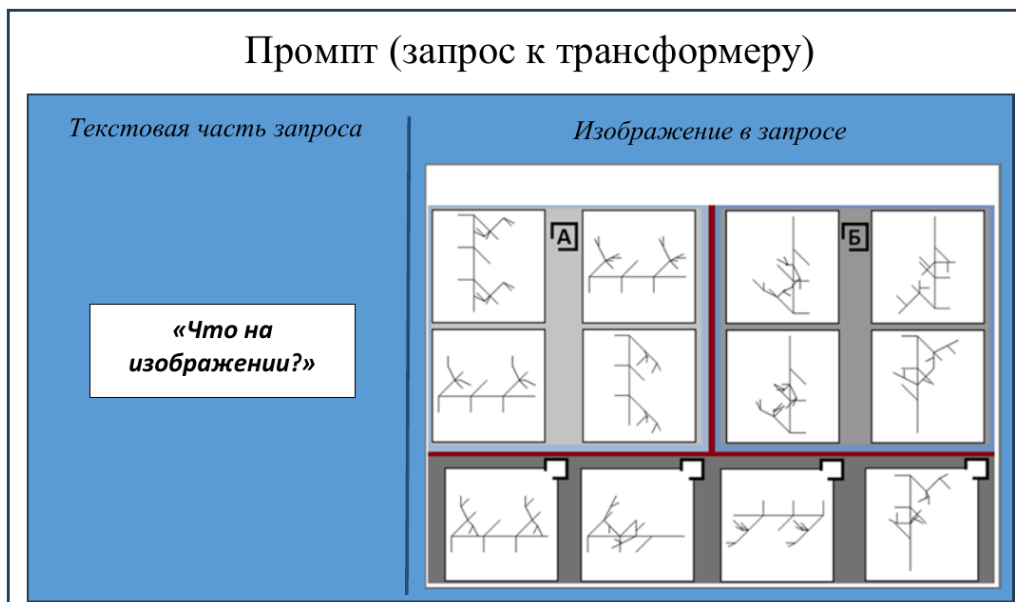


Рис. 4. Изображение одного из автоматически сгенерированных модифицированных тестов Бонгарда и текст промпта, которые были поданы на вход DeepSeek-3.1 Thinking и ChatGPT-5 mini с предварительно удаленным контекстом в чате. Промпт содержал текст «Что на изображении?»

Предварительные исследования на реальных фотографиях

В начале опишем гипотетическую производственную задачу в области компьютерного зрения. На рис. 6 представлены обучающая выборка (по 4 примера для каждого из двух классов А и Б) и тест-

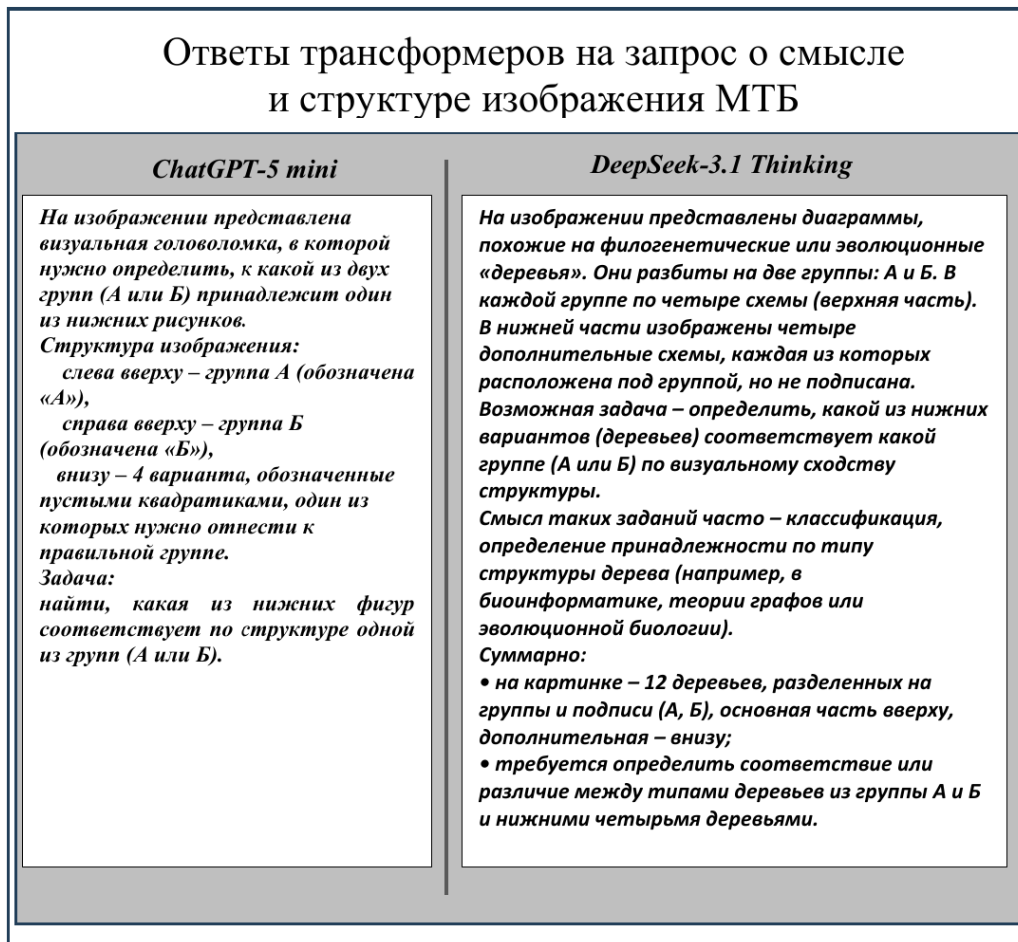


Рис. 5. Ответы тестируемых мультимодальных нейросетей DeepSeek-3.1 Thinking и ChatGPT-5 mini на вопрос «Что на изображении?». Это изображение представлено на рис. 4

вая выборка (4 изображения в нижнем ряду). Путем демонстрации примеров в зонах А и Б делалась попытка обучить нейросетевой сервис отличать дефектные губки для мытья посуды от качественных.

В ходе предварительных экспериментов двум мультимодальным трансформерам ChatGPT-5 mini и DeepSeek-3.1 Thinking было продемонстрировано изображение, как оно представлено на рис. 6. Это изображение сопровождалось запросом (промптом) следующего содержания:

«На изображении представлена визуальная головоломка на классификацию по аналогии.

Описание структуры задачи:

- в верхней части изображены две группы по четыре рисунка каждая (группа А слева и группа Б справа);*
- в нижней части изображения показаны четыре рисунка в ряд в отдельных квадратах;*
- требуется определить, к какой из двух групп (А или Б) относится каждый из рисунков внизу, основываясь на закономерностях построения, аналогии формы.*

Цель:

найди принцип, по которому разные рисунки относятся к группе А или Б, и укажи правильный вариант соответствия для каждого из нижних рисунков».

Оба трансформера справились с этой задачей, сформулировали принцип: «Группа А = поврежденные/рваные губки; группа Б = целые/ровные губки» и дали правильное краткое решение: «А Б Б А».

Более сложная задача представлена на рис. 7.

Трансформеры с этой задачей не справились, но принцип отличия картинок зоны А от картинок зоны Б DeepSeek-3.1 уловил верно. Вот его ответ: «Группа А: карандаш проходит через зеленую (жесткую) сторону губки; группа Б: карандаш проходит через синюю (мягкую) сторону губки».

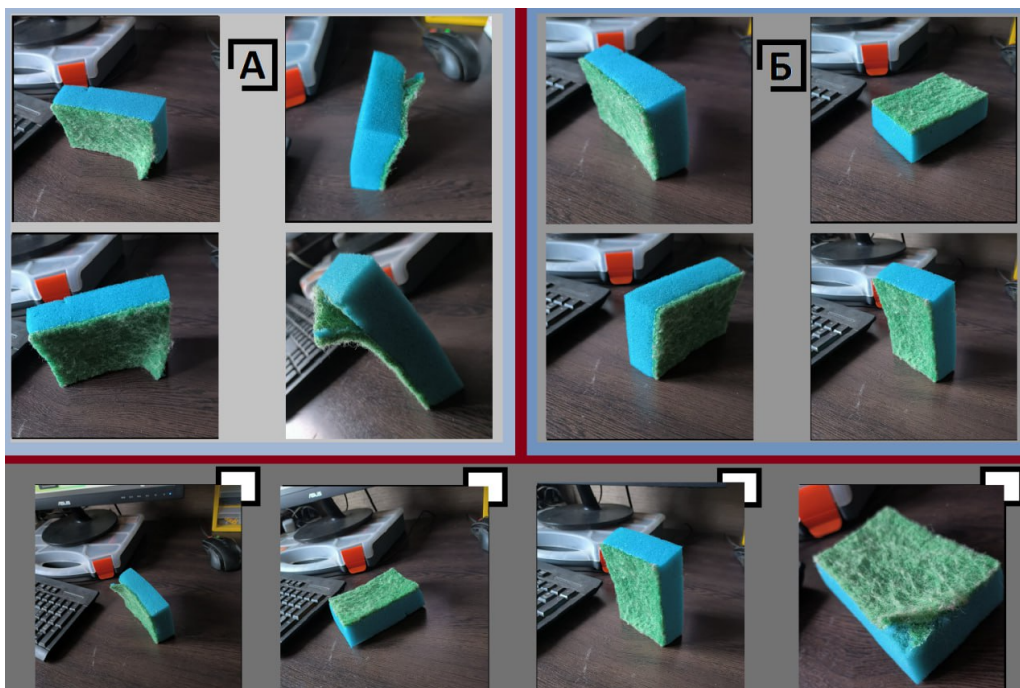


Рис. 6. Задача перед компьютерной системой – проанализировать обучающую выборку изображений в областях А и Б, далее выявить признак, отличающий объекты на этих изображениях, и на основе выявленного признака классифицировать четыре тестовых картинки в нижнем ряду (пометить каждую из них символом А или Б)

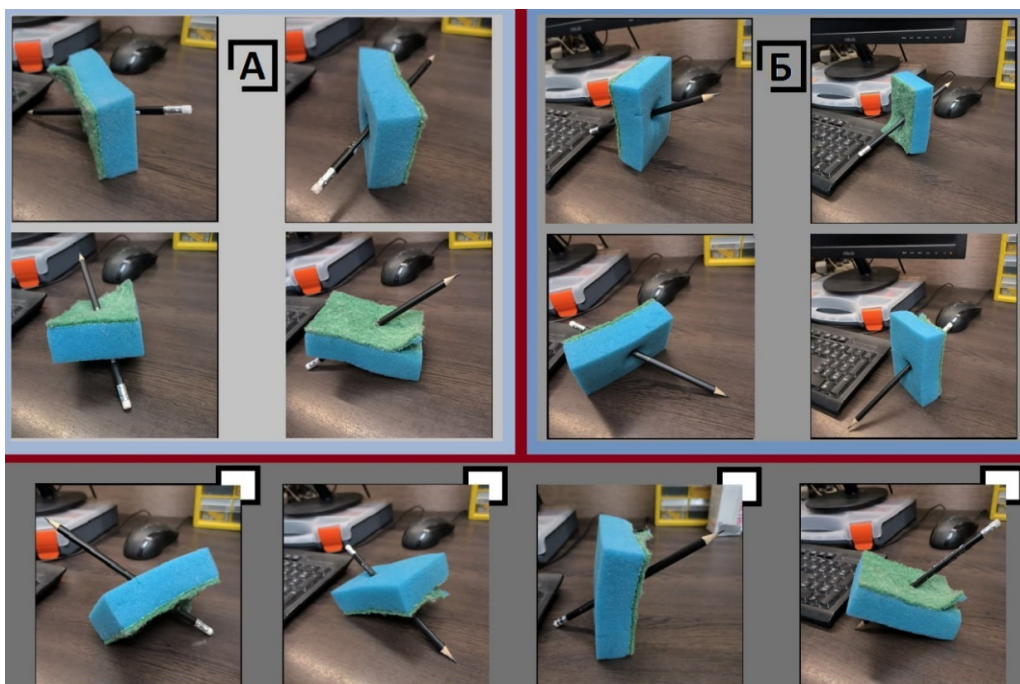


Рис. 7. В левой верхней области А четыре изображения губок, каждая губка проткнута карандашом, и острие выходит из зеленого слоя губки. В правой верхней области Б на изображениях четыре губки, где острие карандаша выходит из синего слоя каждой губки. Надо выявить это различие и правильно разнести картинки в нижней зоне теста по принципу принадлежности к области А или Б

Создание «скрытого» набора тестов Бонгарда

В психометрии принято, чтобы испытуемый не был предварительно тренирован на том же типе тестов IQ, на которых он тестируется. Это было мотивом для создания большого набора концептуально

новых тестов Бонгарда, который ранее в Интернет не выкладывался.

Обеспечение однозначной интерпретации результата прохождения теста Бонгарда

Классические тесты Бонгарда требуют дать решение в виде словесного описания принципа отличия левых картинок от правых. В настоящей работе применяются модифицированные тесты Бонгарда (МТБ), в качестве решения они подразумевают однозначно трактуемый ответ в виде четырех букв, например, «А,Б,Б,А».

Предположения

Предполагается следующий порядок действий мультимодального рассуждающего трансформера:

- 1) нейросетевой трансформер самостоятельно разбивает изображения МТБ на три зоны (А, Б и тестовую), в каждой зоне им выделяются четыре квадратные картинки;
- 2) каждой картинке трансформер сопоставляет текстовое описание;
- 3) рассуждающий трансформер (следуя требованию текстовой части запроса, промпту) анализирует текстовые описания для картинок двух верхних зон А и Б и далее, используя свою функцию «рассуждения», формулирует принцип (признак) отличия картинок в двух зонах;
- 4) к текстовым описаниям каждой из четырех картинок нижней тестовой зоны мультимодальный трансформер «применяет» принцип (признак) отнесения картинки либо к зоне А, либо к зоне Б;
- 5) в ответное сообщение трансформера добавляется краткое решение МТБ, в котором четырем картинкам тестовой зоны, расположенным в ряд, сопоставляются четыре буквы А или Б одной строкой.

Анализ возможностей мультимодальных нейросетевых трансформеров с помощью синтетических тестов

В отличие от классических тестов Бонгарда, которые были нарисованы вручную, метод синтеза изображений тестов компьютерными программами имеет ряд существенных преимуществ:

каждая картинка теста описывалась коротко и формально на специальном предметно-ориентированном языке (ПОЯ), что давало возможность при строго формальном описании изображения также задавать признак отличия картинок в зонах А и Б и описывать общую аналогию. Символьные описания картинок на ПОЯ преобразовывались в изображения с помощью программного интерпретатора;

формировать, при необходимости, сколько угодно большие обучающие и тестовые выборки; вносить деформации в объекты (повороты, масштабирование), добавлять отвлекающие шумовые детали.

Эксперименты

После автоматического синтеза 3000 изображений модифицированных тестов Бонгарда для основных экспериментов были отобраны 93 концептуально разных, которые решаются человеком без долгого разглядывания и размышлений.

Далее каждое из 93 изображений теста МТБ снабжалось текстовым описанием задания (текст задания, или промпт, приведен выше в разделе «Предварительные исследования на реальных фотографиях»). Всякий раз перед таким запросом контекст нейросетевого трансформера стирался.

На рис. 8 приводится первый тест МТБ и на этом же рисунке справа – текстовые ответы двух нейросетей. Ответы содержат краткое решение в виде последовательности символов А А Б Б и текст (см. над кратким решением), данный трансформером в обоснование этого решения. Тест, показанный на рис. 8, оба соревнующихся трансформера решили правильно!

На рис. 9 приведен второй тест МТБ, который решали нейросетевые трансформеры, и оба решили его неправильно.

Все 93 теста, которые участвовали в экспериментах, можно скачать по ссылке [18], в именах файлов всегда присутствует подстрока с правильным решением (вида АВВА). Промпт (текстовый запрос), которым сопровождалось изображение каждого теста, приведен выше в разделе «Предварительные исследования на реальных фотографиях». Таким образом, все эксперименты, выполненные в настоящей работе, можно повторить, а также выполнить сравнительное тестирование других мультимодальных трансформеров.

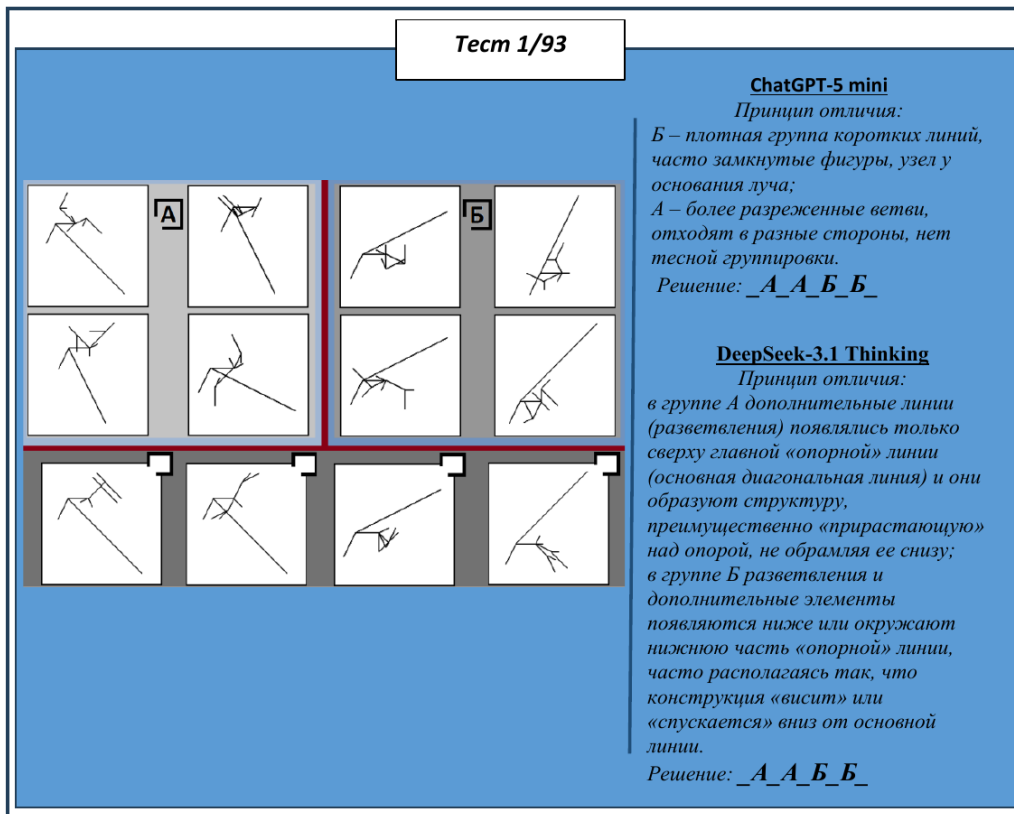


Рис. 8. В левой части расположено изображение теста, в правой – краткие решения от двух трансформеров в виде последовательности символов А А Б Б, а над ними – тексты в обоснование решения. Символ А или Б в ряду А А Б Б обозначает отнесение каждой из четырех картинок в нижнем ряду изображения к зоне А или В

В экспериментах в тексте ответа всегда выдавалось краткое решение в виде упорядоченных четырех символов, например: А А Б Б. Решение теста засчитывалось, если запрос посылался три раза и три раза выдавалось правильное решение.

На рис. 10 представлен самый «простой» тест из набора МТБ, однако оба трансформера провалили этот простейший тест.

По итогам испытаний двух мультимодальных рассуждающих нейросетевых трансформеров со счетом 17:15 победил DeepSeek-3.1 Thinking (см. рис. 11). При этом 12 тестов МТБ из 93 были решены обоими участниками соревнований.

Контекстное обучение анализу изображений на малом числе примеров с применением мультимодальных рассуждающих трансформеров (выводы)

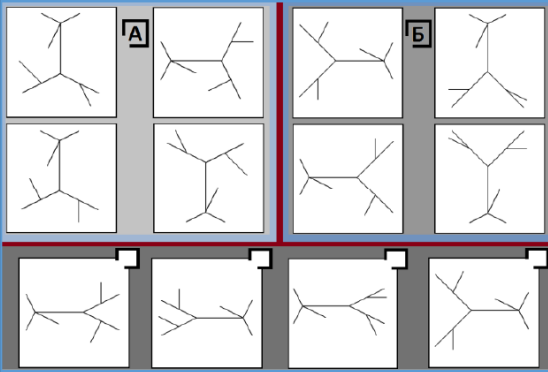
Можно ли на основе современных технологий построить достаточно надежную систему зрительного контроля изделий на конвейере (например, на целостность и дефекты), которая «понимала» бы, что от нее требуется, при предъявлении всего по 10 экземпляров качественных и дефектных изделий? Пожалуй, еще год назад представить себе, что задача компьютерного зрения может быть поставлена подобным образом, казалось фантастикой. И вот в 2025-ом появились мультимодальные рассуждающие трансформеры.

При оптимизации весов трансформера обрабатываются сотни миллионов изображений из Интернета и подписей к ним. Так как в процессе запросов к трансформеру нейросеть не меняет своих весов (при помещении в запрос нескольких обучающих примеров), то такое обучение называется «контекстным». Какие пределы у контекстного обучения?

В классическом компьютерном зрении распознавание строилось на придуманных инженерами признаках [19]. Большое внимание уделялось признакам, надежно выделяемым при преобразованиях плоскости: подобия, аффинным и проективным.

Примерно с 2010-го года сверточные сети стали автоматически формировать признаки и при-

Тест 2/93



ChatGPT-5 mini

Решение: Б Б Б А

DeepSeek-3.1 Thinking

Анализ групп

Группа А (слева):

1. В каждом рисунке три центральных «луча», от которых отходят еще по два ответвления (итого по три линии с каждой развилки, и на одном конце (или на двух) обязательно есть дополнительные ветви).
2. Центр расположен ближе к середине, рисунок напоминает разветвленную звезду.
3. Все рисунки стоят вертикально, и ни один не располагается горизонтально.

Группа Б (справа):

1. В центре соединяются 4 ветви (крестовина) либо разветвления иные, а сама структура вытянутая, горизонтальная.
2. Большинство рисунков явно вытянуты вдоль горизонтальной оси.
3. Конструкция похожа на дерево или основной хребет с ответвлениями.

Ключевая разница:

- А: центральная точка и три почти равных направления («луча»), симметрия, в основном, вертикальная композиция;
- Б: вытянутая, горизонтальная, большие развилки или четыре направления, структура напоминает основной хребет.

Решение: Б Б Б А

Рис. 9. В левой части расположено изображение теста, в правой – краткое решение от двух трансформеров в виде последовательности символов Б Б Б А. Для модели DeepSeek-3.1 Thinking приведен подробный текст рассуждений и принцип решения теста МТБ. Оба трансформера дали одинаковое и неправильное решение

знаковые описания, но достаточно далекие от «человеческих». Качество этих признаков с точки зрения устойчивости, например, к преобразованиям плоскости невысокое.

С внедрением мультимодальных трансформеров нейросети получили возможность применять эффективные «человеческие» признаки.

А с выходом в 2025 году нейросетевых трансформеров с функцией рассуждения стало возможным автоматическое формирование на естественном языке принципа отличия двух классов картинок и обучение на малом числе примеров.

Однако способность вербализации человеком своего собственного восприятия крайне ограничена. На основе естественного языка невозможно обеспечить необходимое богатство признаков описаний. Действительно, более 80% тестов МТБ трансформеры решить не смогли.

Для наращивания возможностей систем контекстного обучения предлагается использовать не только словесные описания людей.

Например, обучение трансформеров можно проводить на изображениях и соответствующих им описаниях (в электронном формате) виртуальных 3D объектов. И это уже делается одним из нейросетевых трансформеров компании Microsoft [20].

Также следует обратить внимание на программные библиотеки по компьютерному зрению (например, на библиотеку OpenCV). Такие библиотеки могут послужить для формирования специальных языков описания изображений. Можно ли таким образом построить «универсальную систему компьютерного зрения» человеческого уровня?

Кант более двухсот лет назад определил интеллект как способность порождать понятия (абстракции). Мультимодальный трансформер при формировании принципа отличия классов пользуется только понятиями, которые используются в языке. И даже в случае, если признаки на изображении будут выделяться программными библиотеками, которые создали программисты, то и в этом случае «интеллект», скорее, будет человеческий. Таким образом, без создания подлинного автоматического

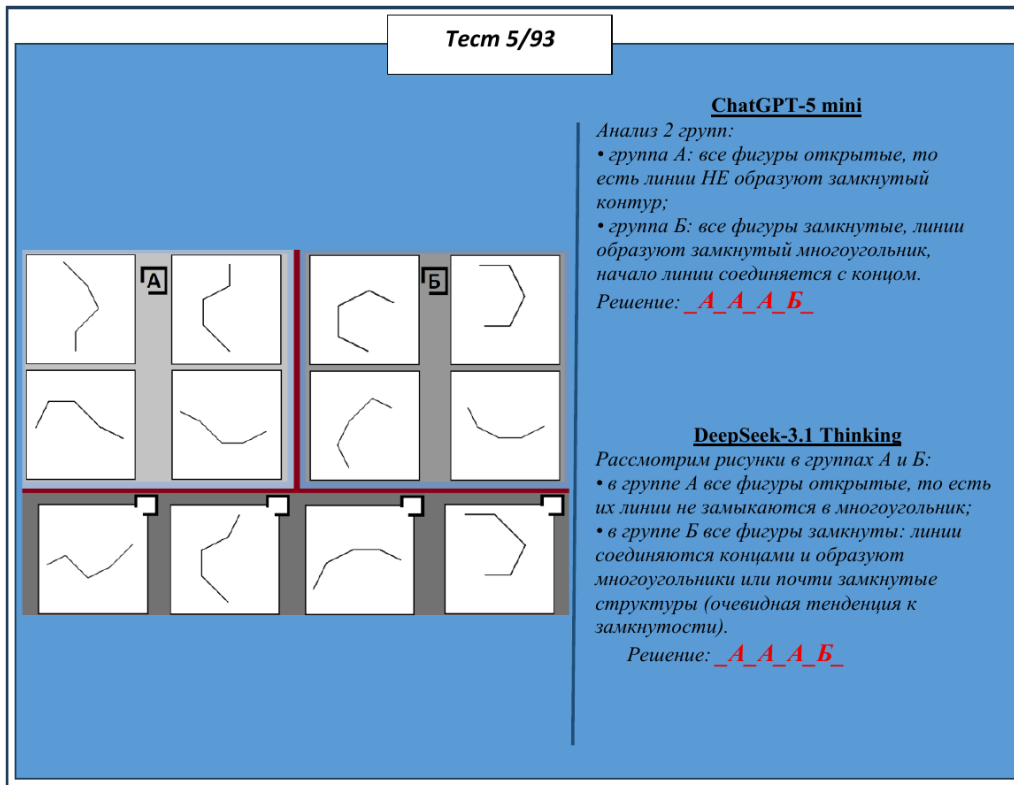


Рис. 10. В левой части рисунка расположено изображение теста, в правой части – большими буквами краткие решения, которые выдал каждый трансформер, и тексты описания аналогий и различий групп картинок в зонах А и Б. Оба трансформера не решили данный тест

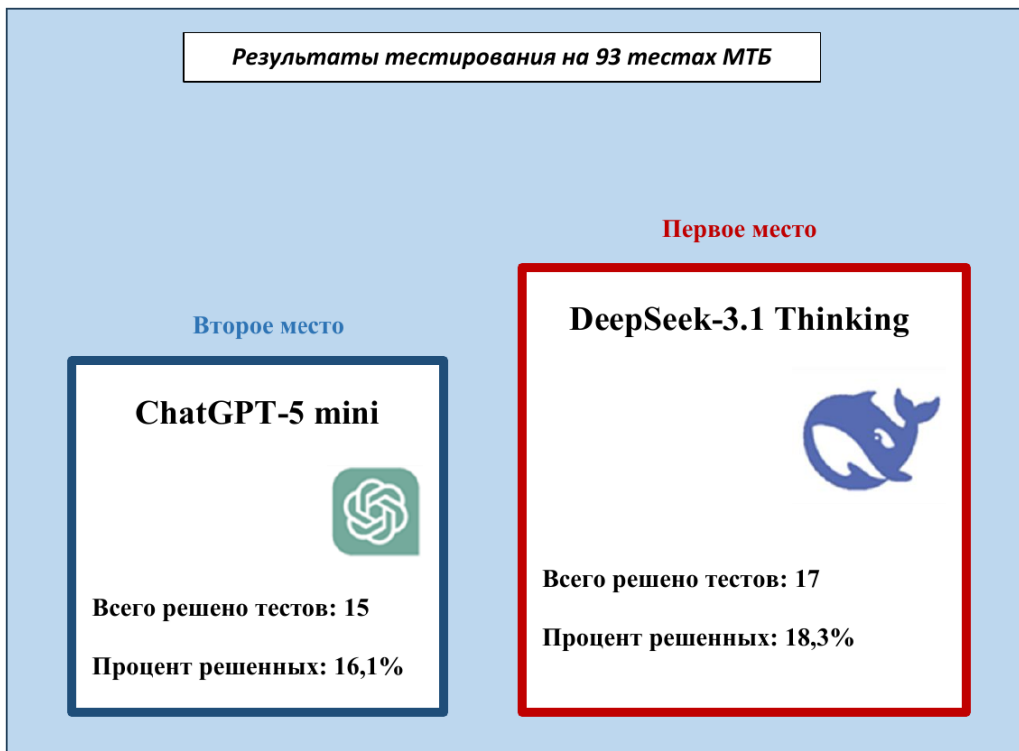


Рис. 11. Из 93 тестов DeepSeek-3.1 Thinking решил 17, ChatGPT-5 mini решил 15

метода порождения понятий, обусловленных физической средой (включая те, которые использует человек, часто даже этого не осознавая), вряд ли удастся сделать серьезный прорыв в искусственном интеллекте.

ЛИТЕРАТУРА

1. *GPT-5 is here – OpenAI*. Режим доступа: <https://openai.com/gpt-5>.
2. *DeepSeek*. Режим доступа: <https://www.deepseek.com>.
3. *Face Recognition Grand Challenge (FRGC)*. Режим доступа: <https://www.nist.gov/programs-projects/face-recognition-grand-challenge-frgc>.
4. *ImageNet Large Scale Visual Recognition Challenge (ILSVRC)*. Режим доступа: <https://image-net.org/challenges/LSVRC/index.php>.
5. Radford A. et al. Learning Transferable Visual Models from Natural Language Supervision. *International Conference on Machine Learning*. 2021:8748-8763. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.00020>.
6. Бонгард М. М. *Проблема узнавания*. М.: Физматгиз; 1967. 320 с.
7. Hofstadter D. R. *Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*. Basic books; 1999.
8. Nie W. et al. Bongard-LOGO: A New Benchmark for Human-Level Concept Learning and Reasoning. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2020;33:16468-16480. Режим доступа: https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/2020/file/bf15e9bbff22c7719020f9df4badc20a-Paper.pdf.
9. *Index of Bongard Problems*. Режим доступа: <https://www.foundalis.com/res/bps/bpidx.htm>.
10. Małkiński M., Pawlonka S., Mańdziuk J. Reasoning Limitations of Multimodal Large Language Models. A Case Study of Bongard Problems. 2024. *arXiv:2411.01173*. Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/2411.01173>.
11. *IQ Test*. Режим доступа: <https://www.mensa.org/mensa-iq-challenge/#test>.
12. *Tracking AI. Monitoring Artificial Intelligence*. Режим доступа: <https://www.trackingai.org/home>.
13. Chollet F. On the Measure of Intelligence. 2019. *arXiv:1911.01547*. Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1911.01547>.
14. Chollet F. How We Get To AGI. 2025. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=5QcCeSsNRks>.
15. *ARC Prize 2024: Technical Report*. 2024. Режим доступа: <https://arcprize.org/competitions/2024/>.
16. Akyürek E. et al. The Surprising Effectiveness of Test-Time Training for Few-Shot Learning. 2024. *arXiv:2411.07279*. Режим доступа: <https://arxiv.org/html/2411.07279v2>.
17. *ARC Prize 2024*. Режим доступа: <https://arcprize.org/competitions/2024/>.
18. *База данных 93 изображений тестов МТБ 2025*. Режим доступа: <https://disk.yandex.ru/d/SDvvt4xqDh49ZQ>.
19. Мясников В. В. и др. *Методы обнаружения и распознавания объектов на цифровых изображениях*. Самара: Изд-во СГАУ; 2006. 168 с. Режим доступа: <https://repo.ssau.ru/handle/Uchebnye-posobiya/Metody-obnaruzheniya-i-raspoznavaniya-obektov-na-cifrovyyh-izobrazheniyah-Elektronnyi-resurs-ucheb-posobie-54225>.
20. *Copilot 3D Transforms an Image into a Usable 3D Model*. Режим доступа: <https://copilot.microsoft.com/labs/experiments/copilot-3d>.

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТЫХ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ**В. Г. Редько**

*Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3748-2379>, ✉ vgredko@gmail.com*

Аннотация: в настоящей работе построена модель формирования простых познавательных процессов. Рассматривается «упорная охота» (persistence hunting), а именно погоня охотника за антилопой на жаре. Охота может быть успешной либо неуспешной. Охота успешна в следующих случаях: 1) когда антилопа выбьется из сил раньше охотника или 2) когда охотник догонит антилопу. Охота неуспешна, когда охотник теряет из виду антилопу или выбьется из сил раньше антилопы. Как охотник, так и антилопа имеют свой ресурс. Причем охотник видит следы антилопы и мысленно представляет себя в роли антилопы, оценивает величину перемещения и изменения ресурса антилопы, т.е. строит и использует гипотезы о ее движении. Модель была исследована путем компьютерного моделирования. Проанализированы обучение охотника, изменение ресурсов охотника и антилопы, динамика успешных и неуспешных случаев охоты. Полученные результаты подчеркивают важность построения и использования охотниками гипотез о поведении животных, т.е. демонстрируют, что формирование знаний охотников близко к процессам научного познания.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, автономные агенты.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ по теме № FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах» (1023032100070-3-1.2.1).

Для цитирования: Редько В. Г. Модель формирования простых познавательных процессов. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):104–113.

Поступила в редакцию: 19.02.2026.

В окончательном варианте: 19.03.2026.

SIMPLE COGNITIVE PROCESS FORMATION MODEL**V. G. Redko**

*Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”,
Moscow, Russian Federation
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3748-2379>, ✉ vgredko@gmail.com*

Abstract: we constructed and analyzed a model of the formation of simple cognitive processes. The model examined a persistence hunting scenario in which a hunter pursued an antelope in very hot conditions. The hunt was successful when the antelope became exhausted before the hunter or when the hunter caught up with the antelope. The hunt was unsuccessful when the hunter lost track of the antelope or became exhausted first.

Both the hunter and the antelope had their own energy resources. The hunter followed the antelope's tracks and mentally simulated the antelope's behavior to estimate its movement and energy expenditure. In doing so, the hunter formulated and used hypotheses about the antelope's movement.

We studied the model using a computer simulation. We analyzed hunter learning, changes in the energy resources of both agents, and the dynamics of successful and unsuccessful hunts. The results show that constructing and using hypotheses about animal behavior plays a key role in hunting and suggest that human cognition in this context resembles scientific reasoning.

Keywords: computer modeling, autonomous agents.

Acknowledgements: this is a part of the FNEF-2024-0001 Deployment of Trusted AI Systems based on New Mathematical and Algorithmic Approaches and Fast Computing Models Compatible with Domestic Computer Hardware government contract (1023032100070-3-1.2.1).

Cite this article: Redko V. G. Simple Cognitive Process Formation Model. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):104–113.

Original article submitted: 19.02.2026.

Revision submitted: 19.03.2026.

Введение

Как возникло научное познание? Можно ли промоделировать формирование предшественников научного познания в компьютерной программе? В настоящей работе попробуем представить такое формирование. Будем отталкиваться от монографий [1, 2]. В книге В. Ф. Турчина «Феномен науки...» [1] охарактеризованы известные начальные формы познания, близкие к научному познанию, появившиеся в Древнем Египте и Вавилоне (третье–первое тысячелетие до н.э.). Возникли письменность, запись чисел, простейшая математика, развивалась простейшая астрономия. Образно говоря, такие формы познания можно назвать преднаукой.

А что было до этого? Определенную помощь в анализе этого вопроса может оказать интересная монография Л. Либенберга «Происхождение науки (The Origin of Science)...» [2], в которой характеризуются познавательные процессы охотников, изучающих следы животных в пустыне Калахари (Южная Африка), формирующих знания о поведении животных и использующих эти знания в охоте. Охотники распознавали следы многих животных (львы, леопарды, антилопы, лисы, гиены, шакалы, дикобразы и др.). Причем охотники стремились предвидеть поведение животных, умозрительно формировали в своем сознании модели поведения животных. Как пишет Л. Либенберг, охотники используют догадки о поведении животных, часто формируют новые знания ради самих знаний. Также охотники критически обсуждают между собой свойства животных, методы наблюдения следов и связи между следами и поведением животных. Таким образом, как отмечается в [2], формирование знаний охотников в определенном смысле близко к процессам научного познания.

В настоящей работе строится и анализируется компьютерная модель, характеризующая процессы познания охотников-следопытов.

Модель

Общие свойства модели

Строим компьютерную модель, предполагая, что модель характеризует познавательные процессы в древнем мире (отталкиваемся от работы [2]).

Рассматриваем охоту в мире, подобном пустыне Калахари: почва, в основном, — сухой песок, имеются отдельно растущие деревья, имеется трава, в большинстве своем высохшая. Деревья дают тень, в которой могут отдыхать и спасаться от перегрева антилопа или охотник.

Как отмечено в работе [2], возможны различные виды охоты, например, «упорная охота» (persistence hunting), а именно погоня за антилопой на жаре до тех пор, пока она не выбьется из сил или перегреется и падет от теплового удара. В книге [2] аргументируется, что такой вид охоты мог возникнуть около 2 млн лет назад. Именно этот вид охоты мы и будем рассматривать в компьютерной модели. Для определенности рассматриваем отдельного охотника, который преследует одну определенную антилопу. Считаем, что до начала охоты охотник наблюдает за антилопами и изучает их следы, т.е. он уже имеет предварительные знания о поведении антилоп.

Детализируем компьютерную модель.

Имеются агент-охотник (agent-hunter) и агент-антилопа (agent-antelope). Рассматриваем клеточный мир, размер мира составляет 200 на 200 клеток. Имеются этапы охоты. Каждый этап может рассматриваться как пример отдельной охоты, на этих примерах охотник учится. Для каждого этапа задается свой мир, а именно случайно задаются клетки, в которых находятся деревья. Число клеток с деревьями составляет 10% от общего числа клеток, т.е. равно 4000. Этап состоит из тактов времени, время дискретно, $t = 1, 2, \dots$. Охотник и антилопа имеют свой ресурс, при перемещении и нагреве этот ресурс расходуется. В начале этапа ресурсы охотника и антилопы достаточно высоки. Ресурс обеспечивает возможность движения и защиту от перегрева. Расстояние, проходимое агентом за такт времени, зависит от его ресурса: чем больше ресурс, тем больше это расстояние. В начале этапа антилопа движется быстрее охотника, но ресурс антилопы расходуется быстрее, чем у охотника. При нахождении в тени дерева антилопа немного пополняет свой ресурс. Если расстояние между антилопой и охотником мало, то они видят друг друга, расстояние взаимной видимости между антилопой и охотником равно D_V . Каждый такт времени и охотник, и антилопа выполняют одно действие каждый. Охотник входит в «образ» антилопы, делает оценки ресурса воображаемой антилопы, оценивает и расстояние, проходимое антилопой каждый такт времени, и изменения ресурса воображаемой антилопы, связанные с движением и нагревом. В начале этапа антилопа и охотник находятся в удаленных от границ мира клетках недалеко друг от друга.

Антилопа и охотник каждый такт времени t оценивают свой ресурс $R_A(t)$ и $R_H(t)$ соответственно. Имеются критические пороги уменьшения ресурса, эти пороги охотника и антилопы равны R_{Hmin} и R_{Amin} соответственно. Если ресурс агента стал меньше этого порога, то агент становится истощенным.

Правила поведения антилопы и охотника

Правила поведения антилопы таковы:

1А) Если расстояние между антилопой и охотником меньше или равно D_V , т.е. антилопа видит охотника, то антилопа уходит от охотника, т.е. движется в направлении, противоположном направлению на охотника.

2А) Если расстояние между антилопой и охотником больше D_V , а ресурс антилопы достаточно большой $R_A(t) - R_{Amin} > R_{ACr}$, то антилопа уходит от охотника, но если уровень ресурса антилопы приблизился к критическому, т.е. стало $R_A(t) - R_{Amin} < R_{ACr}$, где R_{ACr} — некоторая критическая разность уровней ресурса для антилопы, то антилопа движется от охотника к ближайшему дереву; при этом за один такт времени пребывания в тени дерева антилопа получает небольшой ресурс, необходимый для убегания от охотника и защиты от перегрева: $R_A(t+1) = R_A(t) + \delta R_A$.

Правила поведения охотника таковы:

1Н) Если расстояние между антилопой и охотником меньше или равно D_V , то охотник движется прямо к антилопе.

2Н) Если расстояние между антилопой и охотником больше D_V , то охотник с достаточно большой вероятностью P_T находит след антилопы и по следу определяет направление, в котором движется антилопа, а затем движется к антилопе. Кроме того, если сразу след не находится, то охотник может попытаться проверить окрестности того места, в котором он находится, пытаясь найти новый след и направление, в котором пойдет антилопа. Так как результат при простом поиске следа и поиске с проверкой окрестностей одинаков, то объединяем эти две возможности, считая, что охотник находит след с вероятностью P_T .

3Н) Если охотник потерял след, то он с вероятностью P_3 попытается явно использовать образ воображаемой антилопы и представить, куда она могла пойти. А именно: он ищет дерево, ближайшее к последнему нахождению воображаемой антилопы в рассматриваемый момент времени, а затем движется к этому дереву.

Применение правила 3Н охотником можно образно назвать «методом Станиславского»: охотник явно пытается представить себя в образе антилопы и явно использует это представление в охоте.

Динамика движения агентов

Определим схему движения агентов и параметры, характеризующие динамику ресурсов и координат агентов. Антилопа и охотник перемещаются между клетками мира.

В начале каждого этапа начальные ресурсы агента-охотника и агента-антилопы равны R_{H0} и R_{A0} соответственно.

Расстояние $D_{HA}(t)$, проходимое охотником в такт времени t , приближенно равно

$$D_{HA}(t) = k_{DH}[R_H(t) - R_{Hmin}].$$

Расстояние $D_{AA}(t)$, проходимое антилопой в такт времени t , приближенно равно

$$D_{AA}(t) = k_{DA}[R_A(t) - R_{Amin}].$$

Здесь $R_H(t)$ и $R_A(t)$ — текущие ресурсы охотника и антилопы, k_{DH} и k_{DA} — соответствующие коэффициенты пропорциональности.

По приближенному расстоянию, проходимому антилопой, $D_{AA}(t)$ и направлению ее движения (от охотника) находится соответствующее место в мире и клетка, содержащая это место. Определяется центр этой новой клетки, и находится расстояние $D_{AC}(t)$ между центром предыдущей и центром новой клетки. Это расстояние $D_{AC}(t)$ проходит антилопа в данный такт времени.

Для охотника по приближенному расстоянию $D_{HA}(t)$ и направлению (к антилопе) определяется соответствующая клетка, и точно так же, как и для антилопы, окончательно определяется клетка, в которую перемещается охотник. Определяется центр этой новой клетки и находится расстояние $D_{HC}(t)$

между центром предыдущей и центром новой клетки. Это расстояние $D_{HC}(t)$ проходит охотник в данный такт времени.

Расходы ресурса охотника и антилопы в данный такт времени t , во-первых, пропорциональны проходимым ими расстояниям $D_{HC}(t)$ и $D_{AC}(t)$, во-вторых, связаны с нагревом:

$$R_H(t+1) = R_H(t) - k_{RH}D_{HC}(t) - r_{TH},$$

$$R_A(t+1) = R_A(t) - k_{RA}D_{AC}(t) - r_{TA},$$

где k_{RH} и k_{RA} — соответствующие коэффициенты пропорциональности, используемые при учете расходов ресурсов на движение, r_{TH} и r_{TA} — параметры, учитывающие расходы ресурсов, связанные с нагревом.

Как антилопа, так и охотник каждый такт времени оценивают уровень своего ресурса и близость этого уровня к уровню истощения. Если уровень ресурса антилопы приблизился к критическому, т.е. стало $R_A(t) - R_{Amin} < R_{ACr}$, где R_{ACr} — некоторая критическая разность уровней ресурса для антилопы, то антилопа движется от охотника к ближайшему дереву и далее ее ресурс повышается: $R_A(t+1) = R_A(t) + \delta R_A$.

Определим схему обучения охотников, т.е. схему изменения вероятности P_3 применения правила 3Н. Если применение правила 3Н в момент времени t было успешным и после этого применения расстояние между охотником и антилопой уменьшилось, то происходит обучение: вероятность применения этого правила P_3 увеличивается:

$$P_3(t+1) = P_3(t) + \alpha[1 - P_3(t)],$$

где α — положительный параметр скорости обучения.

Ресурсы охотника и антилопы в процессе этапа охоты расходуются. В зависимости от того, какой ресурс раньше достиг минимального допустимого значения, определяется успешность рассматриваемого этапа охоты. Для антилопы минимальное допустимое значение ресурса равно R_{Amin} . Для охотника минимальное допустимое значение ресурса равно R_{HCr} . Если уровень ресурса антилопы $R_A(t)$ достиг R_{Amin} , то антилопа погибает. То есть, если $R_A(t)$ достиг R_{Amin} , а ресурс охотника еще достаточно большой: $R_H(t) - R_{Hmin} > R_{HCr}$, то рассматриваемый этап охоты был успешным. Кроме того, если охотник догнал антилопу, т.е. охотник оказался в той же клетке, что и антилопа, то считается, что этап охоты был успешным. Если уровень ресурса охотника приблизился к критическому уровню, т.е. стало $R_H(t) - R_{Hmin} < R_{HCr}$, где R_{HCr} — некоторая критическая разность уровней ресурса для охотника, а антилопа еще не истощена $R_A(t) > R_{Amin}$, то охотник прекращает охоту, так как иначе он может погибнуть от истощения. В этом случае этап охоты был неуспешным. Также если охотник на определенном такте времени не смог выполнить ни одного действия (в частности, из-за того, что вероятность P_3 применения правила 3Н была мала), то этап охоты был неуспешным. Будем считать, что в последнем случае охотник теряет антилопу из вида. После того как определится, был ли этап охоты успешным или неуспешным, данный этап прекращается и происходит переход к следующему этапу.

Результаты компьютерного моделирования

Параметры моделирования

Вводим основные параметры моделирования следующим образом.

Размер мира (в числе клеток): $N_x = N_y = 200$.

Сторону одной клетки считаем равной 1 (для учета расстояний в мире).

Число деревьев в мире равно 4000.

Ресурсы охотника и антилопы в начале каждого этапа $R_{H0} = R_{A0} = 1$.

Ресурсы истощения для охотника и антилопы равны 0: $R_{Hmin} = R_{Amin} = 0$.

Коэффициенты пропорциональности, определяющие расстояния, проходимые охотником и антилопой в зависимости от ресурса, равны $k_{DH} = 2$, $k_{DA} = 4$.

Коэффициенты пропорциональности, используемые при учете расходов ресурсов на движение для охотника и антилопы, равны $k_{RH} = 0.01$, $k_{RA} = 0.02$.

Параметры, учитывающие расходы ресурсов, связанные с нагревом, равны $r_{TH} = 0.01$, $r_{TA} = 0.02$.

Критическая разность уровней ресурса для антилопы, обуславливающая ее перегрев, $R_{ACr} = 0.2$.

Добавка к ресурсу антилопы за один такт времени при нахождении ее в тени дерева $\delta R_A = 0.02$.

Критическая разность уровней ресурса для охотника $R_{HCr} = 0.2$.

Вероятность нахождения следа удаленной антилопы $P_T = 0.7$.

Расстояние видимости между охотником и антилопой $D_V = 5$.

Параметр скорости обучения для охотника $\alpha = 0.1$.

Начальная вероятность P_3 применения правила ЗН для охотника $P_{30} = 0.1$.

Некоторые из этих параметров для разных вариантов расчетов могут быть варьированы.

Типичные зависимости

Приведем результаты, полученные для основных параметров расчетов. Дополнительно считаем, что число тактов времени в этапе не может быть больше 100 ($N_T = 100$), максимальное число этапов равно 30 ($N_{Smax} = 30$), число различных расчетов (с разными генераторами случайных чисел, используемых при расчете вероятностных процессов) равно 10000. Последнее означает, что результаты усредняются по 10000 независимым расчетам. Основные результаты приведены на рис. 1–4. Рис. 1 показывает зависимость вероятности P_3 применения правила ЗН от времени t с учетом ряда последовательных этапов охоты.

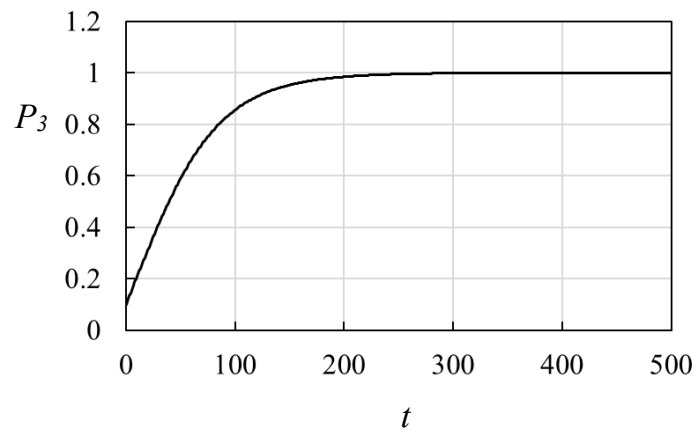


Рис. 1. Усредненная зависимость вероятности P_3 применения правила ЗН от времени t . Результаты усреднены по 10000 различным расчетам

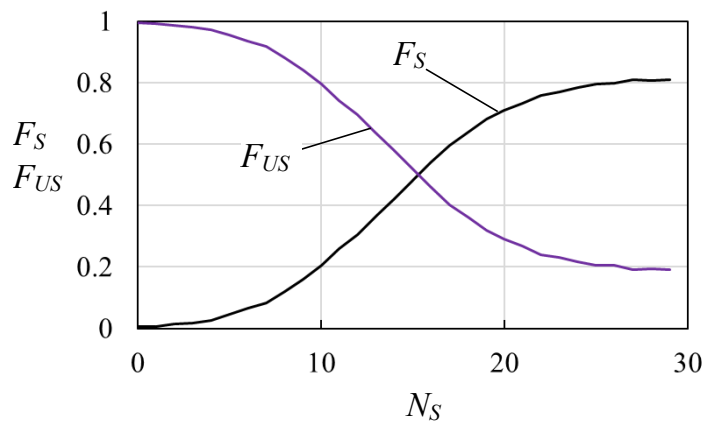


Рис. 2. Усредненная зависимость доли успешных (F_S) и неуспешных (F_{US}) этапов охоты от номера этапа N_S . Результаты усреднены по 10000 различным расчетам

Рис. 1 показывает, что с приобретением охотником опыта в результате обучения вероятность применения правила ЗН растет от малых значений до 1.

Рис. 2 показывает зависимость усредненной доли успешных (F_S) и неуспешных (F_{US}) этапов охоты от номера этапа N_S . Видно, что на самых начальных этапах охота была неуспешной, а затем в результате обучения охотника его охота становится все более успешной и, в конце концов, число успешных этапов охоты превышает число неуспешных. Отметим, что результаты, представленные на рис. 1 и рис. 2, качественно согласуются между собой: когда охотник хорошо обучился и вероятность P_3 применения правила ЗН стала близка к 1, охота у него становится более успешной.

На рис. 3 представлена усредненная зависимость ресурса охотника R_H и антилопы R_A от времени t с учетом ряда последовательных этапов охоты. Ресурсы антилопы и охотника сначала уменьшаются со временем, а затем остаются постоянными, причем ресурсы охотника превышают ресурсы антилопы.

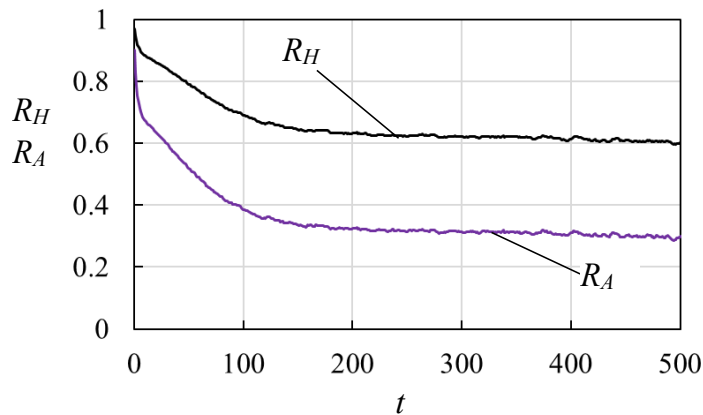


Рис. 3. Усредненная зависимость ресурса охотника R_H и антилопы R_A от времени t . Результаты усреднены по 10000 различным расчетам

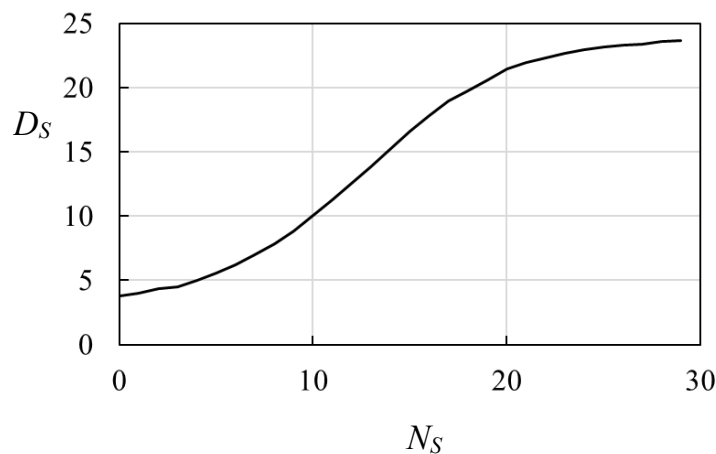


Рис. 4. Усредненная зависимость длительности этапа охоты от номера этапа N_S . Результаты усреднены по 10000 различным расчетам

Также была определена усредненная зависимость длительности этапа D_S от номера этапа (рис. 4).

Кроме этого, было проведено несколько дополнительных расчетов. Для приведенных выше результатов считалось, что вероятность нахождения следа удаленной антилопы охотником достаточно велика $P_T = 0.7$. Был проведен расчет для уменьшенной этой вероятности при $P_T = 0.3$. Оказалось, что

при $P_T = 0.3$ более быстро растет со временем величина вероятности P_3 применения правила ЗН, чем при $P_T = 0.7$, что качественно понятно, так как увеличение P_3 приводит к более эффективной охоте. Проанализирован случай, когда обучения охотника не происходит ($\alpha = 0$). В этом случае успешность охоты радикально меняется: почти все этапы становятся неуспешными.

Были проведены отдельные расчеты (без усреднения). При этом считалось, что охотник был уже обученным, т.е. вероятность P_3 уже была равна 1 (см. рис. 1). Пример такого расчета характеризуется рис. 5, 6.

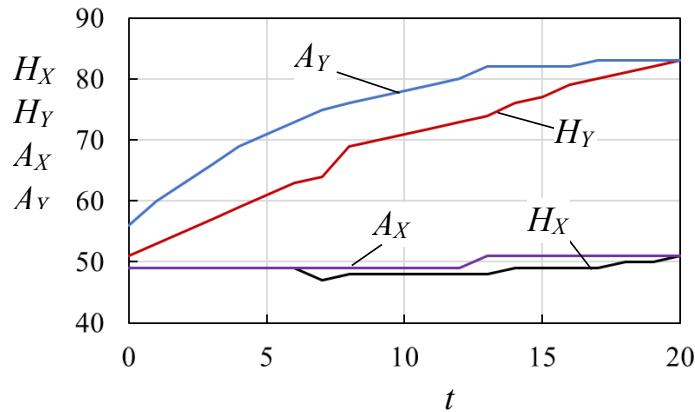


Рис. 5. Зависимость координат охотника $H_X(t)$, $H_Y(t)$ и антилопы $A_X(t)$, $A_Y(t)$ от времени t

На рис. 5 показана зависимость координат охотника и антилопы от времени, $H_X(t)$, $H_Y(t)$ и $A_X(t)$, $A_Y(t)$, соответственно. Видно, что x -координаты охотника и антилопы практически не меняются, а y -координаты растут: антилопа убегает от охотника, а охотник следует за ней и, в конце концов, при $t = 20$ догоняет антилопу, т.е. в рассматриваемом примере охота была успешной.

На рис. 6 показана зависимость ресурса охотника и антилопы от времени $R_H(t)$ и $R_A(t)$ для того же расчета. Видно, что ресурс антилопы в некоторые моменты времени (при $t = 14, 15, 16$) возрастает за счет того, что в эти моменты антилопа находится в тени дерева. Отметим, что ресурс антилопы уменьшается быстрее, чем у охотника (рис. 6), за счет этого при $t > 15$ охотник движется быстрее, чем антилопа, и догоняет ее.

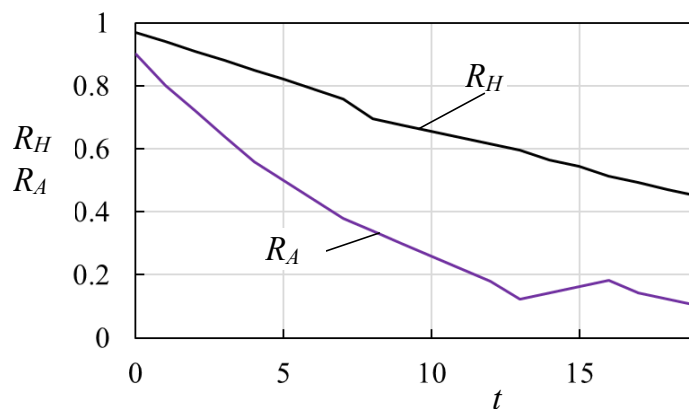


Рис. 6. Зависимость ресурса охотника и антилопы $R_H(t)$ и $R_A(t)$ от времени t

Обсуждение

Итак, построена и проанализирована компьютерная модель формирования простых познавательных процессов на примере охотников, преследующих антилоп. В этих процессах охотники мысленно строят модель поведения антилопы, предсказывают движение и свойства антилопы и исполь-

зуют такую модель в процессе охоты. Как демонстрируют полученные результаты, за счет обучения охотника, приобретения им опыта охота становится более успешной (см. рис. 2).

Как отмечено в [2], познавательные процессы охотников подобны процессам научного познания, т.е. эти процессы можно рассматривать как ранние предшественники процессов научного познания. Естественно, можно задуматься и о предшественниках познавательных свойств охотников. Какие прототипы нетривиальных познавательных процессов наблюдались у животных? Чтобы изучить этот вопрос, обратимся к работам [3–6], в которых рассматривается «элементарное мышление животных».

Л. В. Крушинский определял рассудочную деятельность как «способность животного улавливать эмпирические законы, связывающие предметы и явления внешнего мира, и оперировать этими законами в новой для него ситуации для построения программы адаптивного поведенческого акта» [3]. Это определение рассмотрено также в книге [4]. Одним из проявлений разумного поведения животных является явление озарения (инсайта). Отметим два примера этого явления.

Первый пример — хорошо известные исследования с новокаледонскими воронами в университете Оксфорда [5]. Двум воронам (молодой самке и самцу постарше) предлагали добывать ведро с пищей со дна прозрачного вертикального цилиндра. Рядом с цилиндром были прямая проволока и проволока, согнутая крючком. Ведро можно было вытащить крючком, но не прямой проволокой. Раньше с проволокой вороны дела не имели. Тем не менее они сразу поняли, что ведро можно вытащить с помощью крючка.

Неожиданность произошла, когда самец утащил крючок. Тогда самка догадалась делать из прямой проволоки крючок, зажимая один конец проволоки в одной из щелей экспериментальной установки и загибая проволоку. А затем с помощью изготовленного ею крючка доставала ведро с пищей. То есть ворона самостоятельно мысленно изобрела способ изготовления из прямой проволоки инструмента — крючка для добычи пищи.

Второй пример — опыт с шимпанзе, осуществленный Л. А. Фирсовым с коллегами в лесу на озерных островах в Псковской области [6]. Обезьянам предлагалась задача добычи приманки (баночки со вкусным компотом) из специального аппарата. Аппарат представлял собой прозрачный ящик, внутрь которого помещали баночку с компотом. Дверца ящика была плотно прижата сильной пружиной. Баночка была хорошо видна обезьянам. Чтобы получить ее, нужно было открыть дверцу аппарата, потянув за рукоятку тяги, достаточно удаленную от аппарата. Сама тяга была помещена в металлическую трубу. Проблема состояла в том, что, как только животное отпускало рукоятку тяги, дверца аппарата захлопывалась. При этом тяга была достаточно длинной и обеих рук шимпанзе было недостаточно, чтобы, держась за рукоятку тяги одной рукой, одновременно дотянуться до баночки с компотом другой рукой. Было проведено два эксперимента с такой установкой.

В первом случае (в 1972 году) расстояние между аппаратом и рукояткой тяги было не очень большим (135 см), но дотянуться рукой до аппарата, держа рукоятку второй рукой, было невозможно (этот эксперимент назывался случаем с короткой тягой [6]). Молодой самец шимпанзе Тарас справился с этой задачей следующим образом. После безуспешных попыток решить задачу «в лоб» Тарас догадался потянуть рукоятку тяги ногой, вытянуть свое тело вдоль металлической трубы с тягой и рукой достать до аппарата, это привело к успешному получению приманки.

Во втором случае (в 1973 году) расстояние между аппаратом и рукояткой тяги было увеличено на 80 см (случай с длинной тягой [6]). Тарас, приведенный к установке, посмотрел на прозрачный аппарат, пошел к рукоятке, попробовал прошлогодние приемы доставания баночки с компотом. Ничего не получилось. Тарас немного (примерно минуту) подумал и отошел в сторону ближайших кустов. Он отломил сухую веточку толщиной с карандаш, длиной полметра, посмотрел на нее и тут же отбросил. Потом Тарас выломал основательную хворостину и с ней вернулся к установке, к рукоятке тяги. Началось комбинирование двух действий: открывание дверки аппарата с помощью рукоятки тяги (одной рукой) и попытка дотянуться хворостинкой до баночки с компотом (второй рукой). Поняв наконец, что дверка не полностью закрывается, когда в аппарат засунут конец хворостины, Тарас отпустил рукоятку тяги и заклинил дверцу хворостинкой. После этого он сначала как бы оторопел, а потом крадучись, не опуская хворостины, подошел к аппарату, открыл дверцу и забрал баночку с компотом. Опыт с длинной тягой повторили через год. Тарас сразу же решил задачу добычи баночки компота, используя хворостину. То есть все детали решения задачи сохранились у него в памяти.

Подчеркнем, что Тарас явно делал мыслительные выводы (о возможности использования хво-

ростины, о невозможности использования маленькой веточки, а только основательной хворостины). И эти мыслительные выводы проверялись экспериментально, почти как в научном познании.

Интересно, что такое формирование плана добычи баночки с компотом шимпанзе Тарасом немного подобно известному методу пробных теорий и опровержений Карла Поппера (см., например, [7]):

$$P_1 \rightarrow TT \rightarrow EE \rightarrow P_2.$$

Здесь P_1 — исходная проблема, TT — пробная теория (tentative theory), EE — исключение ошибок (error elimination), P_2 — следующая проблема.

Для Тараса P_1 — начальная проблема добычи приманки, первая пробная теория TT — метод добычи приманки с помощью хворостины, путем проверки EE Тарас показал, что этим методом просто так хворостинной баночку не вытащишь и нужно решать следующую проблему P_2 , которую он решил путем заклинивания хворостинной дверцы аппарата.

Подробнее об этом и близких экспериментах с шимпанзе см. книгу [6].

Вернемся к модели формирования простых познавательных процессов. Выше был рассмотрен простой случай одного охотника, преследующего антилопу. Целесообразно также рассмотреть случаи коллектива охотников и накопления опыта в коллективе. Здесь мы только отметим характерные черты упорной охоты в небольшом коллективе: когда охота ведется несколькими охотниками, то при потере следа разные охотники могут выбирать разный гипотетический путь движения преследуемого животного, а затем, при нахождении правильного пути наиболее успешным охотником, другие охотники будут присоединяться к успешному. Также охотники могут заботиться друг о друге, помогать друг другу выбирать правильные действия, например, опытные охотники могут рекомендовать при перегреве не пить много воды сразу, так как это при перегреве опасно. Как уже отмечалось выше, часто охотники критически обсуждают между собой свойства животных, методы наблюдения следов и связи между следами и поведением животных [2]. Отметим, что роль именно критического анализа в научном познании подчеркивалась К. Р. Поппером [7].

А как двигаться дальше? Что целесообразно учитывать в развитии понимания происхождения научного познания? Отметим некоторые важные концепции и модели, развиваемые в работах по искусственному интеллекту. В работах Д. А. Поспелова строилась модель искусственного «организма» — гиромата, формирующего собственную иерархическую модель внешнего мира и строящего обобщенные гипотезы о причинно-следственных связях [8, 9]. В работе [10] также анализируются многоуровневые знания при построении модели внешнего мира. То есть изучение обобщений, понимание иерархии связей, построение моделей внешнего мира могут оказаться полезными при анализе процессов происхождения научного познания.

Заключение

Итак, построена модель формирования простых познавательных процессов на примере охоты отдельного охотника за антилопой. Рассмотрена «упорная охота», а именно погоня охотника за антилопой на жаре (аналогично тому, как это происходит в пустыне Калахари [2]). Считается, что охотник мысленно строит модель движения удаленной антилопы, предсказывает изменения ее положения и ресурса и использует такую модель в процессе охоты. За счет обучения охотника, приобретения им опыта охота становится более успешной. Модель была исследована путем компьютерного моделирования.

Дополнительно рассмотрены прототипы нетривиальных познавательных процессов животных и отмечены близкие концепции и модели, развиваемые в работах по искусственному интеллекту.

Полученные результаты согласуются с высказыванием (сделанным в книге [2]) о том, что формирование знаний охотников близко к процессам научного познания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Турчин В. Ф. *Феномен науки. Кибернетический подход к эволюции*. Изд. 2-е. М.: ЭТС; 2000. 368 с. Режим доступа: <http://www.refal.ru/turchin/phenomenon/>.
2. Liebenberg L. *The Origin of Science: The Evolutionary Roots of Scientific Reasoning and Its Implications for Citizen Science*. Cape Town, South Africa: CyberTracker; 2013. 266 p. Режим доступа: <https://www.cybertracker.org/downloads/tracking/Liebenberg-2013-The-Origin-of-Science.pdf>.

3. Крушинский Л. В. *Биологические основы рассудочной деятельности*. М.: Издательство МГУ; 1986. 270 с.
4. Зорина З. А., Полетаева И. И. *Зоопсихология. Элементарное мышление животных*. М.: Аспект-Пресс; 2012. 320 с.
5. Weir A. A. S., Chappell J., Kacelnik A. Shaping of Hooks in New Caledonian Crows. *Science*. 2002;297(5583):981. DOI: 10.1126/science.1073433.
6. Фирсов Л. А. *Поведение антропоидов в природных условиях*. Изд. 2-е. М.: КРАСАНД; 2010. 168 с.
7. Поппер К. Р. *Объективное знание. Эволюционный подход*. М.: Эдиториал УРСС; 2002. 384 с.
8. Поспелов Д. А. Теория гироматов. *Проблемы бионики*. М.: Наука; 1973:397–402.
9. Гаазе-Рапопорт М. Г., Поспелов Д. А. *От амёбы до робота: Модели поведения*. Изд. 2-е. М.: Эдиториал УРСС; 2004. 296 с.
10. Латышев А. К., Панов А. И. Методы внутренней мотивации в задачах обучения с подкреплением на основе модели. *Искусственный интеллект и принятие решений*. 2023;3:84–97. DOI: 10.14357/20718594230309.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ЗА ПЛАСТИНОЙ В ДВУМЕРНОМ КАНАЛЕ

Т. В. Гавриленко^{1,2,a}, О. Ю. Семенов^{1,b}¹ Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация² Сургутский филиал федерального государственного автономного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Сургут, Российская Федерация^a taras.gavrilenko@gmail.com, ^b ous.tutor.phinma@mail.ru

Аннотация: в статье описывается моделирование двумерного течения жидкости за перпендикулярной пластиной с использованием методов вычислительной гидродинамики на основе решеточных алгоритмов. Выполнен анализ безразмерных временных характеристик переходных процессов от ламинарного к турбулентному режиму. Определены функциональные зависимости ключевых физических параметров от скорости потока и числа Рейнольдса. Исследование акцентирует внимание на формировании и стабилизации вихревых структур при достижении критических гидродинамических условий при обтекании препятствия жидкостью в канале.

Ключевые слова: моделирование течения жидкости, вычислительная механика, число Рейнольдса, плоский канал с препятствием, порядок аппроксимации, критерии подобия, турбулентный поток.

Для цитирования: Гавриленко Т. В., Семенов О. Ю. Моделирование течения жидкости за пластиной в двумерном канале. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):114–122.

Поступила в редакцию: 31.01.2026.

В окончательном варианте: 22.02.2026.

SIMULATION OF FLUID FLOW BEHIND THE PLATE IN A 2D CHANNEL

Т. В. Гавриленко^{1,2,a}, О. Ю. Семенов^{1,b}¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation² Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Surgut, Russian Federation^a taras.gavrilenko@gmail.com, ^b ous.tutor.phinma@mail.ru

Abstract: we studied 2D fluid flow around a flat plate using computational fluid dynamics based on lattice methods. We analyzed dimensionless time characteristics of transient processes during the transition from laminar to turbulent flow. We determined the relationships between key physical parameters, flow velocity, and the Reynolds number. The study examines the formation and stabilization of vortex structures when the flow reaches critical hydrodynamic conditions as it passes an obstacle in a channel.

Keywords: fluid flow modeling, computational mechanics, Reynolds number, flat channel with an obstacle, approximation order, similarity criteria, turbulent flow.

Cite this article: Gavrilenco T. V., Semenov O. Yu. Simulation of Fluid Flow Behind the Plate in a 2D Channel. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):114–122.

Original article submitted: 31.01.2026.

Revision submitted: 22.02.2026.

Введение

Изучение течения жидкостей в различных геометрических конфигурациях является одной из ключевых задач в области гидродинамики. Движение жидкостей и газов в каналах и трубах описывается дифференциальными уравнениями, для которых не существует универсального аналитического решения, поэтому часто в таких случаях используются численные методы. Работа [1] посвящена вопросам обоснования корректности задач для систем нелинейных уравнений, имеющих прикладное значение в математической физике. В статьях [2, 3] разработан подход к моделированию вязких жидкостей. В работе [4] авторами предложен метод численного моделирования сплошных сред с произвольным уравнением состояния.

В исследовании [5] описан метод определения расхода по изменению поперечного градиента температуры прямоугольного канала и показана возможность изучения закономерностей теплообмена при естественной конвекции. Метод решеточного уравнения для моделирования процессов течения жидкости, а также изучения конвекции и диффузии пассивных примесей применяются в исследовании [6]. Математическая модель процесса пространственно неоднородной коагуляции в дисперсных

системах, приводящая к решению уравнения Смолуховского для дискретных масс, описана в работе [7]. В статье [8] проведен анализ полученных данных с применением методов нелинейной динамики, таких как построение рекуррентных диаграмм и их количественная оценка, что позволяет отличать периодические и аperiodические функции, а также выявлять характерные особенности поведения динамических систем.

Процессы диффузии, описываемые уравнениями Максвелла–Стефана и молекулярного переноса вещества, связанные с градиентом температуры, смоделированы в исследованиях [9, 10]. В работе [11] использован метод конечных разностей, основанный на аппроксимации дифференциальных уравнений их дискретными аналогами. В статье [12] представлено сравнение результатов расчетов для различных чисел Грасгофа и Рейнольдса с данными моделирования. Авторами работ [13–15] исследуются течения разреженного газа и жидкости. В научной статье [16] описаны полученные профили показателя преломления, температуры и оптические характеристики шаровой молнии с помощью решения уравнения Абеля. Автором статьи [17] рассматривается модель разреженного газа, состоящего из одноподобных частиц, столкновения между которыми возможны только в случае, если векторы их скоростей ориентированы перпендикулярно друг другу. В статьях [18, 19] сравниваются многопоточные параллельные реализации метода решетчатого уравнения для неоднородных сеток на разных аппаратных платформах; выполнены вычисления по моделированию медленного газового течения в прямоугольном канале и продемонстрирована эффективность применения графических процессоров при расчетах течений разреженного газа. Автором работы [20] рассматриваются условия проявления эффектов, возникающих при распространении фронта пламени в канале с перегородкой, которые характеризуются системой геометрических и теплофизических параметров.

Целью данного исследования является разработка математической модели течения жидкости в плоском канале с препятствием, а также проведение моделирования и последующий анализ характеристик динамики потока жидкости для изучения процессов переноса и взаимодействия в условиях двумерной геометрии.

Математическая модель

Состояние сплошной среды определяется приближенными модельными уравнениями [21], одним из которых является уравнение Бхатнагара–Гросса–Крука:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f}{dt} + \xi \cdot \frac{df}{dx} = \Omega(f) = \frac{f^{eq} - f}{\tau}, \quad (1)$$

где $f = f(t, x, \xi)$ — функция распределения частиц в среде, t — время движения частиц в жидкости, ξ — скорость частицы в сплошной среде, x — точка геометрического пространства среды, $\Omega(f)$ — интеграл (ядро) столкновений частиц, f^{eq} — равновесная функция распределения, q — тепловой поток, e — дискретное множество скоростей, τ — время релаксации.

Рассмотрим дискретизацию уравнения (1). Пусть даны характерные параметры: l_0 — длина, v_0 — скорость, ρ_0 — плотность, t_0 — время. Безразмерные параметры в уравнении Гросса–Крука определяются выражениями:

$$\tau^* = \frac{\tau}{t_0}, f^* = f \frac{v_0^d}{\rho_0}, \Omega^* = \Omega \frac{l_0 v_0^2}{\rho_0}, \quad (2)$$

где d — размерность геометрического пространства.

Безразмерная равновесная функция распределения:

$$f^{eq} = f^{eq}(t, x, \xi) = \frac{\rho^*}{(2\pi T^*)^{d/2}} \cdot e^{-\frac{(\xi-u)^2}{2T^*}}, \quad (3)$$

где

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad u^* = \frac{u}{v_0}, \quad \xi^* = \frac{\xi}{v_0}, \quad T^* = \frac{RT}{v_0^2} = \frac{c_s^2}{\gamma \cdot v_0^2}. \quad (4)$$

За масштабы длины и времени принимаются пространственный и временной шаг сетки: $l_0 = \Delta x$ и $t_0 = \Delta t$. Обозначениям в формулах (3) и (4) соответствуют величины: T — температура, R — универсальная газовая постоянная, u — скорость течения, c_s — скорость звука (скорость распространения возмущений в среде), γ — адиабатическая постоянная, масштаб скорости $v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Моделирование требует выполнения определенной последовательности шагов: построения равномерной пространственной сетки, дискретизации временных интервалов и ограничения скоростей частиц для обеспечения их перехода в соседние узлы [22].

Временной интервал Δt вычисляется по формуле:

$$\Delta t = \frac{\sqrt{\gamma} \Delta x}{\sqrt{3} c}. \quad (5)$$

Далее рассматриваются частицы идентичной массы для установления связи с макроскопическими параметрами сплошной среды (см. уравнения (2), (5)–(10)). Скорость будет определяться следующим выражением:

$$v = \frac{1}{\rho} \sum_{a=1}^n f_a, \quad (6)$$

где индекс a — тензор, n — количество определенных скоростей частиц.

Уравнение для макроскопической плотности:

$$\rho = \sum_{a=1}^n f_a. \quad (7)$$

Формула для энергии:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^n (v_a - u_a)^2 \cdot f_a, \quad (8)$$

где v_a — скорость частиц, u_a — скорость потока.

Согласно уравнениям (6)–(8) получаем формулу для макроскопической плотности:

$$\rho(x, t) = \sum_i f_i(x, t). \quad (9)$$

Скорость течения жидкости

$$\rho(x, t) \cdot u(x, t) = \sum_i v_i \cdot f_i(x, t). \quad (10)$$

Макроскопические характеристики задаются через моменты дискретной функции распределения:

$$f_i(r + v_i, t + \tau) = f_i(r, t) - \frac{f_i - f_i^{eq}}{\tau}, \quad (11)$$

где τ — время релаксации — перехода функции f_i в состояние с меньшей энергией, f_i^{eq} — функция распределения, v_i — скорость частицы в среде [23].

Используя квадратную решетку — плоский шаблон (рис. 1), в узлах которой определяется функция распределения, можно осуществить дискретизацию двумерного пространства. Скоростные каналы (11) вводятся по направлениям, исходящим от узлов. Для выбранных частиц рассматриваются девять основных перемещений и скоростей в каждом узле пространственного шаблона.

Дискретные скорости v_i образуют набор параметров: $v_0 = (0, 0)$; $v_1 = (1, 0)$; $v_2 = (0, 1)$; $v_3 = (-1, 0)$; $v_4 = (0, -1)$; $v_5 = (1, 1)$; $v_6 = (-1, 1)$; $v_7 = (-1, -1)$; $v_8 = (1, -1)$. Частицы $f_i(r, t)$ перемещаются в соседний узел $x + v_i, \Delta t$.

Оператор Ω_i характеризует взаимодействие частиц по функции f .

$$\Omega = -\frac{1}{\tau} (f_i(x, t) - f_i^i(x, t)). \quad (12)$$

Время релаксации τ связано с кинематической вязкостью ν следующим соотношением:

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right). \quad (13)$$

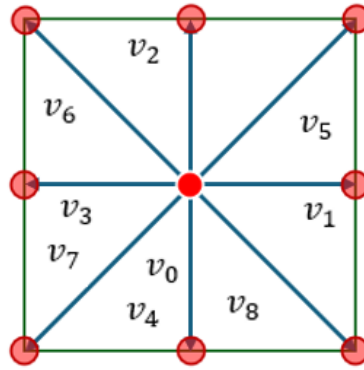


Рис. 1. Двумерный шаблон с неподвижными частицами и модулями скоростей

На основании этих данных и формул (9) и (10) можно вычислить общую плотность ρ :

$$\rho = \sum n_i, \quad (14)$$

макроскопическую скорость потока u относительно координаты x :

$$u_x = \frac{(n_1 + n_5 + n_8) - (n_3 + n_6 + n_7)}{\rho} \quad (15)$$

и для координаты y :

$$u_y = \frac{(n_2 + n_5 + n_6) - (n_4 + n_7 + n_8)}{\rho}. \quad (16)$$

Для моделирования тепловых скоростей (рис. 2) запишем весовые коэффициенты, которые определяются приравниниванием моментов до 4-го порядка непрерывности и распределений:

$$D(v) = \frac{m}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T} \cdot e^{-mv^2/2kT}. \quad (17)$$

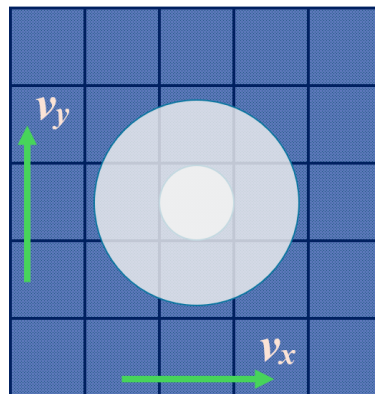


Рис. 2. Поле скоростей

Общая дискретизированная скорость — это скорость потока плюс тепловая скорость. Чтобы получить дискретное приближение и равновесные плотности, расширяем уравнение до второго порядка (рис. 3):

$$D(v) \rightarrow \frac{m}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T} \cdot e^{-\frac{m(v_i-u)^2}{2kT}} \dots n_i^{eq} \Rightarrow$$

$$\hat{f}_i'(x, t) = \rho \omega_i \left[1 + 3e_i u + \frac{9}{2}(e_i u)^2 - \frac{3}{2}(u)^2 \right]. \quad (18)$$

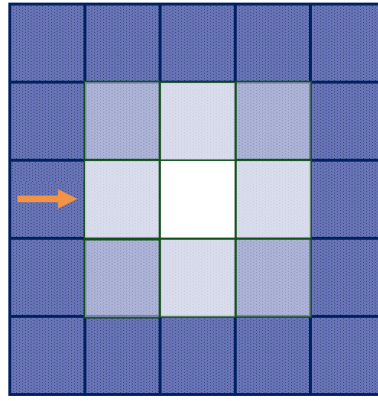


Рис. 3. Дискретное приближение

В соответствии с математической теорией интерполяционных кубатурных уравнений [24] параметры весовых коэффициентов уравнения определяются через произведения весов квадратурных формул, построенных на базе полиномов Эрмита:

$$\omega_i = \frac{K!}{(K \cdot H^{(K-1)}(\xi_i))^2}, \quad (19)$$

где ξ_i — узловые точки, H — вещественная переменная, K — порядок узлов и весовые коэффициенты равны $\omega_0 = \frac{4}{9}$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \frac{1}{9}$ и $\omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = \frac{1}{36}$.

Граничные условия определяются следующим образом: при условии прилипания функция распределения разворачивается на 180 градусов, в то время как при условии проскальзывания происходит зеркальное отражение функции распределения, поддерживающее состояние равновесия (см. уравнения (12)–(18)).

Во время шага частицы в каждой ячейке решетки сталкиваются и релаксируют к этим равновесным значениям:

$$n_i \rightarrow n_i + \frac{1}{\tau} \cdot (n_i^{eq} - n_i). \quad (20)$$

Алгоритм заключается в простом чередовании столкновений с потоком, при котором молекулы перемещаются в соседние ячейки в соответствии со своими скоростями (см. уравнения (19) и (20)).

Моделирование динамики двумерной жидкости

В работе проведено моделирование поля скоростей для течения жидкости в двумерном канале с препятствием. С использованием вычислительной платформы Fluid Dynamics Simulation Physics Weber [25] получены распределения скоростей, давлений и температур.

В процессе моделирования жидкость движется слева направо, а линейный барьер изменяет направление потока и создает вихревые образования. Цвета отображают уровень завихрения и локального вращательного движения жидкости.

В расчетах применялся безразмерный критерий Рейнольдса, определяемый формулой:

$$Re = \frac{(\rho v L)}{\mu}, \quad (21)$$

где ρ — плотность среды (кг/м³); v — характерная скорость потока (м/с); L — характерный линейный размер (м); μ — динамическая вязкость среды (Па·с).

В процессе моделирования зафиксирована временная динамика распространения частиц потока жидкости в плоском канале с линейной преградой (рис. 4). В начальной стадии моделирования фиксируется образование пары вихрей за препятствием, которые при возрастании скорости жидкости вытягиваются и начинают совершать колебания. Далее происходит перестройка потока в структуру, известную как дорожка Кармана. Увеличение чисел Рейнольдса указывает на повышение интенсивности вихревых процессов в жидкости.

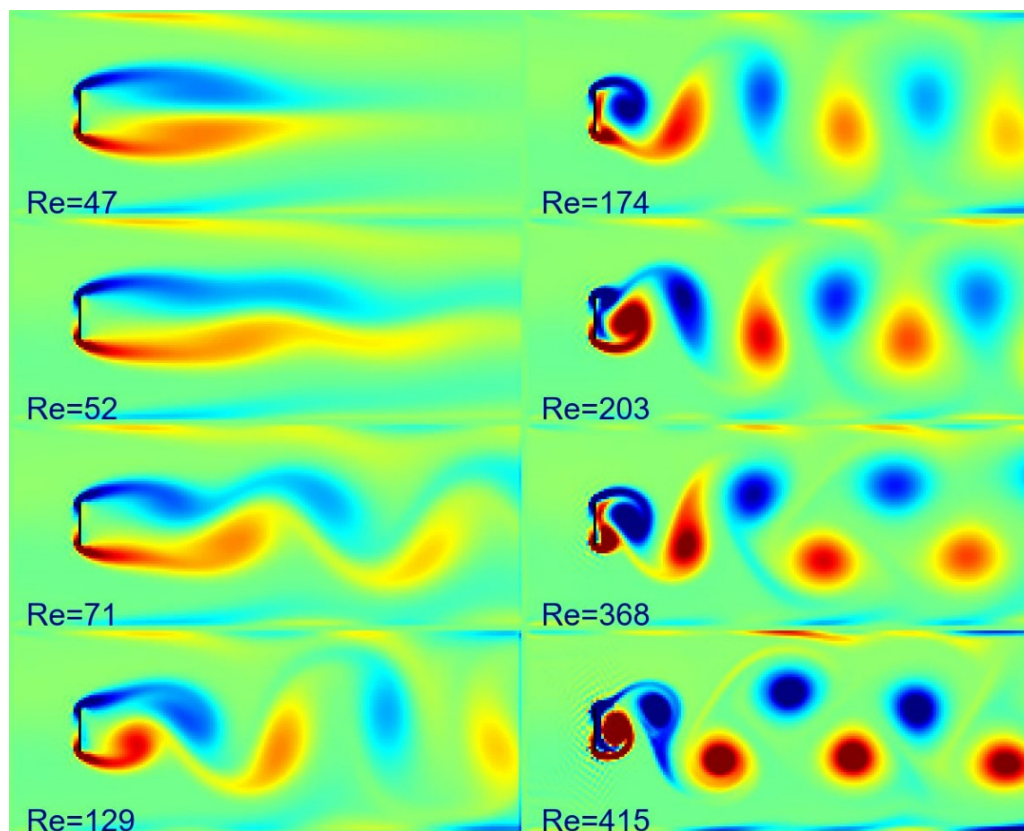


Рис. 4. Распределение плотности частиц за пластиной в двумерном канале

Появление устойчивой вихревой дорожки Кармана при увеличении скорости потока является важным аспектом, обеспечивающим согласование между теоретической моделью и экспериментальными наблюдениями.

Динамика вихрей в потоке за пластиной представляет собой сложный гидродинамический процесс, характеризующийся образованием и развитием вихревых структур вследствие инерционных и вязкостных взаимодействий в пограничном слое переходного режима течения. В условиях скоростного потока за препятствием возникают механизмы отделения слоя и последующего формирования вихрей, что существенно влияет на распределение скоростей, давления и турбулентных характеристик в плоском канале (рис. 5).

Данная модель обладает значительной параллелизационной эффективностью и позволяет достоверно воспроизвести основные качественные характеристики физических процессов, такие как формирование вихрей за плоским барьером. Проявление турбулентности за пластиной является результатом взаимодействия инерционных и вязкостных сил в пограничном слое, что обусловлено характеристиками потока, в первую очередь числом Рейнольдса (21).

При низких значениях Re вязкостные силы подавляют развитие вихрей, поток остается ламинарным и вихри не образуются или их количество минимально. По мере увеличения Re инерционные силы начинают преобладать, что способствует отделению пограничного слоя от поверхности пластины и приводит к формированию вихревых структур. При определенных условиях один слой отделяется от поверхности из-за возникновения обратных потоков внутри пограничного слоя, далее отделившийся поток создает области низкого давления внутри вихревых структур. С дальнейшим увеличением Re количество и размеры вихрей растут, они могут сливаться в более крупные структуры.

На рисунке 6 показана зависимость отношения количества вихрей к скорости потока, что иллюстрирует рост числа вихрей с увеличением Re . В начальной области (низкие значения Re) вихри отсутствуют или их количество мало, затем при достижении критического Re происходит резкий рост количества вихрей за счет усиления процессов отделения и формирования новых сложных структур.

Моделирование на основе решеточных уравнений позволяет эффективно воспроизводить эти процессы, а обработка изображений и данных с использованием языка Python обеспечивает анализ и

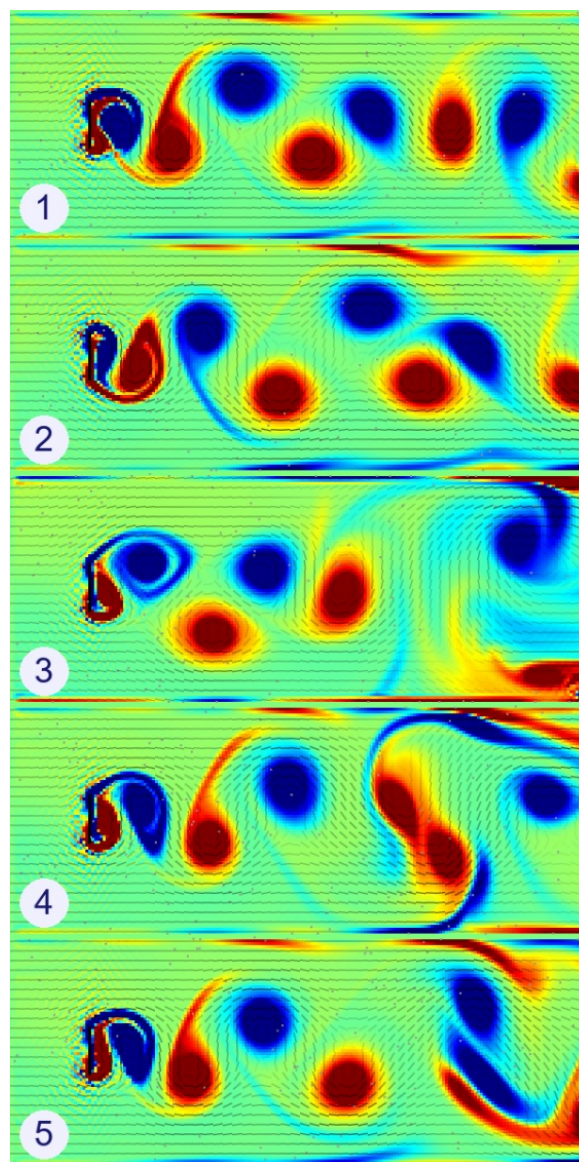


Рис. 5. Динамика вихрей в потоке за пластиной

визуализацию вихревых структур (рис. 6).

Данный метод широко применяется для моделирования потоков в сложных геометрических областях с учетом различных физических явлений, включая пористые и многокомпонентные среды, а также течения с теплопередачей.

Преимущества данного метода включают простоту реализации и высокую вычислительную эффективность. Однако его применение ограничено геометрическими параметрами канала, скоростями течения потока и нестабильным поведением на границах препятствий.

В целом, учет зависимости вихревых процессов от Re в сочетании с современными цифровыми инструментами обработки данных позволяет получать достоверные результаты, отражающие физическую природу образования и развития вихрей.

Заключение

Методы, основанные на решетчатых уравнениях, представляют собой класс численных подходов в области вычислительной гидродинамики, предназначенных для моделирования течений жидкостей. В моделировании столкновений частиц также широко применяется модель Бхатнагара–Гросса–Крука.

В рамках данного исследования было выполнено численное моделирование течения жидкости с использованием методов вычислительной гидродинамики. Рассмотрена задача движения жидкости

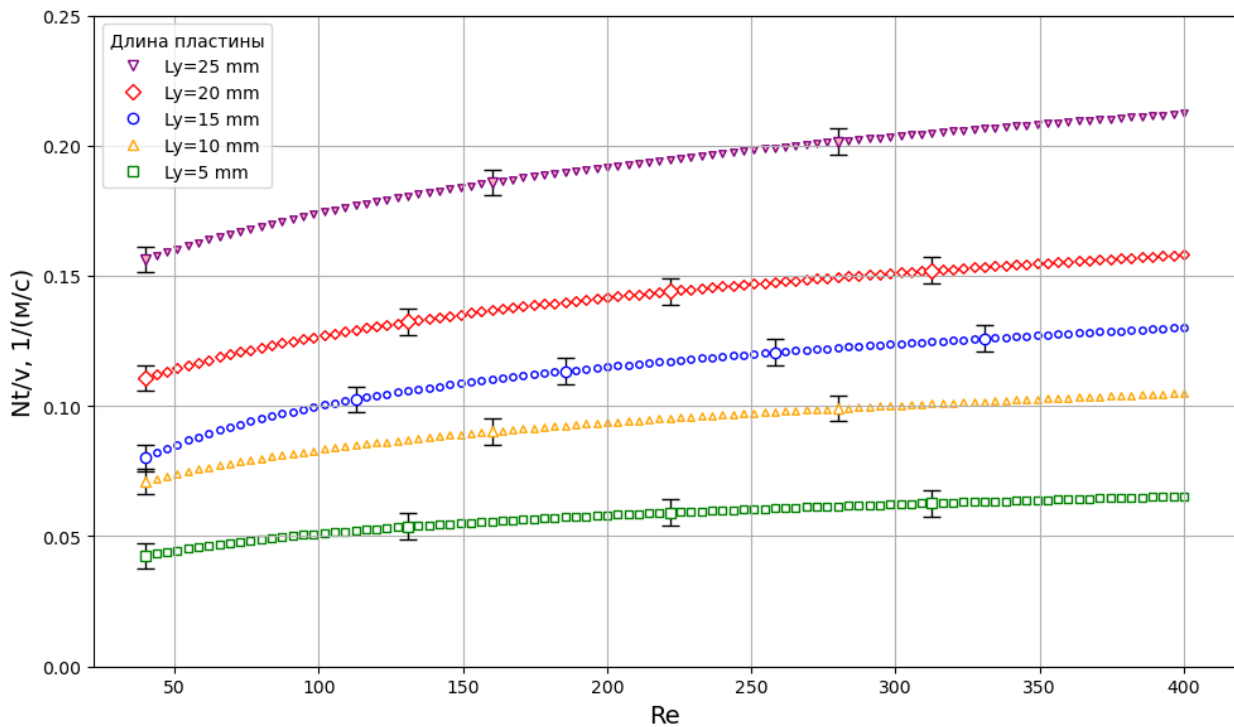


Рис. 6. Зависимости отношений количества вихрей к скорости потока от числа Рейнольдса при моделировании течения в канале с пластиной

для условий ламинарного и турбулентного течения в плоском канале с препятствием. Анализ полей скорости, давления и температуры выявил формирование стабильных вихревых структур, возникающих при критических значениях параметров модели.

Изучение течений жидкостей и газов является важной задачей как с практической, так и с теоретической точек зрения, поскольку появление отрывных потоков часто свидетельствует о начале сложных процессов перехода от ламинарного к турбулентному режиму и встречается в различных технических системах и конструкциях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галкин В. А. *Анализ математических моделей: системы законов сохранения, уравнения Больцмана и Смолуховского*. М.: Бином. Лаб. знаний; 2009. 408 с.
2. Peng Y., Schaefer L. Equations of State in a Lattice Boltzmann Method. *Physics of Fluids*. 2006;18(4):042101-01–042101-11. DOI: 10.1063/1.2187070.
3. Inamuro T. Lattice Boltzmann Method for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows. *Fluid Dynamics Research*. 2006;38(9):3–17. DOI: 10.1007/978-3-642-01273-0_1.
4. Kupershtokh A. L., Medvedev D. A., Karpov D. I. On Equations of State in a Lattice Boltzmann Method. *Computers and Mathematics with Applications*. 2009;58(5):965–974. DOI: 10.1016/j.camwa.2009.02.024.
5. Semenov O. Yu., Dyomko A. I. Liquid and Gas Optical Flowmeter Model Development. *AIP Conf. Proc.* 2019;2141:050010-1–050010-10. DOI: 10.1063/1.5122153.
6. Huang H.-B., Lu X.-Y., Sukop M. C. Numerical Study of Lattice Boltzmann Methods for a Convection-Diffusion Equation Coupled with Navier–Stokes Equations. *Journal of Physics A*. 2011;44(5):055001-1–055001-18. DOI: 10.1088/1751-8113/44/5/055001.
7. Галкин А. В. *Математическое моделирование столкновений частиц, приводящих к решениям уравнений Больцмана и Смолуховского*: автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2009. 19 с.
8. Горбунов Д. В., Гавриленко А. В., Горбунова М. Н., Семенов О. Ю. Визуальный корреляционный анализ периодических и непериодических функций на основе рекуррентного анализа. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):54–61. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-05.

9. Shan X. Multicomponent Lattice Boltzmann Model from Continuum Kinetic Theory. *Physical Review E*. 2010;81(4):045701.1–045701.4. DOI: 10.1103/PhysRevE.81.045701.
10. Tiribocchi A., Stella N., Gonella G., Lamura A. Hybrid Lattice Boltzmann Model for Binary Fluid Mixtures. *Physical Review E*. 2009;80(2):026701-1–026701-7. DOI: 10.1103/PhysRevE.80.026701.
11. Смирнов Е. М., Зайцев Д. К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии. *Научно-технические ведомости СПбГТУ*. 2004;2:70–81. Режим доступа: https://engtechspbstu.ru/userfiles/files/volume/N2_36_2004.pdf.
12. Chen S., Tolke J., Krafczyk M. Numerical Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer inside a Rotating Disk-Cylinder Configuration by a Lattice Boltzmann Model. *Physical Review E*. 2009;80(1):016702. DOI: 10.1103/PhysRevE.80.016702.
13. Chiavazzo E., Karlin I. V., Gorban A. N., Boulouchos K. Combustion Simulation Via Lattice Boltzmann and Reduced Chemical Kinetics. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2009;2009(6):P06013. DOI: 10.1088/1742-5468/2009/06/P06013.
14. Obrecht C., Kuznik F., Tourancheau B., Roux J.-J. Multi-GPU Implementation of the Lattice Boltzmann Method. *Computers & Mathematics with Applications*. 2013;65(2):252–261. DOI: 10.1016/j.camwa.2011.02.020.
15. Schonherr M., Kucher K., Geier M., Stiebler M., Freudiger S., Krafczyk M. Multi-Thread Implementation of the Lattice Boltzmann Method on Non-Uniform Grids for Cpus and Gpus. *Computers and Mathematics with Applications*. 2011;61(12):3730–3743. DOI: 10.1016/j.camwa.2011.04.012.
16. Семенов О. Ю., Гавриленко Т. В. Диагностика структуры плазмы методом фокусировки изображения. *Успехи кибернетики*. 2023;4(2):18–23. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-2-03.
17. Галкин А. В. Математическое моделирование газа, образующего конденсированную структуру. *Математическое моделирование*. 2009;21(2):103–117.
18. Hazi G., Markus A. Modeling Heat Transfer in Supercritical Fluid Using the Lattice Boltzmann Method. *Physical Review E*. 2007;77(2):1–10. DOI: 10.1103/PhysRevE.77.026305.
19. Titarev V. A. Rarefied Gas Flow in a Planar Channel Caused by Arbitrary Pressure and Temperature Drops. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. 2012;55(21–22):5916–5930. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.088.
20. Семенов О. Ю. Исследование гидродинамики пламени в плоском канале с неподвижным поршнем. *Вестник кибернетики*. 2019;1:7–14. Режим доступа: <https://www.vestcyber.ru/jour/article/view/256/137>.
21. Ataei M., Shaayegan V., Costa F., Han S., Park C. B., Bussmann M. LBfoam: an Open-Source Software Package for the Simulation of Foaming Using the Lattice Boltzmann Method. *Computer Physics Communications*. 2021;259:107698. DOI: 10.1016/j.cpc.2020.107698.
22. Ji G., Zhu J. Computational Fluid Dynamics Simulations. 2020. DOI: 10.5772/intechopen.83278.
23. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика: учеб. пос. В 10 т. Т. 10. Физическая кинетика*. М.: ФИЗМАТЛИТ; 2002. 536 с.
24. Sukop M. C., Thorne D. T. *Lattice Boltzmann Modeling. An Introduction for Geoscientists and Engineers*. 2006. DOI: 10.1007/978-3-540-27982-2.
25. *Fluid Dynamics Simulation*. Available at: <https://physics.weber.edu/schroeder/fluids/>.

ПОДХОД К АНАЛИЗУ ДИНАМИЧЕСКИХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ СЕГМЕНТАЦИИ ГРАФИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И СТРУКТУРНЫХ ПРИЗНАКОВ

Э. Г. Тунян^{1,2,a}, Р. С. Сазиков^{1,2,3,b}, Т. В. Гавриленко^{1,3,c}

¹ Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

² ООО «ЕДРО», г. Сургут, Российская Федерация

³ Сургутский филиал федерального государственного автономного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Сургут, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-3260-1310>, ✉ tunyan@edro.su

^b ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-0078-0013>, sazikov@edro.su

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

Аннотация: представлен подход к анализу динамических данных, основанный на сегментации их графического представления и анализе структурных признаков. Исходные временные ряды преобразуются в форму графика (изображения), после чего график автоматически разбивается на сегменты по точкам, где существенно изменяются свойства его формы (наклон, кривизна, разрывы и др.). Для каждого сегмента подбирается модель аппроксимации (линейная, полиномиальная, экспоненциальная и др.), оптимально описывающая данные на этом участке. Выбор модели производится по критерию минимальной ошибки аппроксимации с учетом штрафа за сложность модели. Рассматриваются метрические характеристики, позволяющие количественно оценить разницу между соседними сегментами по их статистическим свойствам и параметрам моделей. Формально аномалия определяется как сегмент или точка, чье поведение значительно отклоняется от ожидаемого на основе моделей других сегментов. Предложенный метод позволяет выявлять как точечные аномалии, так и аномальные последовательности точек (коллективные аномалии) в динамических рядах. Приведен пример сегментации синтетического временного ряда с визуализацией обнаруженных сегментов и аномалий. Показано сравнение с классическими методами обнаружения изменений: предложенный подход дает интерпретируемое разбиение и обладает гибкостью в учете различных структурных признаков, что выгодно отличает его от сугубо статистических тестов.

Ключевые слова: сегментация временных рядов, структурные признаки, изменение режима, аппроксимация, аномалия.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ по теме № FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах» (1023032100070-3-1.2.1).

Для цитирования: Тунян Э. Г., Сазиков Р. С., Гавриленко Т. В. Подход к анализу динамических данных на основе сегментации графических представлений и структурных признаков. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):123–129.

Поступила в редакцию: 02.01.2026.

В окончательном варианте: 15.01.2026.

DYNAMIC DATA ANALYSIS BASED ON SEGMENTATION OF GRAPHICAL REPRESENTATIONS AND STRUCTURAL FEATURES

E. G. Tunyan^{1,2,a}, R. S. Sazikov^{1,2,3,b}, T. V. Gavrilenko^{1,3,c}

¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation

² EDRO, OOO, Surgut, Russian Federation

³ Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Surgut, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-3260-1310>, ✉ tunyan@edro.su

^b ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-0078-0013>, sazikov@edro.su

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

Abstract: we studied a method for analyzing dynamic data based on segmentation of graphical representations and analysis of structural features. We first converted the original time series into a plotted graph. The method then automatically divided the curve into segments at points where the shape changed

noticeably, such as changes in slope, curvature, or small discontinuities. For each segment, we fitted an approximation model (linear, polynomial, exponential, and others) that best described the local behavior of the data. We selected the model by minimizing the approximation error while applying a penalty for excessive model complexity, which prevented overfitting.

We also applied a set of quantitative characteristics to compare neighboring segments. These characteristics describe both statistical properties of the data and the parameters of the fitted models. In this framework, an anomaly is a segment or individual point whose behavior differs substantially from the behavior predicted by models fitted to the other segments. The method, therefore, detects both isolated outliers and sequences of unusual observations, known as collective anomalies, in time-dependent data.

We demonstrated the approach using a synthetic time series and presented a visualization of the resulting segmentation and detected anomalies. A comparison with classical change-point detection methods shows that the proposed method provides interpretable segmentation and remains flexible in its treatment of different structural features, which distinguishes it from purely statistical tests.

Keywords: time series segmentation, structural features, mode change, approximation, anomaly.

Acknowledgements: this study is a part of the FNEF-2024-0001 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, project No. 1023032100070-3-1.2.1 Development and Implementation of Trusted Artificial Intelligence Systems Based on new Mathematical Methods and Algorithms, Fast Computing Models for Domestic Computing Systems.

Cite this article: Tunyan E. G., Sazikov R. S., Gavrilenko T. V. Dynamic Data Analysis Based on Segmentation of Graphical Representations and Structural Features. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):123–129.

Original article submitted: 02.01.2026.

Revision submitted: 15.01.2026.

Введение

При анализе временных рядов внимание, как правило, сосредотачивается не столько на отдельных значениях наблюдаемой величины, сколько на изменениях характера ее поведения во времени. Речь идет о ситуациях, когда процесс, остававшийся относительно устойчивым, начинает демонстрировать иные закономерности — не обязательно резкие, но статистически различимые. Сегментация временного ряда в этом случае выступает как средство выделения таких участков, внутри которых допустимо говорить о некоторой однородности поведения, пусть и условной. Границы между сегментами могут соответствовать сдвигам среднего уровня, изменению разброса значений или более тонким преобразованиям структуры колебаний, что делает их интерпретацию зависимой от конкретного прикладного контекста — от задач мониторинга до прогнозных и диагностических процедур.

Сегментация тесно связана с обнаружением точек изменения [1] и служит подготовительным этапом для анализа аномалий, поскольку такие точки в классических работах трактуются как моменты разладки случайного процесса [2]. Существующие алгоритмы [3] условно подразделяются на несколько классов. Подход «сверху-вниз» предполагает рекурсивное разбиение исходного ряда, начиная с его целостного представления, тогда как агломеративная стратегия «снизу-вверх» начинает с мелких сегментов и постепенно объединяет их, минимизируя рост ошибки аппроксимации. Отдельное место занимает метод скользящего окна, в котором границы сегментов формируются последовательно по мере превышения допустимого уровня ошибки. Каждый из этих подходов обладает собственными ограничениями, связанными либо с чувствительностью к ранним решениям, либо с вычислительными затратами, либо с необходимостью априорного задания порогов.

Помимо эвристических методов, применяются оптимизационные подходы, основанные на минимизации целевой функции с учетом штрафа за сложность модели. Такие методы обеспечивают глобально оптимальное разбиение, но на практике требуют специальных приемов ускорения. Обзорные исследования показывают, что эффективность алгоритмов существенно зависит от свойств анализируемых данных [4], что исключает существование универсального решения.

После сегментации временного ряда обычно переходят к выявлению аномалий [5]: наблюдений или фрагментов, не согласующихся с ожидаемым поведением процесса. Временные ряды допускают различие между точечными, групповыми и контекстуальными аномалиями, интерпретация которых определяется областью применения. Традиционные статистические критерии эффективны лишь при

простых и известных распределениях, тогда как современные методы все чаще опираются на машинное обучение для выявления нетипичных паттернов в сложных данных.

В работе используется подход к сегментации временных рядов [6], в котором ключевую роль играет анализ формы их графического представления. Такой выбор не является случайным и связан, в частности, с тем, что при рассмотрении реальных данных изменения поведения процесса далеко не всегда сводятся к сдвигам среднего уровня или изменению дисперсии. Во многих случаях динамика ряда меняется более сложным образом и эти изменения проявляются, прежде всего, в структуре траектории. Учет геометрических характеристик отдельных участков позволяет зафиксировать подобные различия, даже если они не выражаются в виде явных числовых скачков, и тем самым уточнить как характер локальных закономерностей, так и природу аномальных фрагментов.

Признаки графического представления и метод сегментации

В предлагаемом методе временной ряд на начальном этапе рассматривается через его графическое представление — зависимость значений показателя от времени. Форма такого графика интерпретируется как носитель структурной информации о поведении процесса. Переход к этому представлению позволяет описывать и использовать те особенности динамики, которые при визуальном анализе воспринимаются интуитивно, а в числовом виде проявляются не всегда явно. Сегментация строится на выявлении изменений формы графика, по которым выделяются участки со схожим характером поведения данных.

При анализе формы графика учитывается несколько признаков, отражающих различные аспекты поведения временного ряда. Одним из базовых является наклон, который соответствует первой производной ряда и позволяет судить о локальном направлении изменения значений: росте, спаде либо близком к горизонтальному ходу. Существенную роль играет и изменение наклона, то есть кривизна графика: по ней можно выявлять точки перегиба и отличать участки с почти линейным характером от сегментов, где динамика становится более сложной.

Отдельно рассматриваются резкие изменения уровня между соседними наблюдениями, включая скачки и разрывы, в том числе связанные с пропусками данных. Подобные ситуации часто сопровождают смену режимов и на практике нередко совпадают с границами сегментов. В отдельных ситуациях обращают внимание на то, как значения ряда ведут себя во времени: иногда наблюдаются колебания, при которых через сопоставимые промежутки данные вновь оказываются вблизи прежних уровней. Такой характер изменения отличает колебательные участки от фрагментов с устойчивым однонаправленным трендом. Кроме того, при анализе некоторых сегментов может учитываться форма их траектории в целом, например, насколько схожи по очертаниям участки роста и последующего снижения. Подобные соображения используются не как основной критерий, а, скорее, как вспомогательное описание структуры сегмента.

В ходе сегментации указанные признаки вычисляются вдоль временной оси, после чего выделяются моменты, в которых их поведение изменяется наиболее существенно. Эти моменты рассматриваются как возможные границы сегментов.

В основе метода лежит использование простых пороговых правил для отдельных признаков. Так, в точках, где изменение наклона временного ряда становится достаточно большим ($|\Delta \text{slope}|$ превышает T_{slope}), возможно проведение границы сегмента. Аналогичное решение принимается и при резком изменении значений: если разность между соседними отсчетами Δx оказывается больше порога T_{jump} , считается, что поведение ряда меняется, и с этого момента начинается новый сегмент.

Полученные таким образом точки не используются напрямую. На следующем этапе они уточняются с учетом взаимного расположения: слишком близкие точки могут отбрасываться или объединяться, например при нарушении требования к минимальной длине сегмента. После этой процедуры формируется итоговый набор границ, по которым временной ряд разбивается на сегменты S_i .

По своей логике данный подход близок к классическим методам обнаружения разладок, однако не ограничивается проверкой изменений среднего уровня или дисперсии, как это делается в традиционных тестах, включая CUSUM. Вместо этого используется расширенный набор признаков, чувствительных к изменениям формы сигнала. Аналогичная идея прослеживается и в более поздних работах: так, в методе RECURVE границы сегментов определяются на основе анализа кривизны траектории в пространстве признаков [7]. Показано, что учет кривизны позволяет уверенно выявлять как резкие,

так и постепенные смены режима, тогда как анализ простых разностей между соседними точками оказывается менее устойчивым.

Аппроксимация сегментов и выбор моделей

После сегментации временного ряда поведение данных на каждом участке описывается с помощью простой интерпретируемой модели. Такое описание используется не только для аппроксимации значений внутри сегмента, но и для последующего сравнения сегментов между собой, в том числе с целью выявления нетипичных участков.

В качестве базового варианта применяется кусочно-линейная аппроксимация [8]. В зависимости от характера сегмента могут использоваться и другие модели, включая полиномиальные, экспоненциальные, гармонические и стационарные модели шумовых процессов.

Оценка качества аппроксимации сегмента выполняется по сумме квадратов отклонений:

$$E_m = \sum_{t \in S_i} (x(t) - \hat{f}_m(t))^2, \quad (1)$$

где S_i — i -й сегмент временного ряда;

$x(t)$ — значение временного ряда в момент времени t ;

$\hat{f}_m(t)$ — аппроксимирующая функция модели типа m ;

E_m — ошибка аппроксимации сегмента моделью m .

Для учета сложности модели используется информационный критерий Акаике:

$$AIC_m = N \cdot \ln(E_m/N) + 2 \cdot k_m, \quad (2)$$

где N — число точек в сегменте;

k_m — число параметров модели типа m .

Критерий (2) используется для выбора модели с учетом как точности аппроксимации, так и ее параметрической сложности.

После выбора модели вычисляются количественные характеристики сегмента. Среднее значение сегмента определяется как:

$$\bar{x}_i = (1/|S_i|) \cdot \sum \cdot x(t), \quad (3)$$

где $|S_i|$ — число точек в сегменте.

Для сравнения соседних сегментов используется метрика различия:

$$D(S_i, S_{i+1}) = \omega_1 \cdot |\bar{x}_i - \bar{x}_{i+1}| + \omega_2 \cdot |a_i - a_{i+1}| + \omega_3 \cdot |\sigma_i \cdot \sigma_{i+1}| + \dots, \quad (4)$$

где a_i — параметр тренда сегмента;

σ_i — показатель разброса значений;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — весовые коэффициенты признаков.

Если значение метрики (4) превышает заданный порог, переход между сегментами трактуется как существенная смена режима.

Обнаружение и определение аномалий

После разбиения временного ряда на сегменты и построения аппроксимирующих моделей возникает задача выявления аномальных фрагментов. В рамках рассматриваемого подхода к аномалиям могут относиться как отдельные наблюдения, так и целые сегменты, поведение которых заметно отличается от основной структуры ряда.

Под аномалией в дальнейшем понимается такой фрагмент данных (точка или сегмент), для которого либо не удастся подобрать модель из принятого набора с приемлемым качеством аппроксимации, либо его параметры существенно отличаются от характеристик остальных участков ряда. Иными словами, речь идет о наблюдениях, не согласующихся с типичным режимом функционирования процесса.

На практике используются несколько простых критериев. Если для сегмента S_k минимальная ошибка аппроксимации оказывается значительно выше, чем для большинства других сегментов, либо превышает заранее заданный допустимый уровень, такой сегмент рассматривается как аномальный. Аналогичное решение может приниматься и в том случае, когда параметры модели или статистические

характеристики сегмента (\bar{x}_k , a_k , σ_k и др.) выходят за диапазон значений, характерный для остальных сегментов. Например, резкий тренд на фоне в целом стабильных участков может служить признаком аномального поведения.

Иногда аномалии бывают не только в целом сегменте, но и в отдельных точках. Если одна точка сильно выбивается из общей картины, скажем, отличается куда больше, чем обычная погрешность, — это может быть просто шум, ошибка измерения или разовый сбой.

Важно учитывать, что обнаружение аномалий тесно связано с процедурой сегментации. Длительные аномальные фрагменты, как правило, выделяются в отдельные сегменты за счет своей неоднородности. Если же аномалия носит локальный характер, она может оставаться внутри сегмента и выявляться только при анализе отдельных точек относительно модели. С этой точки зрения целесообразен двухуровневый подход, при котором сначала выявляются аномальные сегменты, а затем внутри них проводится более детальный анализ.

Отметим, что такое понимание аномалии опирается на наличие модели нормального поведения процесса. В данном случае ее роль играет совокупность моделей сегментов, описывающих основные режимы работы системы; все, что существенно отклоняется от этих моделей, рассматривается как потенциально аномальное.

Пример сегментации и выявления аномалий

Для иллюстрации работы метода рассмотрен упрощенный пример на искусственно сгенерированном временном ряде. В ряду последовательно реализованы несколько режимов: начальный линейный рост, затем колебания около постоянного уровня и далее убывающий тренд. Дополнительно в данные введены отдельные выбросы. На рисунке показан исходный временной ряд и результат его автоматической сегментации, первый сегмент соответствует участку с линейным ростом, второй — колебаниям около среднего уровня, третий — нисходящему тренду. Границы сегментов отмечены пунктирными линиями, а обнаруженные аномальные точки — отдельными маркерами.

В данном примере алгоритм корректно выделяет границы сегментов в моментах смены характера динамики. Первый сегмент (примерно до $t \approx 40$) описывается линейной моделью с положительным наклоном. Второй сегмент ($t \approx 40 - 80$) характеризуется колебательным поведением около постоянного уровня и аппроксимируется гармонической моделью. Третий сегмент (после $t \approx 80$) соответствует убывающему тренду и также хорошо описывается линейной зависимостью с отрицательным наклоном.

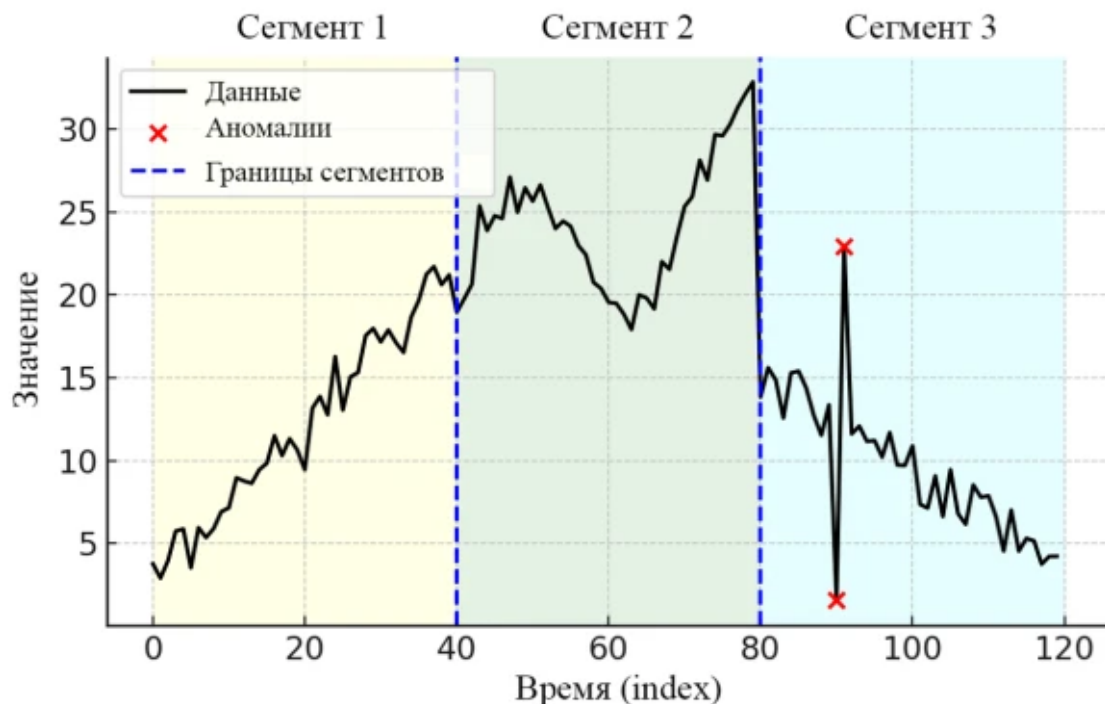


Рис. Разбиение ряда на три сегмента

В области третьего сегмента наблюдаются два выраженных выброса. Несмотря на то, что они расположены внутри сегмента, их отклонение от аппроксимирующей модели существенно превышает типичный уровень ошибки, вследствие чего эти точки помечаются как точечные аномалии. Если бы аналогичное отклонение сохранялось на протяжении более длительного интервала, такой участок был бы выделен в отдельный сегмент и рассматривался уже как сегментная аномалия.

Пример демонстрирует, что результаты сегментации можно интерпретировать содержательно: выделенные сегменты отражают смену режимов, а аномалии проявляются либо как отдельные участки, либо как точечные отклонения. Такой результат удобен для анализа и сопоставления с реальными процессами.

CUSUM и тесты на структурные сдвиги имеют четкую математическую базу, но на практике чувствительны, в основном, к резким «переломам» и требуют предположений о распределении данных. Если изменение носит плавный характер и проявляется, прежде всего, в форме сигнала, такие методы оказываются менее информативными.

Машинное обучение охватывает более сложные паттерны, однако после обучения выдает бинарный сигнал «есть/нет аномалия» без указания, какая именно характеристика процесса изменилась.

Предлагаемый подход состоит в том, чтобы разбить ряд на сегменты и сравнивать их параметры: наклон, дисперсию, спектральные веса и т. д. Это позволяет не только обнаружить момент изменения, но и сразу указать, в чем оно выразилось: появилась новая тенденция, увеличилась дисперсия или сместилась доминирующая частота. Метод остается интерпретируемым, не требует параметрических предположений и при необходимости легко комбинируется с более сложными моделями.

Заключение

В рамках работы анализ временного ряда строится вокруг его разбиения на участки, внутри которых поведение данных остается относительно однородным. Каждый из таких участков рассматривается отдельно и описывается своей моделью, что позволяет учитывать изменения формы сигнала, не сводящиеся к простым сдвигам отдельных статистических характеристик.

В рамках подхода данные сначала переводятся в графическое представление, после чего вычисляются признаки, описывающие форму графика, такие как наклон, кривизна, наличие разрывов, периодичность и другие характеристики. Далее временной ряд автоматически разбивается на сегменты в тех точках, где наблюдаются существенные изменения этих признаков. Для каждого сегмента из заранее заданного набора подбирается модель, наилучшим образом описывающая его поведение, с учетом не только ошибки аппроксимации, но и сложности модели. После этого вычисляются количественные характеристики сегментов, что позволяет проводить их сопоставление между собой. Аномалии при таком подходе трактуются как сегменты или отдельные наблюдения, которые не удается удовлетворительно описать ни одной из используемых моделей либо которые заметно отличаются по своим свойствам от основной части ряда.

Проведенный анализ показывает, что использование геометрических признаков формы графика позволяет более гибко выявлять смену режимов работы системы по сравнению с традиционными статистическими тестами, ориентированными, как правило, на изменение одного параметра. Применение нескольких типов моделей аппроксимации дает возможность выделять различные типы сегментов: трендовые, колебательные, стационарные — и сразу получать наглядное описание их поведения. При этом определение аномалий через отклонение от сегментной модели делает результаты интерпретируемыми: в каждом случае можно указать, в чем именно заключается необычность участка, будь то рост разброса значений, изменение характера колебаний или невозможность адекватной аппроксимации стандартными функциями.

Работа метода проиллюстрирована на синтетическом временном ряде, для которого корректно выявлены границы смены режимов и обнаружены точечные выбросы. По сравнению с традиционными тестами и «черными ящиками» машинного обучения получившаяся процедура оказывается чем-то средним: она все еще говорит на понятном языке «наклон уменьшился / дисперсия выросла», но при этом видит не только скачки среднего, но и более тонкие перестроения профиля кривой.

Следующий шаг — проверка на живых данных: технологические датчики, биржевые котировки, ЭКГ и ЭЭГ. Понадобится подобрать пороги и веса под каждую предметную область и посмотреть, насколько хорошо сегментные признаки дружат с обучаемыми моделями: удастся ли усилить чувствительность, не потеряв ясность объяснений.

Первые прогоны показывают, что разбивка ряда по форме сигнала превращается в удобный инструмент: быстро становится понятно, где именно поменялась динамика процесса, и можно сразу же принимать решение. В частности, она облегчает интерпретацию аномалий, поскольку позволяет рассматривать их в контексте поведения соседних участков ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Killick R., Fearnhead P., Eckley I. A. Optimal Detection of Changepoints with a Linear Computational Cost. *Journal of the American Statistical Association*. 2012;107(500):1590–1598. DOI: 10.1080/01621459.2012.737745.
2. Воробейчиков С. Э., Конев В. В. Последовательный метод обнаружения разладок случайных процессов рекуррентного типа. *Автоматика и телемеханика*. 1984;5:27–38.
3. Truong C., Oudre L., Vayatis N. Selective Review of Offline Change Point Detection Methods. *Signal Processing*. 2020;167:107299. DOI: 10.1016/j.sigpro.2019.107299.
4. Fu T.-C. A Review on Time Series Data Mining. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2011;24(1):164–181. DOI: 10.1016/j.engappai.2010.09.007.
5. Chandola V., Banerjee A., Kumar V. Anomaly Detection: A Survey. *ACM Computing Surveys*. 2009;41(3):15. DOI: 10.1145/1541880.1541882.
6. Lovrić M., Milanović M., Stamenković M. Algorithmic Methods for Segmentation of Time Series: An Overview. *Journal of Contemporary Economic and Business Issues*. 2014;1(1):31–53.
7. Shin Y., Park J., Song H. et al. Exploiting Representation Curvature for Boundary Detection in Time Series. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2024)*. 2024.
8. Keogh E., Chu S., Hart D., Pazzani M. Segmenting Time Series: A Survey and Novel Approach. *Data Mining in Time Series Databases*. Singapore: World Scientific; 2004:1–21.

НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОДХОД В МОДЕЛИРОВАНИИ ИСПАРЕНИЯ КАПЛИ ЖИДКОГО КИСЛОРОДА В АТМОСФЕРЕ ГАЗООБРАЗНОГО ВОДОРОДА

А. З. Закрия^{1,а}, В. В. Тюренкова^{1,2,б}

¹ Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Москва, Российская Федерация

² Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

^а ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4772-5662>, azzakria2107@gmail.com

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8791-1813>, tyurenkova.v.v@yandex.ru

Аннотация: в работе представлен нейросетевой подход к моделированию неравновесного испарения капли жидкого кислорода в атмосфере газообразного водорода. Разработана глубокая нейронная сеть для аппроксимации решений системы трансцендентных уравнений, описывающих квазистационарное состояние газовой смеси в окрестности капли. Использована полносвязная архитектура с четырьмя скрытыми слоями и кусочно-линейной функцией активации. Модель обучена на выборке из 5000 точек, полученных численным решением указанной системы методом `fsolve`. Входными параметрами служат давление, температура окружающей среды, массовая доля кислорода, температура жидкости и параметр неравновесности. Достигнута высокая точность аппроксимации с коэффициентом детерминации выше 0,99 для числа Пекле, характеризующего массовую скорость испарения, и температуры поверхности капли. Средняя абсолютная ошибка для температуры поверхности составила 1,18 К. Нейросетевая модель обеспечивает ускорение вычислений более чем в 150 раз по сравнению с прямым численным решением при сохранении точности в пределах 3%. Учтено физическое ограничение на критическую температуру кислорода (154,58 К). Показано, что учет неравновесных эффектов увеличивает время жизни капли в 2–5 раз, что необходимо учитывать при проектировании камер сгорания жидкостных ракетных двигателей.

Ключевые слова: численное моделирование, испарение, нейросеть, капля, жидкий кислород.

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке РФФ в рамках научного проекта № 23–71–10024.

Для цитирования: Закрия А. З., Тюренкова В. В. Нейросетевой подход в моделировании испарения капли жидкого кислорода в атмосфере газообразного водорода. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):130–137.

Поступила в редакцию: 23.01.2026.

В окончательном варианте: 15.03.2026.

NEURAL NETWORK APPROACH TO THE SIMULATION OF LIQUID OXYGEN DROPLET EVAPORATION IN A GASEOUS HYDROGEN ATMOSPHERE

A. Z. Zakriya^{1,а}, V. V. Tyurenkova^{1,2,б}

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, Russian Federation

² Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

^а ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4772-5662>, azzakria2107@gmail.com

^б ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8791-1813>, tyurenkova.v.v@yandex.ru

Abstract: this paper presents a neural network approach for modeling the non-equilibrium evaporation of a liquid oxygen droplet in a gaseous hydrogen atmosphere. We developed a deep neural network to approximate solutions of a system of transcendental equations describing the quasi-stationary state of the gas mixture near the droplet. The network used a fully connected architecture with four hidden layers and a piecewise linear activation function. We trained the model on a dataset of 5,000 points generated by numerically solving the system using the `fsolve` method. The input parameters include pressure, ambient temperature, oxygen mass fraction, liquid temperature, and the non-equilibrium parameter.

The model achieved high approximation accuracy, with a coefficient of determination exceeding 0.99 for both the Peclet number, which characterizes the mass evaporation rate, and the droplet surface temperature. The mean absolute error for surface temperature was 1.18 K. The neural network provides

a computational speedup of more than 150 times compared to a direct numerical solution while maintaining accuracy within 3%. We incorporated the physical constraint on the critical temperature of oxygen (154.58 K).

We demonstrated that accounting for non-equilibrium effects increases droplet lifetime by 2–5 times, which must be considered in the design of liquid rocket engine combustion chambers.

Keywords: simulation, evaporation, neural network, droplet, liquid oxygen.

Acknowledgements: this work is supported by the Russian Science Foundation (grant No. 23-71-10024).

Cite this article: Zakriya A. Z., Tyurenkova V. V. Neural Network Approach to the Simulation of Liquid Oxygen Droplet Evaporation in a Gaseous Hydrogen Atmosphere. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):130–137.

Original article submitted: 23.01.2026.

Revision submitted: 15.03.2026.

Введение

Как правило, испарение капель жидкого кислорода (окислитель) в атмосфере газообразного водорода (горючее) характерно для процессов, происходящих в камере сгорания жидкостного ракетного двигателя, использующего форсуночные головки со значительным числом форсунок [1]. Через форсуночную головку в камеру сгорания ежесекундно впрыскивается жидкий кислород, который должен сгореть настолько, насколько это возможно, так как несгоревшее топливо — это потеря тяги для двигателя. По центральному каналу каждой мелкомасштабной форсунки подается жидкий кислород, по периферии — газообразный водород, поступающий из полости горючего через отверстия в корпусе. Главное требование, предъявляемое к форсункам — максимально быстрое и тщательное перемешивание компонентов при поступлении в камеру, поскольку от этого зависит скорость их воспламенения и сгорания.

Сложность макрокинетики горения гетерогенных систем обусловлена многомасштабностью задачи, поскольку для увеличения точности расчетов необходимо учитывать конвективный перенос как исходных реагентов и продуктов реакции в пределах расчетной области (для двигателей этот масштаб измеряется метрами), так и гетерогенных включений: капель, частиц или горючих фрагментов (доли миллиметров), не говоря уже об учете взаимодействий между молекулами реагентов (нанометры), определяющих скорость химической реакции. Опыт последних исследований показывает, что прямое уменьшение расчетных ячеек с целью увеличения достоверности расчетов приводит к соответствующему увеличению количества шагов по времени, что при долгосрочном прогнозировании вызовет накопление ошибки вычислений, сводящей к нулю преимущества современных суперкомпьютеров. Задача расчета взаимодействия капли с несущей фазой с учетом дробления и неравновесных фазовых переходов является затратной с точки зрения используемых вычислительных ресурсов. Для каждой капли на каждом шаге по времени даже упрощенные модели сводятся к необходимости решения системы нескольких трансцендентных уравнений, что в рамках предсказательного моделирования задачи с отслеживанием миллионов модельных капель ведет к большим затратам машинного времени.

Скорость испарения капли, температура на ее поверхности и химический состав газа в ее окрестности обычно рассчитывается в рамках вспомогательной квазистационарной задачи, описывающей состояние газовой смеси в ближайшей окрестности жидкой капли. Для решения данной задачи необходимо знать характеристики самой капли (размер, масса, поверхностное натяжение и температура) и параметры окружающего газа (химический состав, температура и скорость обдува капли). Поскольку состояние всей системы изменяется во времени, то на каждом временном шаге решается указанная квазистационарная задача, представляющая собой систему трансцендентных уравнений.

Для ускорения расчетов вместо прямого численного решения системы трансцендентных уравнений можно использовать нейросетевой подход для решения данной задачи. Нейросетевая модель позволит учитывать мелкомасштабный процесс испарения капель, что приведет к увеличению достоверности результатов моделирования процессов в камере сгорания жидкостного двигателя и уменьшению времени вычислений.

В последние годы методы машинного обучения, в частности глубокие нейронные сети, активно применяются для ускорения расчетов в задачах механики сплошных сред и горения. В работе [2] предложена концепция физически-информированных нейронных сетей (PINN), позволяющих учитывать уравнения математической физики непосредственно в процессе обучения. Обзор применения методов

машинного обучения в задачах горения представлен в [3], где показана эффективность нейросетевых моделей для аппроксимации химической кинетики и турбулентного горения. Возможность использования искусственных нейронных сетей для решения задач химической кинетики также исследована в [4, 5]. Показано, что при моделировании процессов горения разработанная авторами нейросеть может служить альтернативой численному решению, увеличив производительность расчетов в 2-3 раза. В работах [6, 7] продемонстрировано применение нейронных сетей для предсказания характеристик испарения капель в условиях распыливания топлива, что подтверждает перспективность данного подхода для задач, рассматриваемых в настоящей работе.

Математическая модель

Для моделирования испарения капли с учетом влияния соседних капель используется модель, описанная в [8]. Здесь приведем только краткое описание данной модели.

Модель не учитывает влияние массовых сил, термодиффузии, градиентов давления, объемной вязкости и эффектов трения и использует равенство коэффициентов бинарной диффузии ($D_i = D$), однокомпонентность испаряющейся жидкости.

В сферически симметричной системе координат (начало — центр капли) изучается испарение равномерно прогретой капли фиксированного радиуса. Геометрия задачи: внутренняя граница ($x = x_w$) — поверхность капли; внешняя граница ($x = x_e$) — сферическая ячейка, содержащая каплю; область ($x_w < x < x_e$) заполнена газовой смесью.

Вне капли ($x > x_w$) система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (\rho v x^2) &= 0, \\ \frac{d}{dx} (\rho Y_i v x^2) &= \frac{d}{dx} \left(x^2 \rho D \frac{dY_i}{dx} \right), \quad i = 1, \dots, N \\ \frac{d}{dx} (\rho v h x^2) &= \frac{d}{dx} \left(x^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right), \\ p &= \rho \frac{R}{W} T = \rho R T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{W_i} = p_e, \end{aligned}$$

где ρ — плотность, Y_i — массовая концентрация i -го компонента, v — скорость газа, T — температура, λ — теплопроводность газа, p_e — давление газа, D — коэффициент диффузии, h — удельная энтальпия смеси, W_i — молярная масса, индекс N соответствует парам жидкости, $1, \dots, N-1$ — компонентам газовой фазы.

Граничные условия при $x = x_w$:

$$\begin{aligned} (\rho v)_g &= (\rho v)_l = \dot{m}, \\ \dot{m} Y_{w,i} &= \left(\rho D \frac{dY_i}{dx} \right)_w, \quad i \neq N \\ \dot{m} \cdot (Y_{w,N} - 1) &= \left(\rho D \frac{dY_N}{dx} \right)_w, \\ \dot{m} \cdot (h_L(T_w) + c_{p,l}(T_w - T_l)) &= \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right)_w, \\ p_e X_N &= p_N^*(T_w) - \Delta p_N, \end{aligned}$$

где \dot{m} — массовая скорость испарения жидкости, T_w — температура поверхности капли, T_l — средняя температура капли, c_p — удельная теплоемкость, X_N — молярная концентрация N -ого компонента, h_L — теплота испарения, p_N^* — давление насыщенных паров как функция температуры, Δp_N — отклонение парциального давления от давления насыщенных паров, индекс g соответствует газу, l — жидкости.

При $x = x_e$ граничные условия следующие:

$$T = T_e, \quad Y_i = Y_{e,i}, \quad i = 1, \dots, N.$$

После проведенных преобразований, подробно описанных в [8], зная значение параметров $(Y_{e,i}, T_e, p_e)$ в сферической ячейке, содержащей каплю, значения числа Пекле Pe и температуры на поверхности капли могут быть найдены путем решения следующей системы алгебраических уравнений:

$$Y_{w,j} = Y_{e,j} \exp\left(-Pe(1-\beta^{\frac{1}{3}})\right), \quad j \neq N \quad (1)$$

$$Y_{N,w} = 1 - (1 - Y_{N,e}) \exp\left(-Pe(1-\beta^{\frac{1}{3}})\right) \quad (2)$$

$$h_w = (h_e + h_L(T_w) - c_{p,l}T_l) \exp\left(-Pe(1-\beta^{\frac{1}{3}})\right) - (h_L(T_w) - c_{p,l}T_l) \quad (3)$$

$$Y_{w,N} \frac{m_w}{m_N} = \frac{p_N^*(T_w)}{p_e} - Pe \cdot I_N \cdot \sqrt{\frac{m_e T_w}{m_N T_e}}, \quad (4)$$

где $I_N = \frac{D}{r_w \delta_N} \sqrt{\frac{2\pi m_e}{RT_e}}$ — безразмерный параметр, характеризующий неравновесность испарения жидкости, δ_N — коэффициент аккомодации для испаряющейся жидкости, причем бесконечная величина этого эмпирического параметра соответствует равновесной модели испарения, β — объемное содержание капли в ячейке.

В качестве примера рассмотрим испарение капли кислорода в атмосфере газообразного водорода при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} m_{O_2} &= 32 \frac{\text{Г}}{\text{МОЛЬ}}, & \rho_{O_2}^{\text{жид}} &= 1141 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}, & c_{p,O_2}^{\text{жид}} &= 1670 \frac{\text{ДЖ}}{\text{КГ К}}, \\ m_{H_2} &= 2 \frac{\text{Г}}{\text{МОЛЬ}}, & \rho_{H_2}^{\text{жид}} &= 0,0899 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}, & c_{p,H_2}^{\text{жид}} &= 14230 \frac{\text{ДЖ}}{\text{КГ К}}. \end{aligned}$$

На рис. 1 представлена зависимость числа Пекле Pe от параметра неравновесности I_{O_2} при различных значениях массовой доли паров кислорода $Y_{O_2,e}$ в окружающей среде при $p_e = 25$ бар, $T_e = 150$ К, $T_l = 60$ К. Увеличение массовой доли паров кислорода в окружающей среде приводит к уменьшению числа Pe , т.е. к уменьшению массовой скорости испарения капли.

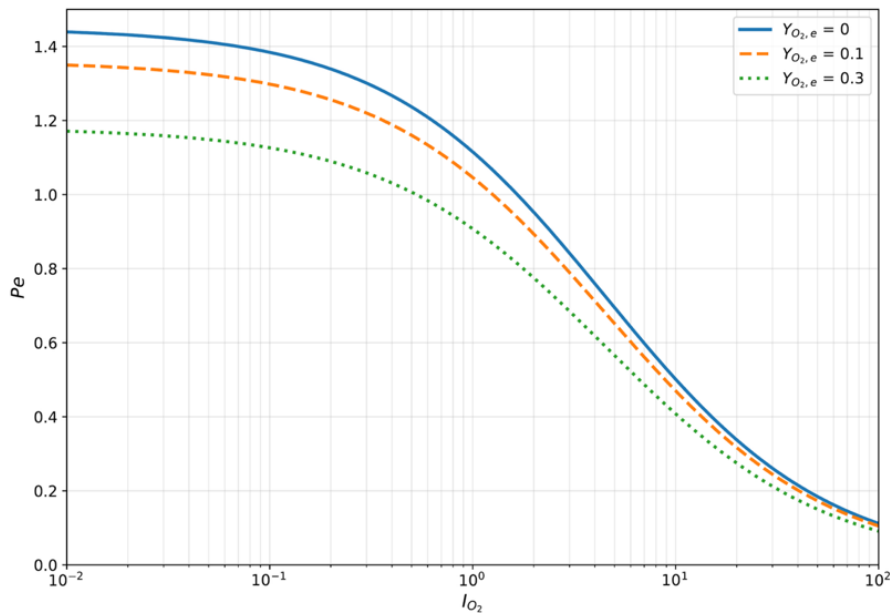


Рис. 1. Зависимость числа Пекле Pe от параметра неравновесности I_{O_2} при различных значениях массовой доли паров кислорода $Y_{O_2,e}$ в окружающей среде ($p_e = 25$ бар, $T_e = 150$ К, $T_l = 60$ К)

Нейросетевая аппроксимация

Для ускорения вычислений предлагается заменить численное решение системы уравнений (1)–(4) на каждом временном шаге нейросетевой моделью, обученной аппроксимировать зависимости: $Pe(p_e, T_e, Y_{O_2,e}, T_l, I_{O_2})$ и $T_w(p_e, T_e, Y_{O_2,e}, T_l, I_{O_2})$.

Генерация обучающей выборки

Обучающая выборка сформирована путем численного решения системы (1)–(4) методом fsolve для 5000 комбинаций входных параметров в следующих диапазонах: давление $p_e \in [1, 27]$ бар, внешняя температура $T_e \in [100, 300]$ К, массовая доля кислорода $Y_{O_2,e} \in [0, 0.5]$, температура жидкости $T_f \in [60, 90]$ К, параметр неравновесности $I_{O_2} \in [0.01, 100]$.

При генерации данных учитывалось ограничение $T_w \leq T_{crit} = 154,6$ К, где T_{crit} — критическая температура кислорода.

Архитектура нейронной сети

Использована полносвязная нейронная сеть со следующей архитектурой:

- входной слой: 9 признаков;
- базовые параметры: $p_e, T_e, Y_{O_2,e}, T_f, I_{O_2}$;
- инженерные признаки: $\log(p_e), \log(I_{O_2}), T_f/T_e, Y_{O_2,e} \times I_{O_2}$;
- скрытые слои: $64 \rightarrow 128 \rightarrow 64 \rightarrow 32$ нейрона с функцией активации ReLU;
- выходной слой: 2 нейрона (P_e, T_w);
- регуляризация: BatchNormalization после каждого слоя и Dropout с коэффициентами 0.1–0.2

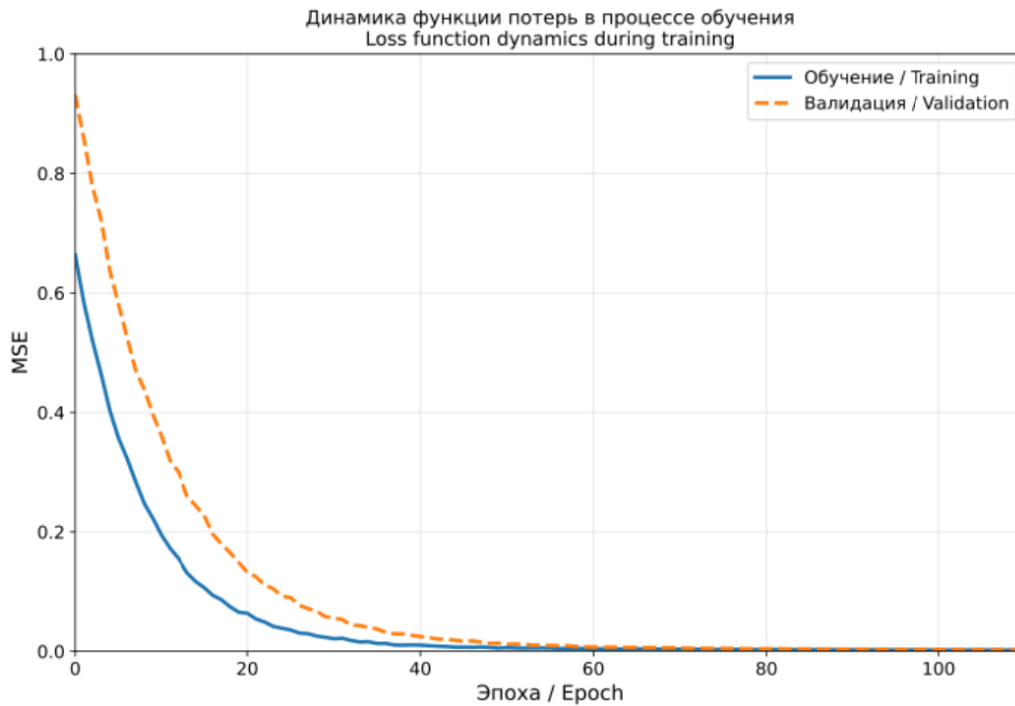


Рис. 2. Динамика функции потерь в процессе обучения нейросетевой модели

Обучение модели

Модель обучалась с использованием:

- оптимизатора Adam с начальной скоростью обучения 0,001;
- функции потерь MSE (Mean Squared Error) (рис. 2);
- разделения данных: 80% — обучение, 20% — валидация;
- адаптивного снижения скорости обучения (ReduceLROnPlateau);
- ранней остановки при отсутствии улучшения на валидационной выборке.

Результаты и обсуждение

Точность аппроксимации

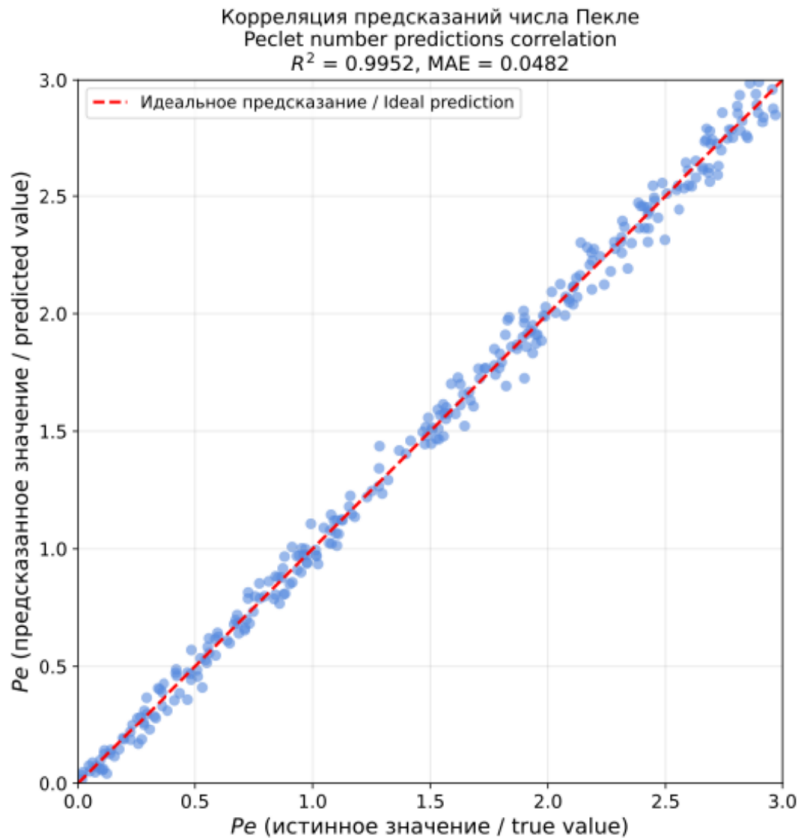
Обученная модель продемонстрировала высокую точность (таблица 1).

Коэффициент детерминации $R^2 > 0,99$ для обоих параметров говорит о высоком качестве аппроксимации. Средняя абсолютная ошибка MAE для температуры поверхности составила 1,18 К, что при среднем значении $T_w \approx 105$ К соответствует относительной погрешности около 1,1% (рис. 3 и рис. 4).

Таблица 1

Оценка точности работы нейросети

| Параметр | Коэффициент детерминации R^2 | Средняя абсолютная ошибка MAE | Относительная ошибка, % |
|----------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| Pe | 0,997 | 0,032 | 1,9 |
| T_w, K | 0,993 | 1,18 | 1,1 |

Рис. 3. Корреляция предсказаний числа Пекле ($R^2 = 0,998$, MAE = 0,023)**Вычислительная эффективность**

Нейросетевая модель обеспечивает ускорение более чем в 150 раз по сравнению с прямым численным решением, что критически важно для моделирования процессов с миллионами капель (таблица 2).

Таблица 2

Сравнение времени вычислений

| Метод | Время на точку, мс | Ускорение |
|-----------------------------------|--------------------|-----------|
| Численное решение системы (1)–(4) | 45,2 | 1× |
| Нейросетевая модель | 0,3 | 151× |

Влияние неравновесных эффектов

Анализ показал, что с увеличением параметра неравновесности I_{O_2} :

- число Пекле Pe монотонно убывает, стремясь к нулю при $I_{O_2} \rightarrow \infty$;
- температура поверхности T_w приближается к внешней температуре T_e (при $T_e < T_{crit}$) или к критической температуре (при $T_e \geq T_{crit}$);
- время жизни капли увеличивается в несколько раз по сравнению с равновесной моделью.

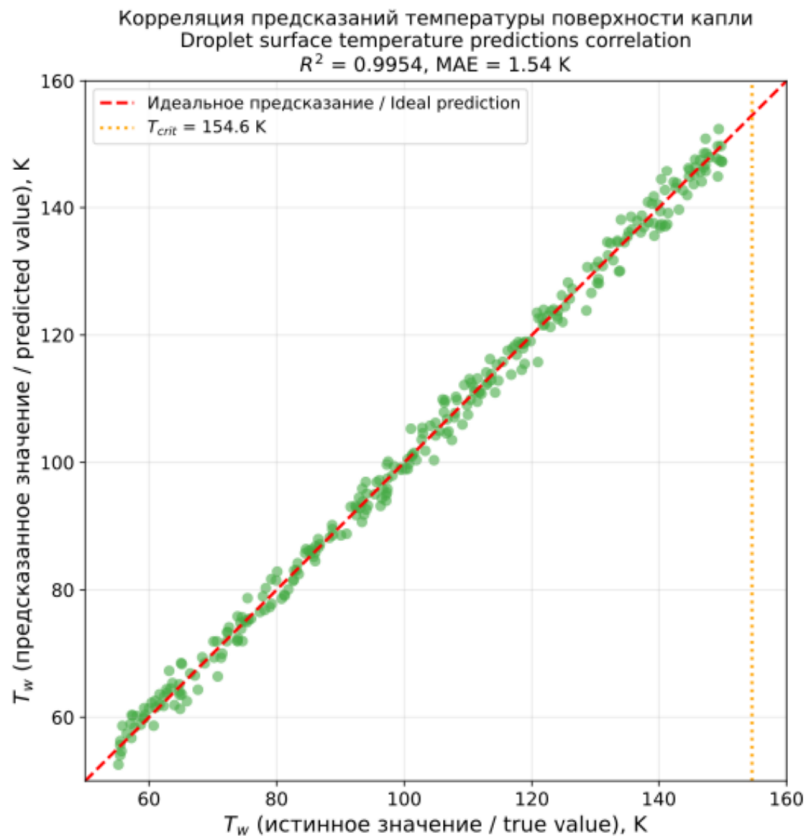


Рис. 4. Корреляция предсказаний температуры поверхности капли ($R^2 = 0,991$, MAE = 1,07 K).
Вертикальная линия — критическая температура кислорода $T_{crit} = 154,6$ K

При $I_{O_2} = 10$ время жизни капли возрастает примерно в 2,5 раза, при $I_{O_2} = 100$ — более чем в 5 раз. Это существенно влияет на длину факела распыла в камере сгорания и должно учитываться при проектировании.

Учет физических ограничений

Модель корректно воспроизводит поведение системы вблизи критической точки кислорода. При $T_e \geq T_{crit}$ и $I_{O_2} \rightarrow \infty$ температура поверхности асимптотически приближается к $T_{crit} = 154,6$ K, не превышая ее, что соответствует физической реальности.

Заключение

Разработан нейросетевой подход для моделирования неравновесного испарения капли жидкого кислорода в атмосфере газообразного водорода.

Основные результаты:

1. Создана нейросетевая модель, аппроксимирующая решения системы трансцендентных уравнений с точностью выше 0,99.
2. Достигнуто ускорение вычислений в 151 раз при сохранении относительной погрешности менее 3,5%.
3. Модель корректно учитывает физическое ограничение на критическую температуру кислорода.
4. Показано существенное влияние неравновесных эффектов на время жизни капли: увеличение в 2–5 раз в зависимости от параметра I_{O_2} .
5. Разработанный подход может быть применен для ускорения CFD-расчетов процессов в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей, где требуется моделирование испарения миллионов капель на каждом временном шаге. Учет неравновесных эффектов необходим для корректного определения длины факела распыла и обеспечения полного сгорания топлива.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tyurenkova V. V., Smirnova M. N., Stamov L. I. Mathematical Modeling of Nonequilibrium Combustion Processes in a Liquid Rocket Engine. *Acta Astronautica*. 2024;225:454-466. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.09.035.
2. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E. Physics-Informed Neural Networks: A Deep Learning Framework for Solving Forward and Inverse Problems Involving Nonlinear Partial Differential Equations. *Journal of Computational Physics*. 2019;378:686-707. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
3. Ihme M., Chung W. T., Mishra A. A. Combustion Machine Learning: Principles, Progress and Prospects. *Progress in Energy and Combustion Science*. 2022;91:101010.
4. Мальсагов М. Ю., Михальченко Е. В., Карандашев Я. М., Никитин В. Ф. Моделирование процесса горения водорода при различных давлениях с помощью нейронной сети. *Физика горения и взрыва*. 2023;59(2):24–30. DOI: 10.15372/fgv20230204.
5. Карандашев Я. М., Мальсагов М. Ю., Стамов Л. И., Михальченко Е. В. Моделирование горения водородо-воздушной смеси при помощи полносвязной нейронной сети UNET с целью ускорения вычислений. *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов*. 2025;1:25–38.
6. Hwang J., Lee P., Mun S., Karathanassis I. K., Koukouvinis P., Pickett L. M., Gavaises M. Machine-Learning Enabled Prediction of 3D Spray under Engine Combustion Network Spray G Conditions. *Fuel*. 2021;293:120444. DOI: 10.1016/j.fuel.2021.120444.
7. Malekjani N., Kharaghani A., Tsotsas E. A Comparative Study of Dimensional and Non-Dimensional Inputs in Physics-Informed and Data-Driven Neural Networks for Single-Droplet Evaporation. *Chemical Engineering Science*. 2025;306:121214. DOI: 10.1016/j.ces.2025.121214.
8. Тюренкова В. В. Математическое моделирование неравновесного испарения аэрозольных капель в разбавленных спреях. *Инженерно-физический журнал*. 2026:99(2). (принята в печать)

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ВРАЧА-ФЛЕБОЛОГА С 3D-РЕКОНСТРУКЦИЕЙ ВЕН, СНАБЖЕННАЯ ГОЛОСОВЫМ ПОМОЩНИКОМ

Н. Р. Урманцева^а, Р. А. Чирко^б

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^а ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9163-6132>, ✉ nel-u@yandex.ru

^б ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7581-918X>, chirko-99@mail.ru

Аннотация: в статье представлена интеллектуальная система комплексной поддержки принятия решений врача-флеболога, разработанная в рамках решения проблемы субъективности и несвоевременности диагностики хронических заболеваний вен нижних конечностей. Система реализована на языке Python и объединяет три ключевых функциональных модуля: 1) классификацию изображений с помощью сверточных нейронных сетей для определения класса патологии CEAP; 2) голосовой помощник на базе библиотек SpeechRecognition и pyttsx3 для структурированной диктовки протокола осмотра и выдачи клинических рекомендаций; 3) модуль 3D-реконструкции венозного русла из серии аксиальных срезов МРТ-исследования с количественной оценкой площади поперечного сечения нижней полой вены. Система позволяет повысить точность постановки диагноза, сократить время формирования протокола осмотра с 15 до 7 минут и обеспечить документирование без ручного ввода. Все компоненты протестированы на клинических данных и соответствуют требованиям современной неинвазивной флебодиагностики.

Ключевые слова: СППР, сверточная нейронная сеть, голосовой помощник, 3D-реконструкция, CEAP-классификация, DICOM.

Для цитирования: Урманцева Н. Р., Чирко Р. А. Интеллектуальная система поддержки принятия решений врача-флеболога с 3D-реконструкцией вен, снабженная голосовым помощником. *Успехи кибернетики.* 2026;7(1):138–142.

Поступила в редакцию: 20.01.2026.

В окончательном варианте: 25.03.2026.

VOICE-ENABLED INTELLIGENT DECISION SUPPORT SYSTEM FOR PHLEBOLOGY WITH 3D VEIN RECONSTRUCTION

N. R. Urmantseva^а, R. A. Chirko^б

Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^а ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9163-6132>, ✉ nel-u@yandex.ru

^б ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7581-918X>, chirko-99@mail.ru

Abstract: we present an intelligent decision support system for phlebology that addresses subjectivity and delays in diagnosing chronic venous disease (CVD) of the lower extremities. We implemented the system in Python and integrated three modules. First, we used convolutional neural networks to classify images and determine the CEAP class. Second, we developed a voice interface based on the SpeechRecognition and pyttsx3 libraries to support structured dictation of examination reports and to generate clinical recommendations. Third, we reconstructed the venous system in 3D from axial MRI slices and performed a quantitative assessment of the cross-sectional area of the inferior vena cava (IVC). The system improves diagnostic accuracy, reduces report preparation time from 15 to 7 minutes, and enables documentation without manual entry. We tested all components on clinical data, and the system meets the requirements of modern non-invasive phlebology.

Keywords: decision support system, convolutional neural network, voice assistant, 3D reconstruction, CEAP classification, DICOM.

Cite this article: Urmantseva N. R., Chirko R. A. Voice-Enabled Intelligent Decision Support System for Phlebology with 3D Vein Reconstruction. *Russian Journal of Cybernetics.* 2026;7(1):138–142.

Original article submitted: 20.01.2026.

Revision submitted: 25.03.2026.

Введение

По данным Министерства здравоохранения России, варикозом нижних конечностей страдают примерно 40% взрослых россиян в возрасте от 18 до 50 лет [1]. Существующая система диагностики

хронических заболеваний вен, основанная на международной классификации CEAP, нередко приводит к неправильной классификации степени тяжести венозной патологии и, как следствие, к оперативному вмешательству в тех случаях, когда в нем не существует необходимости [2]. В условиях высокой загрузки врача-флеболога возникает необходимость в интеллектуализации и автоматизации как результатов неинвазивных исследований, так и электронного документооборота на приеме.

Современные подходы к решению этой задачи включают использование методов искусственного интеллекта, в частности сверточных нейронных сетей (CNN), для анализа медицинских изображений [3]. Однако большинство существующих решений ограничивается только распознаванием образов без интеграции в клинический рабочий процесс. Представленная система устраняет разрыв между потребностями отрасли и возможностями современных технологий за счет синергии трех компонентов: компьютерного зрения, обработки человеческой речи и 3D-визуализации.

Модульная структура интеллектуальной системы поддержки принятия решений врача-флеболога

Интеллектуальная система поддержки принятия решений (ИСППР) врача-флеболога состоит из трех взаимосвязанных модулей (рис. 1).

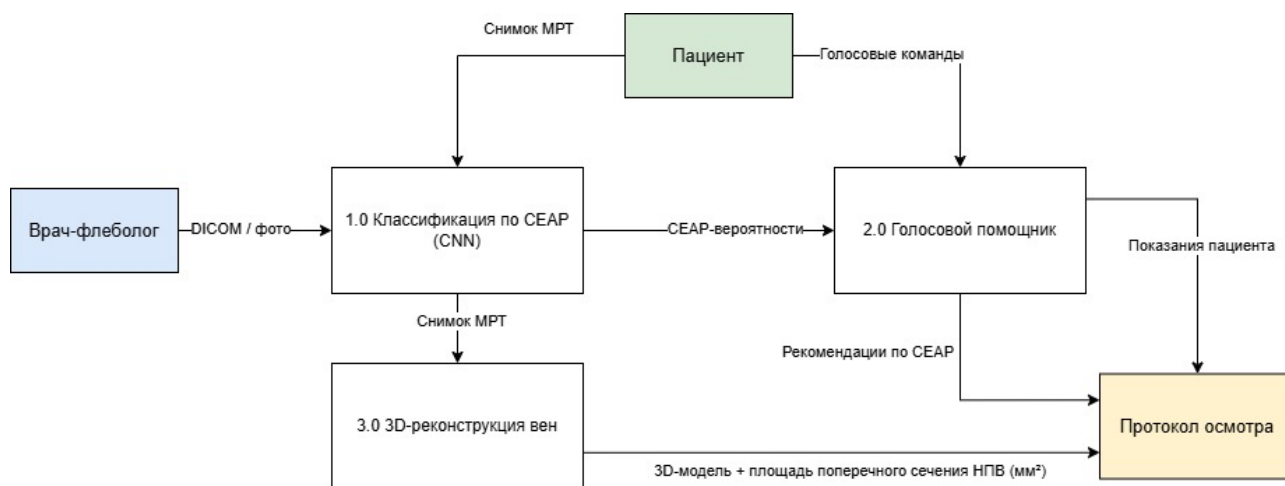


Рис. 1. Структурная схема ИСППР

1. Модуль классификации изображений.

Поддерживает два типа входных данных: результаты МРТ-исследования в формате DICOM и фотографии ног.

Использует две предобученные CNN-модели:

- keras_model.h5 — для классификации патологии согласно CEAP C1–C3, C6 по DICOM-файлам;
- keras_model_15.h5 — для расширенной классификации C1–C6 по фото.

Перед подачей в модель изображение приводится к размеру 512×512 пикселей (96×96 dpi). Для увеличения точности распознавания снимков CNN:

- для DICOM-изображений применяется авторский метод увеличения контрастности: насыщенность $n = 60$, контраст $k = 10$, автоулучшение $a = 10$;
- для фотографий ног — авторский метод приведения изображений к черно-белому формату: насыщенность $n = 90$.

2. Голосовой помощник (рис. 2).

Реализован на базе SpeechRecognition (Google Web Speech API) и pyttsx3.

Поддерживает диктовку и формирование структурированного протокола осмотра: жалобы, анамнез заболевания, анамнез жизни, УЗАС, диагноз, выполнено, рекомендации.

Автоматически объединяет отдельные docx-файлы в единый протокол Protokol.docx.

По команде «Выдай рекомендации по C1/.../C6» генерирует клинические рекомендации, соответствующие клиническим протоколам РФ (компрессия, ЭВЛК, склеротерапия и др.).

Сокращает время формирования протокола осмотра с 15 до 7 минут, аналогично [4].

3. Модуль 3D-реконструкции.



Рис. 2. Алгоритм работы голосового помощника

Использует библиотеку *vedo*.

Принимает на вход папку с серией PNG/JPG-изображений, полученных путем конвертации аксиальных срезов DICOM в соответствующий формат.

Выполняет стыковку срезов и визуализацию объемной модели.

Рассчитывает площадь поперечного сечения нижней полой вены (НПВ) по формуле:

$$A = N \cdot \delta^2,$$

где N — число ненулевых пикселей, $\delta = 0.5$ мм/пиксель — масштаб, характерный для аксиальных срезов МРТ-исследования НПВ.

Графический интерфейс реализован с использованием PySide6. Пользователь взаимодействует с системой через кнопки:

- «DICOM» и «Фото ног» — запуск процесса распознавания медицинского изображения с целью классификации по CEAP;
- «Правило Ру» — расчет выполнимости правила Ру для НПВ конкретной анатомии [5];
- «3D Модель» — открытие окна для выбора папки с аксиальными срезами НПВ для дальнейшей реконструкции 3D-модели НПВ;
- «Ассистент» — активация голосового помощника.

Результаты и анализ

Результаты классификации отображаются в виде кастомных прогресс-баров с подписями C1–C6 и процентами уверенности модели.

Для обучения моделей использован датасет из 1287 изображений следующих классов CEAP:

- C1 – 180 изображений;
- C2 – 930;
- C3 – 81;
- C6 – 96.

Достоверные размеченные изображения клинических классов C4 и C5 отсутствовали.

На независимой тестовой выборке (по 10 изображений на класс) усредненная уверенность составила:

- C1: 86.1 %;
- C2: 90.1 %;
- C3: 97.4 %;
- C6: 96.8 %.

Заключение

Разработанная интеллектуальная система решает три ключевые задачи современной флебологии:

1. Объективизация CEAP-классификации с использованием CNN.
2. Автоматизация медицинского документооборота через голосовой интерфейс.
3. Количественная 3D-оценка анатомии вен.

Система полностью реализована в виде автономного Python-приложения [6] с современным графическим интерфейсом (рис. 3), совместимым с различными разрешениями экрана.

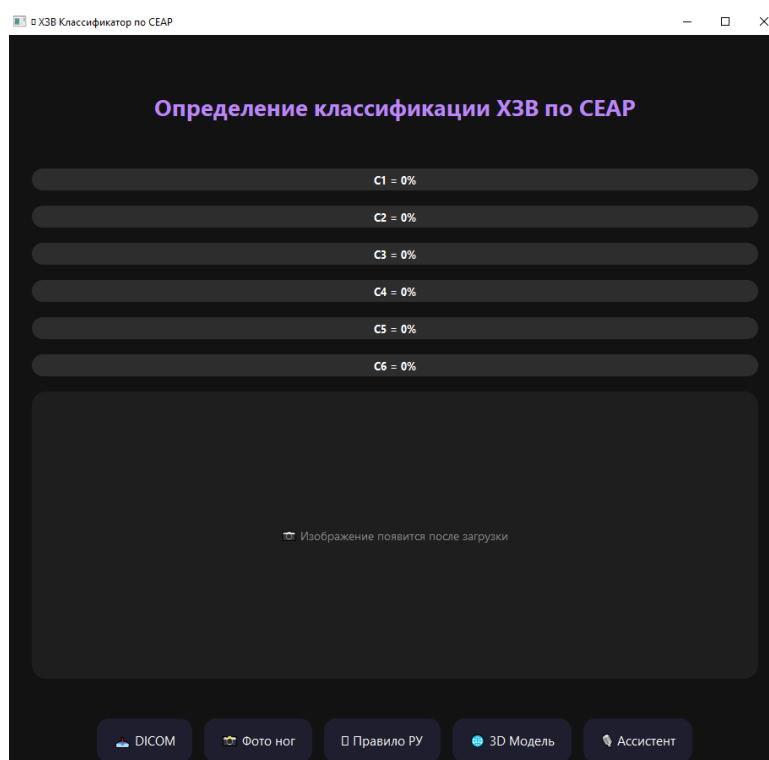


Рис. 3. Главная рабочая область ИСППР

Предусмотрена возможность дальнейшего перехода на веб-платформу (Flask + TensorFlow.js) и интеграции с PACS. Тестирование подтвердило высокую точность распознавания и значительное сокращение времени приема. Таким образом, система может быть рекомендована к внедрению в амбулаторную практику флебологических центров [7, 8].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Клинические рекомендации. Варикозное расширение вен нижних конечностей* : утверждены Министерством здравоохранения РФ 13.09.2024. М., 2024. Режим доступа: https://cr.minzdrav.gov.ru/preview-cr/680_2.
2. Чирко Р. А., Урманцева Н. Р. Интеллектуальная система комплексной оценки состояния вен нижних конечностей пациента. *Тезисы XXIV Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям, Красноярск, 23–27 октября 2023 года*. Новосибирск: Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий; 2023:62.
3. Litjens G., Kooi T., Bejnordi B. E., Setio A. A. A., Ciompi F., Ghafoorian M., van der Laak J. A. W. M., van Ginneken B., Sánchez C. I. A Survey on Deep Learning in Medical Image Analysis. *Med Image Anal.* 2017;42:60–88. DOI: 10.1016/j.media.2017.07.005.
4. Кручинский А., Воробьев А. *Первый и пока единственный «голосовой ассистент» установили в Иркутской городской больнице № 8*. Режим доступа: <https://vestiirk.ru/news/pervyi-i-poka-edinstvennyi-golosovoi-assistent-ustanovili-v-irkutskoi-gorodskoi-bolnitse-no-8/>.
5. Murray C. D. The Physiological Principle of Minimum Work Applied to the Angle of Branching of Arteries. *Journal of General Physiology.* 1926;9(6):835–841.
6. Устинов Е. Е., Бужинская Н. В. Разработка программы с голосовым управлением на языке Python. *Тенденции развития науки и образования.* 2023;99-7:90–93.
7. Gorbunov N., Kuleshova V., Korzhuk V. Organizational and Law Aspects of Medical Information Systems. *International Research Journal.* 2024;4:11. DOI: 10.23670/IRJ.2024.142.38.
8. Ларина И. А., Михеев А. Е., Ованесян А. А. Подходы к повышению безопасности пациентов средствами МИС. *Врач и информационные технологии.* 2020;S5:24–35. DOI: 10.37690/1811-0193-2020-5-24-35.

Сетевое издание. Полные тексты статей размещаются на официальном сайте издания jsyb.ru.

Адрес учредителя и издателя:

Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского
центра «Курчатовский институт»,
117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1. Телефон: +7 (495) 718-21-10.

Дата выхода в свет 31.03.2026.

Формат 60 × 84/8.

Усл. печ. л. 9,5. Уч.-изд. л. 14,1.

Цена свободная.