

ISSN 2712-9942

УСПЕХИ КИБЕРНЕТИКИ

RUSSIAN JOURNAL OF CYBERNETICS

2023
T. 4 N° 4

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СИСТЕМНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

Успехи кибернетики

Russian Journal of Cybernetics

**Том 4
№ 4**

**Vol. 4
No. 4**

Москва
2023

Учредитель и издатель

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»
(ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН)

«Успехи кибернетики» — это рецензируемый научный журнал, в котором публикуются научные статьи по следующим специальностям (физико-математические, технические науки):

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;
- 2.2.2. Электронная компонентная база микро- и наноэлектроники, квантовых устройств;
- 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации.

Миссия журнала — развитие научных направлений по заявленной тематике в России и за рубежом, соответствующих приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации, а также перечню критических технологий РФ.

Журнал ориентирован на пропаганду передовых идей в области физики, математики, технических наук, участие в реализации задач, сформулированных Президентом РФ в Указе от 01.12.2016 № 642, по научно-технологическому развитию РФ, а также импортозамещению по приоритетным направлениям стратегического развития страны, соответствующим тематике журнала, обеспечение печатными площадями высококвалифицированных кадров, повышение качества диссертационных исследований в данных отраслях путем развития механизма профессионального и общественного обсуждения их научных результатов, воспитание молодого поколения ученых.

Журнал принимает к публикации оригинальные статьи; переводы статей, опубликованных в зарубежных журналах (при согласии правообладателя на перевод и публикацию); обзоры; эссе; комментарии; другие информационные материалы.

Издание будет полезно ученым, работающим в соответствующих областях наук, а также аспирантам и студентам.

Главный редактор

Бетелин Владимир Борисович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Заместитель главного редактора

Галкин Валерий Алексеевич, д. ф.-м. н., профессор, директор, Сургутский филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Сургут

Члены редакционной коллегии

Власов Сергей Евгеньевич, д. т. н., директор, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Панченко Владислав Яковлевич, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, председатель Совета, Российский фонд фундаментальных исследований; заведующий кафедрой медицинской физики, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Савин Геннадий Иванович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, Межведомственный суперкомпьютерный центр РАН — филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Сойфер Виктор Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории автоматизированных систем научных исследований, Самарский национальный исследовательский университет им. ак. С. П. Королева, Институт систем обработки изображений РАН, Самара

Чубариков Владимир Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой математических и компьютерных методов анализа,

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Чаплыгин Юрий Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, Московский институт электронной техники, Москва

Петров Игорь Борисович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой информатики, Московский физико-технический институт, Москва

Смирнов Николай Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заместитель декана механико-математического факультета, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, заместитель директора по стратегическим информационным технологиям, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Тишкин Владимир Федорович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры вычислительных методов,

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Губайдуллин Амир Анварович, д. ф.-м. н., профессор, директор, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения РАН, Тюмень

Яковлевский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Шагалиев Рашид Мирзагалиевич, д. ф.-м. н.

Старков Сергей Олегович, д. ф.-м. н., профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем, Обнинский институт атомной энергетики, Обнинск

Еськов Валерий Матвеевич, д. ф.-м. н., д. б. н., профессор, заведующий отделом, Сургутский филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Сургут

Лаврентьев Михаил Михайлович, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт автоматизации и электрометрии Сибирского отделения РАН, Новосибирск

Пятков Сергей Григорьевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск

Ильин Валерий Павлович, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры прикладной математики, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

Крыжановский Борис Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., руководитель, Центр оптико-нейронных технологий ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Нагорнов Олег Викторович, д. ф.-м. н., профессор, первый проректор, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Земто Ясунари, PhD (Physics), Университет Хосэй, Токио, Япония

Пападопулос Атанас, Doctorat d'Etat (Habilitation), mathematics, Университет Страсбурга, Национальный центр научных исследований Франции, Страсбург, Франция

Ответственный секретарь

Гавриленко Тарас Владимирович, к. т. н.

Ответственный редактор

Чалова Анна Петровна, к. филол. н.

Технические редакторы

Моргун Дмитрий Алексеевич, к. ф.-м. н., доцент

Бобровская Ольга Павловна

Садыков Тимур Наилевич

Переводчик

Троицкий Дмитрий Игоревич, к. т. н., доцент

Художественное оформление обложки

© Горбунов Александр Сергеевич

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77-78857 от 04.08.2020.

Решением Высшей аттестационной комиссии с 27 июня 2022 года журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Издается с 2020 года. Выпускается 4 раза в год.

Адрес редакции:

ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1.

Телефон: +7 9226-54-57-88, факс: +7 (495) 719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Сайт: jcyb.ru.

Founder and Publisher

Federal State Institution

Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences (SRISA)

Russian Journal of Cybernetics is peer-reviewed.

The journal publishes papers on physics, mathematics, and engineering. The key areas of interest are:

- simulation, numerical methods, and simulation software
- electronic components for micro- and nanoelectronics, and quantum devices
- system analysis, control, and information processing.

Our mission is advancing these research areas in Russia and globally, supporting the national priority fields of research and development, and the critical technologies.

The Journal promotes advanced concepts in physics, mathematics, engineering, and facilitates the national research and technology development under the Russian President Decree No. 642 dated 01.12.2016, and phasing out strategic imports. We offer an opportunity for professional researchers to publish. We improve the doctorate research quality through public peer review and educate the new generation of researchers.

The Journal accepts original papers; translations of papers from international journals (consent of the right holders for the translation and publication is required); reviews; essays; remarks, and event reports.

The Journal is intended for researchers, university, and doctorate students.

Chief Editor

Prof. *Vladimir B. Betelin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Academic Director, SRISA, Moscow

Vice Chief Editor

Prof. *Valery A. Galkin*, Doctor of Science (Phys&Math), Director, SRISA, Surgut Branch, Surgut

Editorial Board

- Prof. *Sergey E. Vlasov*, Doctor of Science (Engineering), Director, SRISA, Moscow
Prof. *Vladislav Ya. Panchenko*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Chairman of the Council, Russian Foundation for Basic Research, Chairperson of the Department of Medical Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow
Prof. *Gennady I. Savin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math),
Academic Director, Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences, SRISA subdivision, Moscow
Prof. *Viktor A. Soifer*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, Chief Researcher Lab for Automated Research Systems, Korolev Samara National Research University, Academic Director, Institute of Image Processing Systems, RAS, Samara
Prof. *Vladimir N. Chubarikov*, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Mathematical and Computer Analysis Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow
Prof. *Yuri A. Chaplygin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, National Research University of Electronic Technology, Moscow
Prof. *Igor B. Petrov*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Informatics,
Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow
Prof. *Nikolay N. Smirnov*, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Dean, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Deputy Director for Strategic Information Technology, SRISA, Moscow
Prof. *Vladimir F. Tishkin*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Computational Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow
Prof. *Amir A. Gubaidullin*, Doctor of Science (Phys&Math), Director, Tyumen Division, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, RAS Siberian Branch, Tyumen
Prof. *Mikhail V. Jakobovski*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow
Prof. *Rashit M. Shagaliyev*, Doctor of Science (Phys&Math)
Prof. *Sergey O. Starkov*, Doctor of Science (Phys&Math), Head, Division of Intelligent Cybernetic Systems, Obninsk Institute of Atomic Energy, Obninsk
Prof. *Valery M. Eskov*, Doctor of Science (Phys&Math), Doctor of Science (Biology), Head of Division, SRISA, Surgut Branch, Surgut
Prof. *Mikhail M. Lavrentiev*, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Institute of Automation and Electrometry, RAS Siberian Branch, Novosibirsk
Prof. *Sergey G. Pyatkov*, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Further Mathematics, Yugra State University, Khanty-Mansiysk
Prof. *Valerii P. Ilyin*, Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Applied Mathematics, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk
Prof. *Boris V. Kryzhanovskii*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Director, Opto-neural Technologies Center, Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences (SRISA), Moscow
Prof. *Oleg V. Nagornov*, Doctor of Science (Phys&Math), First Vice-Rector, National Research Nuclear University MEPhI, Moscow
Prof. *Yasunari Zempo*, PhD (Physics), Hosei University, Tokyo, Japan
Prof. *Athanase Papadopoulos*, Doctorat d'Etat (Habilitation), Mathematics, University of Strasbourg, French National Centre for Scientific Research, Strasbourg, France

Executive Editor

Taras V. Gavrilenko, Ph.D. (Engineering)

Managing Editor

Anna P. Chalova, Ph.D. (Linguistics)

Technical Editors

Dmitry A. Morgun, Ph.D. (Phys&Math), Assoc. Prof.

Olga P. Bobrovskaya

Timur N. Sadykov

Translator

Dmitry I. Troitsky, Ph.D. (Engineering), Assoc. Prof.

Cover Design

© Alexander S. Gorbunov

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.

Mass media registration certificate EL No. FS 77-78857 dated on 04.08.2020.

On June 27, 2022 the National Board for Academic Degrees and Titles put the Russian Journal of Cybernetics on the list of leading journals for publishing papers by doctorate students.

Published since 2020. 4 issues per year.

Editorial Board Address:

SRISA, Russia 117218, Moscow, Nakhimovskiy pr., 36/1.

Tel.: +7(922)654-5788, fax: +7(495)719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Web: jcyb.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

I симпозиум «Проблемы использования искусственных нейронных сетей в нефтегазовой отрасли»	6
75 лет заслуженному деятелю науки РФ Еськову Валерию Матвеевичу	10
В. И. Егоров, Б. В. Крыжановский	
Управляемый магнитным полем фазовый переход в антиферромагнетике	13
Л. А. Паремская	
Образование «вязких пальцев» на межфазных границах при совместном вытеснении трех вязких жидкостей из пористой среды	22
В. М. Еськов, М. А. Филатов, Т. В. Воронюк, И. С. Самойленко	
Модели эвристической работы мозга и искусственный интеллект	32
А. Д. Смородинов, Т. В. Гавриленко, В. А. Галкин	
Теоретические основы искусственных нейронных сетей для решения задачи аппроксимации и интерполяции	41
Д. В. Горбунов, А. В. Гавриленко, М. Н. Горбунова, О. Ю. Семенов	
Визуальный корреляционный анализ периодических и непериодических функций на основе рекуррентного анализа	54
Ю. Г. Бурькин	
Аппаратно-программный комплекс для количественной оценки координации движений верхних конечностей человека	62
В. А. Востров, Т. В. Гавриленко, Э. М. Исмаилов	
Некоторые аспекты разработки интеллектуальной модели для финансового риск-менеджмента нефинансовых организаций	74

CONTENTS

Artificial Network Applications to Oil&Gas Industry. 1 st Symposium, December 21, 2023	6
75 th Anniversary of Prof. Valery Eskov, a Prominent Russian Scientist	10
V. I. Egorov, B. V. Kryzhanovsky	
A Magnetic Field-Controlled Phase Transition in Antiferromagnetic Materials	13
L. A. Paremskaya	
Formation of Viscous Fingers at Interphase Boundaries During the Joint Displacement of Three Viscous Liquids from Porous Media	22
V. M. Eskov, M. A. Filatov, T. V. Voronyuk, I. S. Samoilenko	
Models of Heuristic Brain Activity and Artificial Intelligence	32
A. D. Smorodinov, T. V. Gavrilenko, V. A. Galkin	
Theoretical Foundations of Artificial Neural Network Application to Approximation and Interpolation Problems	41
D. V. Gorbunov, A. V. Gavrilenko, M. N. Gorbunova, O. Yu. Semenov	
Visual Correlation Analysis of Periodic and Aperiodic Functions Using Recurrence Analysis	54
Y. G. Burykin	
Evaluation of the Coordination of the Human Upper Extremities	62
V. A. Vostrov, T. V. Gavrilenko, E. M. Ismailov	
Intellectual Model for Financial Risk Management in Non-Financial Organizations	74

**I СИМПОЗИУМ
«ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В
НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ»
21 ДЕКАБРЯ 2023 ГОДА**

21 декабря 2023 года в городе Сургуте, в Сургутском филиале ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, по адресу г. Сургут, улица Энергетиков, дом 4, кабинет 517, состоялся I симпозиум «Проблемы использования искусственных нейронных сетей в нефтегазовой отрасли». Симпозиум был проведен совместно Сургутским филиалом Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» и Управлением информационных технологий публичного акционерного общества «Сургутнефтегаз».

Председатель: д. ф.-м. н., профессор, директор Сургутского филиала ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН Галкин Валерий Алексеевич.

Сопредседатель: к. э. н., начальник управления ИТ ПАО «Сургутнефтегаз» Гимранов Ринат Дамирович.

Секретарь: заместитель директора Сургутского филиала ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН Еловой Сергей Григорьевич.

Открыл симпозиум председатель В.А. Галкин процедурой торжественного награждения грамотами Российской академии наук. Почетные грамоты «За добросовестное и оперативное исполнение трудовых обязанностей, выполнение общественных поручений и в связи с 40-летием создания Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН», подписанные Президентом РАН Академиком Г.Я. Красниковым, были вручены к. т. н., заместителю директора Сургутского филиала ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, ответственному секретарю журнала «Успехи кибернетики» Тарасу Владимировичу Гавриленко и к. ф.-м. н., доценту, заведующему отделом Сургутского филиала ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, техническому редактору журнала «Успехи кибернетики» Дмитрию Алексеевичу Моргуну.



Вручение Т.В. Гавриленко почетной грамоты РАН

Вручение Д.А. Моргуну почетной грамоты РАН

На симпозиуме были представлены следующие доклады:

Математические основы искусственных нейронных сетей

Академик В.Б. Бетелин, В.А. Галкин, *Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация*

Технологии искусственного интеллекта (ИИ), под которыми, как правило, понимаются искусственные нейронные сети (ИНС), по сути дела, представляют собой технологии построения по конечному набору данных из некоторого множества (конечномерного или бесконечномерного) аппроксимации функции отображения этого множества в заданное конечномерное множество при условии минимизации некоторого функционала. Сходимость и устойчивость таких аппроксимаций для конечномерных множеств — это теорема А.Н. Тихонова о неподвижных точках отображения на упорядоченных ограниченных множествах. Приложения этой теоремы А.Н. Тихонова и являются математическим обоснованием успеха ИИ типа «Цифровой гроссмейстер», который представляет собой построенную авторами этого ИИ аппроксимацию функции отображения конечного упорядоченного множества многих тысяч партий, сыгранных реальными гроссмейстерами, в конечное множество из одной партии при условии минимизации ее близости к выигрышу.

Представлен общий подход для анализа ИНС на основе исследования свойств аппроксимации отношений и отображений их приближениями. Выявлены существенные для этого класса задач явления вычислительной неустойчивости, связанной с общими проблемами некорректных задач в гильбертовом пространстве и методами их регуляризации А.Н. Тихонова, типичными для обработки Big Data. Сформулированы критерии точности и применимости моделей ИНС, применимость к разработке ИИ, рассмотрены примеры их реализации на основе теории интерполяции функций. Развитие идей П.Л. Чебышёва о наилучшем приближении служит отправной точкой для широкого класса математических исследований по оптимизации обучающих наборов для построения ИНС.

Применение метода эмерджентной стратификации для решения математических проблем искусственных нейронных сетей

Р.Д. Гимранов, *публичное акционерное общество «Сургутнефтегаз», г. Сургут, Российская Федерация*

Одним из возможных подходов для решения ряда проблем, обозначенных в статье (Бетелин В.Б., Галкин В.А. Математические проблемы создания искусственных нейронных сетей и искусственный интеллект), является применение метода эмерджентной стратификации (Гимранов Р.Д. Стратификация информационных систем // Вестник кибернетики. 2016. №1. С. 57–62). В докладе рассмотрены подходы к применению метода, приведены практические примеры, в частности, по системно-интеграционной модели предприятия. В качестве гипотезы обозначены следующие задачи, которые возможно решить с применением метода эмерджентной стратификации при разработке систем ИИ на ИНС:

- задачи повышения точности ИНС с одновременным снижением объема обучающих множеств (задание компакта) путем построения ИНС только на одну страту с целевой эмерджентностью. При этом модель, построенная по методу эмерджентной стратификации, может быть представлена как симплицальный компактный комплекс;
- задачи повышения точности ИНС путем задания целевой функции для каждой страты отдельно и снижения уровня приближенности в правой части уравнений;
- задачи повышения точности системы ИИ и снижения требований к производительности вычислительных ресурсов для системы ИИ путем разделения на ИНС по стратам — разделение объема обучающего множества на подмножества по стратам и свертку результатов в целевую функцию откликов $Y = Y_1 * Y_2 * \dots * Y_n$, где n — число страт (в большинстве реальных моделей эмерджентной стратификации не больше пяти страт).

Проведение исследований и апробации для подтверждения или опровержения гипотез, а также эмпирические исследования и разработки являются направлением для дальнейшей деятельности.

О подходах к построению нейроассистентов на базе LLM, на примере органов власти и профессиональных сообществ

А.В. Мельников, М.А. Русанов, В.В. Крупицкий, Югорский научно-исследовательский институт информационных технологий, г. Ханты-Мансийск, Российская Федерация

В докладе рассмотрен текущий уровень развития больших языковых моделей (БЯМ, LLM), применяемых в вопросно-ответных системах, таких как ChatGPT, GigaChat, YaGPT и др. Приведено сравнение качества работы больших языковых моделей и продемонстрировано, что лучшие результаты показывает семейство закрытых моделей GPT4, но также отмечается, что открытые модели (Mistral, LLaMa) имеют достаточно высокое качество ответов и могут применяться для решения прикладных задач. Далее была предложена экосистема знаний нефтегазовой отрасли, основанная на больших языковых моделях ИИ, в которую входят следующие модули:

- уберизация работ на предприятии нефтегазовой отрасли;
- резюмирование источников информации;
- каталог технологий с возможностью поиска и рейтингования;
- мозговой штурм, с привлечением узкоспециализированных экспертов.

Далее рассматривалось применение больших языковых моделей для решения прикладных задач в виде «Нейроассистентов» в таких областях знаний, как госуправление и информационная безопасность. Была предложена архитектура и функционал нейроассистента губернатора, в основе которой лежит процесс расширения пользовательского вопроса (RAG) дополнительной специализированной информацией из контекстного хранилища (портала, системы или базы данных).

Проблемы анализа состояния объекта и принятия решения искусственным интеллектом в промышленности

Т.В. Гавриленко, Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

Системы ИИ прочно вошли в современную жизнь. Не проходит и недели, как появляются новые и новые сообщения о достижениях систем ИИ и ИНС. Действительно, решение широкого ряда сложных и иногда недоступных для стандартных методов задач говорит о высокой эффективности ИНС и их потенциале. Но нельзя забывать, что текущая теория и практические реализации ИНС не гарантируют результат как в краткосрочной, так и в долгосрочной перспективе. Есть задачи, которые решаются великолепно, есть задачи, решение которых сопряжено с рядом проблем, есть и неразрешимые задачи в рамках текущих теоретических и практических знаний. Можно найти огромное количество аргументов, направленных в защиту ИНС и ИИ в целом, но также можно назвать и массу проблемных точек. Базовые проблемы применимости ИИ в промышленности: использование механизмов ИНС не гарантирует получение результата; проблема полноты и верифицируемости; проблема интерпретируемости решений ИНС; проблема устойчивости к внешним воздействиям ИНС; проблема устойчивости решения; проблема расчета емкости ИНС. Нет смысла говорить о том, что ИИ и работы в данном направлении необходимо остановить. Возможно, необходимо пересмотреть наши знания и использовать весь потенциал и опыт многих поколений математиков и специалистов в области компьютерных наук. Возможно, симбиоз информационного и нейробиотического подходов дадут тот самый всем необходимый синергетический эффект.

В заключительном слове академик В.Б. Бетелин внес предложение о придании проведенному симпозиуму статуса регулярного.



Доклад Р. Д. Гимранова



Доклад Т.В. Гавриленко



Доклад А.В. Мельникова



Аудитория



75 лет заслуженному деятелю науки РФ Еськову Валерию Матвеевичу

Еськов Валерий Матвеевич, заслуженный деятель науки РФ, д. ф.-м. н. (теоретическая биофизика), д. б. н. (системный анализ и управление в биосистемах), профессор, почетный работник образования (за разработку основ креативной педагогики), награжден медалью К.Д. Ушинского.

В.М. Еськов родился 13.10.1948 г. в г. Полтаве, в 1966 г. окончил с серебряной медалью СШ № 15 г. Енакиево, в 1971 г. — с отличием Донецкий государственный университет. В 1979 г. защитил кандидатскую диссертацию (к. ф.-м. н., по теоретической биофизике, СОАН СССР, г. Красноярск) по разработке динамической теории распространения заболеваний в популяциях (создана теория устойчивости популяций к инфекционным и неинфекционным заболеваниям).

В 1994 г. защитил докторскую диссертацию (д. ф.-м. н.) по созданию компартиментно-кластерной теории нейросетей мозга. В 2002 г. получил вторую степень доктора биологических наук (по системному анализу). Компартиментно-кластерная теория биосистем (ККТБ) допускала возникновение неустойчивости выборок активности нейросетей мозга, что позже нашло подтверждение в опытах с тремором и теппингом. В конце 1990-х — начале 2000-х гг. В.М. Еськов с сотрудниками доказал потерю эргодичности и однородности (групп) в биомеханике. Фактически эти исследования доказали гипотезу выдающегося биомеханика XX века Н.А. Берштейна о «повторении без повторений» (1947 г.).

Одновременно научная школа В.М. Еськова доказала гипотезу W.Weaver (1948 г.) о реальности систем третьего типа (СТТ) и о необходимости создания новой (третьей после теории динамических систем — ТДС и стохастики) науки для описания особых (неэргодичных) биосистем. Такая наука сейчас

разрабатывается на базе теории хаоса-самоорганизации (ТХС) В.М. Еськовым и его коллегами.

В итоге доказана потеря эргодичности СТТ, потеря однородности любых групп обследуемых, вводятся (в ТХС) новые понятия: неопределенности 1-го и 2-го типов, аналог принципа неопределенности Гейзенберга, понятие псевдоаттрактора (ПА), новое понимание покоя и изменения СТТ и новое понимание эволюции биосистем.

Им подготовлено более 30-ти кандидатов наук, 12 докторов наук. Методы ТХС (и программы ЭВМ) активно внедряются во все науки о биосистемах и учебный процесс. Многие из его учеников, ставших докторами наук, сами подготовили по 2–6 докторов наук, т. е. В.М. Еськов является создателем научной школы.

После доказательства потери эргодичности и однородности групп испытуемых особое внимание Валерий Матвеевич уделил разработке моделей неустойчивых биосистем (на базе ККТБ) и моделям эвристической работы мозга человека. На базе ККТБ созданы математические модели эффекта Еськова-Зинченко (ЭЕЗ) в виде потери эргодичности. Использование ЭЕЗ в работе искусственных нейросетей (ИНС) обеспечило создание новых ИНС, которые моделируют эвристическую работу мозга человека (гения). С помощью новых, особых режимов (хаос и многократные реверберации) ИНС научной школой В.М. Еськова была решена в общем виде задача системного синтеза (нахождение параметров порядка для биосистем). Существенно, что после открытия ЭЕЗ в рамках детерминистской и стохастической науки (ДСН) такая проблема не может быть решена в принципе (из-за неэргодичных и неоднородных биологических систем).

Особые усилия В.М. Еськов предпринял для доказательства перспектив квантовой теории сознания М.Б. Менского. При этом были обоснованы недостатки и возможности этой теории для физики и всей биомедицины. Фактически речь идет о разработке нового направления в области искусственного интеллекта и системного синтеза.



Дискуссия с Н. Накеп в Зальцбурге о перспективах синергетики и теории хаоса-самоорганизации, 2017 г.

В итоге сейчас создается новая (третья после ДСН) наука (ТХС) для описания и прогнозирования поведения биосистем. Доказано (в рамках ТХС), что все биосистемы не могут быть объектами ДСН, и вводятся новые понятия: неопределенности 1-го и 2-го типов, аналог принципа неопределенности Гейзенберга (для живых систем), новое понимание покоя и движения (эволюция) биосистем, создаются новые модели (на базе ПА), решена задача системного синтеза и развивается новая теория сознания (на базе идей М.Б. Менского и ТХС).

В рамках третьей парадигмы В.М. Еськов дает описание динамики развития человечества (смена трех парадигм) и формирует главные приоритеты и цели для перехода от техногенного общества к обществу третьего типа (где ставится задача выживания вида человечества) и биосферы Земли (в рамках третьей парадигмы и ее законов). В рамках ТХС формируются понятные цели в развитии человечества.

Очевидно, что ТХС и третья парадигма требуют особого внимания и поддержки для прогноза состояния как отдельного человека (в биомедицине), так и всего человечества. Именно этим сейчас и занимается В.М. Еськов со своими коллегами. Безусловно, третья парадигма имеет глобальный характер.

Развитие образования, науки и инноваций — залог успешного решения задач, поставленных Президентом в Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации. В высшей степени плодотворная работа В.М. Еськова вызывает глубокое уважение и служит замечательным примером для молодых ученых!

Редакционная коллегия желает Валерию Матвеевичу доброго здоровья, удачи во всех начинаниях и дальнейших творческих успехов!

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-01

УПРАВЛЯЕМЫЙ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ

В. И. Егоров^a, Б. В. Крыжановский^b

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация
^a ✉ rvladegorov@rambler.ru, ^b kryzhanov@mail.ru

Аннотация: в приближении теории среднего поля исследованы свойства антиферромагнетика при наличии внешнего магнитного поля. Показано, что внешнее магнитное поле не разрушает фазовый переход в антиферромагнетике, а только изменяет критические показатели и сдвигает критическую точку, что позволяет управлять параметрами системы. При этом число критических точек может изменяться от одной (фазовый переход второго рода) до четырех (два фазовых перехода первого рода и два фазовых перехода второго рода). Исследованы критические показатели в критической точке, сдвинутой магнитным полем. Показано, что в материалах с сильным антиферромагнитным взаимодействием, варьируя величину магнитного поля, можно повысить критическую температуру более чем в три раза.

Ключевые слова: антиферромагнетик, фазовый переход, слоистая среда, критическая температура.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИИСИ РАН № FNEF-2022-0003.

Для цитирования: Егоров В. И., Крыжановский Б. В. Управляемый магнитным полем фазовый переход в антиферромагнетике. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):13–21. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-01.

Поступила в редакцию: 14.08.2023.

В окончательном варианте: 12.09.2023.

A MAGNETIC FIELD-CONTROLLED PHASE TRANSITION IN ANTIFERROMAGNETIC MATERIALS

V. I. Egorov^a, B. V. Kryzhanovsky^b

Federal State Institution “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Moscow, Russian Federation
^a ✉ rvladegorov@rambler.ru, ^b kryzhanov@mail.ru

Abstract: we studied the properties of antiferromagnetic materials in an external magnetic field using the mean field approximation. We found that the external magnetic field does not destroy the phase transition in antiferromagnetic materials but just changes the critical properties and shifts the critical point so it is possible to control the system properties. Moreover, the number of critical points can vary from one (second-order phase transition) to four (two first-order phase transitions and two second-order phase transitions). We estimated the critical properties at the critical point shifted by the applied magnetic field. We showed that by varying the magnetic field magnitude, we can increase the critical temperature in materials with strong antiferromagnetic interactions by more than 300%.

Keywords: antiferromagnetic materials, phase transitions, layered media, critical temperature.

Acknowledgements: this study is a part of the FNEF-2022-0003 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences.

Cite this article: Egorov V. I., Kryzhanovsky B. V. A Magnetic Field-Controlled Phase Transition in Antiferromagnetic Materials. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):13–21. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-01.

Original article submitted: 14.08.2023.

Revision submitted: 12.09.2023.

Введение

Исследование ферромагнитных слоистых структур с антиферромагнитным межслоевым взаимодействием [1, 2] показало возможность существования в таких структурах ферромагнитной, антиферромагнитной и парамагнитной фаз. Более того, показано [3, 4], что в материалах с чередованием слоев различных ферромагнитных материалов возможно возникновение температуры компенсации, то есть температуры ниже критической, при которой полная намагниченность решетки равна нулю. Критическое поведение вблизи температуры компенсации исследовано в работах [5–11].

Настоящая работа является продолжением работы [12] и посвящена исследованию свойств антиферромагнетика, представленного в виде двух взаимодействующих подансамблей: спины, принадлежащие одному и тому же подансамблю, взаимодействуют ферромагнитным образом, а перекрестное взаимодействие между подансамблями — антиферромагнитное. В частном случае — это слоистая среда с антиферромагнитным межслоевым взаимодействием. Здесь мы хотим показать, что наличие магнитного поля не разрушает фазовый переход в такой системе, а только сдвигает его, и исследуем возможность управления критическими показателями системы магнитным полем.

Общие выражения

В приближении теории среднего поля рассмотрим систему из N спинов, разбитую на две группы I и II с числом спинов $N/2$ в каждой. Связь между спинами в каждой из групп задана величиной a , а перекрестные связи между спинами разных групп — величиной c . Полагаем, что взаимодействие спинов внутри каждой из групп ферромагнитное ($a > 0$), между спинами разных групп — антиферромагнитное ($c < 0$), а направление внешнего магнитного поля H выбираем положительным ($H \geq 0$).

Детальный вывод основных выражений приведен в работе [12], обозначения которой мы здесь используем. Здесь мы воспользуемся результатами этой работы для случая антиферромагнетика. Энергия системы, нормированная на один спин, имеет вид:

$$E = -\frac{1}{8} \left[a (m_1^2 + m_2^2) - 2 |c| m_1 m_2 \right] - HM, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 есть парциальные намагниченности групп I и II соответственно ($1 \geq |m_{1,2}| \geq 0$), а M — полная намагниченность системы:

$$M = \frac{1}{2} (m_1 + m_2). \quad (2)$$

Отметим, что задача симметрична относительно индексов 1 и 2, и для упрощения выкладок мы везде будем полагать $m_1 \geq m_2$, понимая, что возможен и случай $m_1 \leq m_2$.

Свободная энергия такой системы (нормированная на один спин) задается хорошо известным выражением [13, 14]:

$$F = \frac{1}{2} (S_1 + S_2) + KE, \quad (3)$$

где K — обратная температура, и введены обозначения:

$$S_i = \frac{1}{2} [(1 + m_i) \ln (1 + m_i) + (1 - m_i) \ln (1 - m_i)] - \ln 2, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Уравнения состояния ($\partial F / \partial m_1 = 0$, $\partial F / \partial m_2 = 0$) такой системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} \ln \frac{1 + m_1}{1 - m_1} &= a m_1 - |c| m_2 + 2H, \\ \frac{1}{K} \ln \frac{1 + m_2}{1 - m_2} &= a m_2 - |c| m_1 + 2H. \end{aligned} \quad (5)$$

Из (5) несложно получить выражение для критической температуры фазового перехода K_c в отсутствие поля. Действительно, полагая $H = 0$ и $m_1 \rightarrow 0$, $m_2 \rightarrow 0$ при $K \rightarrow K_c$ из (5) получим:

$$K_c = \frac{2}{a + |c|}. \quad (6)$$

Введем здесь понятие критической величины магнитного поля:

$$H_c = \frac{1}{2} |c|. \quad (7)$$

Смысл введения H_c состоит в следующем: основное состояние системы при $H \leq H_c$ антиферромагнитно ($m_1 m_2 = -1$), а при $H > H_c$ — ферромагнитно ($m_1 m_2 = 1$). Иными словами, при стремлении температуры к нулю ($K \rightarrow \infty$) система в случае $H \leq H_c$ конвергирует в антиферромагнитное состояние с парциальными намагниченностями $m_1 = -m_2 = 1$, а в случае $H > H_c$ — в ферромагнитное состояние с $m_1 = m_2 = 1$. Это следует помнить для понимания хода кривых $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ на приведенных ниже графиках.

Критическое поведение при $H = 0$

Рассмотрим поведение физических величин вблизи критической температуры, вводя относительную обратную температуру:

$$t = \frac{K_c - K}{K}. \quad (8)$$

Повторяя выкладки работы [12], для рассматриваемого здесь частного случая антиферромагнетика получим следующие результаты.

i). **Спонтанная намагниченность. Критический показатель β .** Рассмотрим уравнения состояния (5) при $H = 0$ и $m_{1,2} \rightarrow 0$. Проведём там разложение по малым параметрам $m_{1,2}$ с точностью до членов порядка $m_{1,2}^3$ и t . Тогда для парциальных намагниченностей вблизи критической температуры ($K > K_c$) получим:

$$m_1 = -m_2 = \pm \sqrt{-3t}. \quad (9)$$

В то же время из (5) следует, что при $H = 0$ полная спонтанная намагниченность M_0 равна нулю при любом значении температуры. Поэтому введение критического показателя β при $H = 0$ не имеет смысла.

ii). **Скачок теплоемкости. Критический показатель α .** В критической точке $K = K_c$ теплоемкость C испытывает конечный скачок. Действительно, при $K < K_c$ ($t \rightarrow 0^+$) имеем $C = 0$, а при $t \rightarrow 0^-$ величину $C = -K dE/dK$ легко вычислить, используя выражения (1) и (9). Тогда для скачка теплоемкости в критической точке получим:

$$\Delta C = \lim_{t \rightarrow 0^-} C = \frac{3}{2K_c}. \quad (10)$$

Так как теплоемкость в критической точке стремится к конечному значению, то значение критического показателя α в соответствии с [13] следует положить $\alpha = 0$.

iii). **Восприимчивость χ ($H = 0$). Критические показатели γ и γ' .** Рассмотрим поведение восприимчивости системы вблизи критической точки при $H = 0$. Дифференцируя уравнения состояния (5) по H и разрешая полученные уравнения относительно $\chi_1 = \partial m_1 / \partial H$, $\chi_2 = \partial m_2 / \partial H$ и $\chi = \partial M / \partial H$ с учетом (9), получим приведенные ниже выражения:

$$\chi_1 = \chi_2 = \frac{1}{|c|}, \quad \chi = \frac{1}{2} (\chi_1 + \chi_2) = \frac{1}{|c|}, \quad (11)$$

справедливые как при $t > 0$, так и при $t < 0$. Отсюда вытекает $\gamma = \gamma' = 0$.

iv). **Гипотеза подобия. Критический показатель δ .** Согласно гипотезе скейлинга, поле H вблизи критической точки является однородной функцией переменных $M^{1/\beta}$ и t . Рассмотрим, как от параметров взаимодействия зависит величина критического показателя δ и вид функции скейлинга. Разлагая уравнения состояния (5) по малым параметрам m_1 , m_2 , t и выделив полную намагниченность $M = (m_1 + m_2) / 2$, получим выражение:

$$H = |c| M, \quad (12)$$

справедливое как при $t > 0$, так и при $t < 0$. Для критического показателя δ отсюда следует $\delta = 1$. Функцию скейлинга невозможно определить, поскольку не определен критический показатель β . Величину критического показателя β можно доопределить, используя соотношения Рушбрука ($\alpha + 2\beta + \gamma \geq 2$), Видома ($\gamma \geq \beta(\delta - 1)$) и Гриффитса ($\beta(\delta + 1) \geq 2 - \alpha$). Как следствие гипотезы подобия эти соотношения должны выполняться как строгие равенства [13]. Тогда с учетом полученных выше значений $\alpha = 0$, $\delta = 1$ и $\gamma = 0$ из этих равенств следует $\beta = 1$.

Зависимости величин от температуры

Рассмотрим зависимость намагниченностей от температуры. Типичные картины зависимости $m_i = m_i(K)$, $i = 1, 2$ представлены на рисунке 1. На рисунке 1а представлена эта зависимость при нулевом внешнем поле ($H = 0$). Характерно, что в этом случае полная намагниченность равна нулю при любой температуре $M(K, H = 0) = 0$.

Нас интересует поведение физических величин при наличии поля ($H \neq 0$). Уравнения состояния (5) имеют одинаковые коэффициенты и вполне допускают решение $m_1 = m_2$, при котором система двух уравнений (5) вырождается в одно уравнение (13). Действительно, анализ (5) показывает, что на некотором интервале температур $0 \leq K \leq K_s$ величины парциальных намагниченностей $m_1 = m_2 = m$ определяются уравнением:

$$\frac{1}{K} \ln \frac{1+m}{1-m} = m(a - |c|) + 2H. \quad (13)$$

Значение намагниченности m при этом положительно, поскольку положительно внешнее магнитное поле H . Если поле меньше некоторого значения H_{\max} , то при некоторой температуре $K = K_s$ происходит «мягкое» расщепление (сплиттинг) кривой $m = m(K)$ на две расходящиеся парциальные намагниченности $m_1(K)$ и $m_2(K)$ (рисунок 1б). Соответственно, при $K > K_s$ величины $m_1(K) \neq m_2(K)$ определяются совместным решением системы уравнений (5). Величины K_s и H_{\max} будут определены ниже в (15) и (20).

Определим точку «мягкого» сплиттинга K_s . Величины $m_1 = m_2 = m_s$ в этой точке определяются из (13) при $K = K_s$. Рассмотрим поведение намагниченностей $m_{1,2}$ в малой окрестности точки K_s , вводя малое отклонение:

$$t_s = \frac{T - T_s}{T_s} = \frac{K_s - K}{K}, \quad |t_s| \rightarrow 0. \quad (14)$$

В этом случае парциальные намагниченности ищем в виде: $m_1 = m_2 = m_s - \delta$ при $K < K_s$ и $m_{1,2} = m_s \pm \delta_{1,2}$ при $K > K_s$ ($\delta \rightarrow 0$, $\delta_{1,2} \rightarrow 0$). Подставим $m_{1,2}$ в таком виде в (5) и (13) и проведём там разложение по малым параметрам δ , $\delta_{1,2}$ и t_s , сохраняя члены вплоть до $\delta_{1,2}^3$. Приравнявая члены одного порядка малости, получим выражение для точки сплиттинга:

$$K_s = \frac{K_c}{1 - m_s^2}, \quad (15)$$

а также выражения для малых отклонений от m_s :

$$\begin{aligned} \delta &= t_s \kappa_0, & m_1 = m_2 &= m_s - t_s \kappa_0, & t_s &> 0, \\ \delta_{1,2} &= \kappa_1 |t_s|^{1/2} \pm \kappa_2 t_s, & m_{1,2} &= m_s \pm \kappa_1 |t_s|^{1/2} + \kappa_2 t_s, & t_s &< 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_0 &= [(a - |c|) m_s + 2H] / 2 |c|, \\ \kappa_1 &= \sqrt{3(1 - m_s^2)(|c| - a m_s^2 - 2H m_s) / (|c| - 3a m_s^2)}, \\ \kappa_2 &= [3(1 - m_s^2) - (1 + 3m_s^2)\kappa_1^2] / [6m_s(1 - m_s^2)]. \end{aligned} \quad (17)$$

і). **Точка сплиттинга и образование «пузыря».** Величина m_s есть решение уравнения (13) при $K = K_s$. Это уравнение допускает простое графическое решение, если его переписать в виде:

$$H = R(m_s), \quad \text{где } R(m_s) = \frac{1}{2} m_s (|c| - a) + \frac{1}{4} (|c| + a) (1 - m_s^2) \ln \frac{1 + m_s}{1 - m_s}. \quad (18)$$

Пример такого решения для случаев $|c| < a$, $|c| = a$ и $|c| > a$ показан на рисунке 2. Функция $R(m)$ имеет единственный максимум при $m = m_{\max}$, где m_{\max} есть решение уравнения $\partial R(m) / \partial m = 0$:

$$m_{\max} \ln \frac{1 + m_{\max}}{1 - m_{\max}} = \frac{2|c|}{a + |c|}. \quad (19)$$

Соответственно, уравнение (18) может иметь решение только при $H \leq H_{\max}$, где

$$H_{\max} = \frac{(|c| - a m_{\max}^2)}{2m_{\max}}. \quad (20)$$

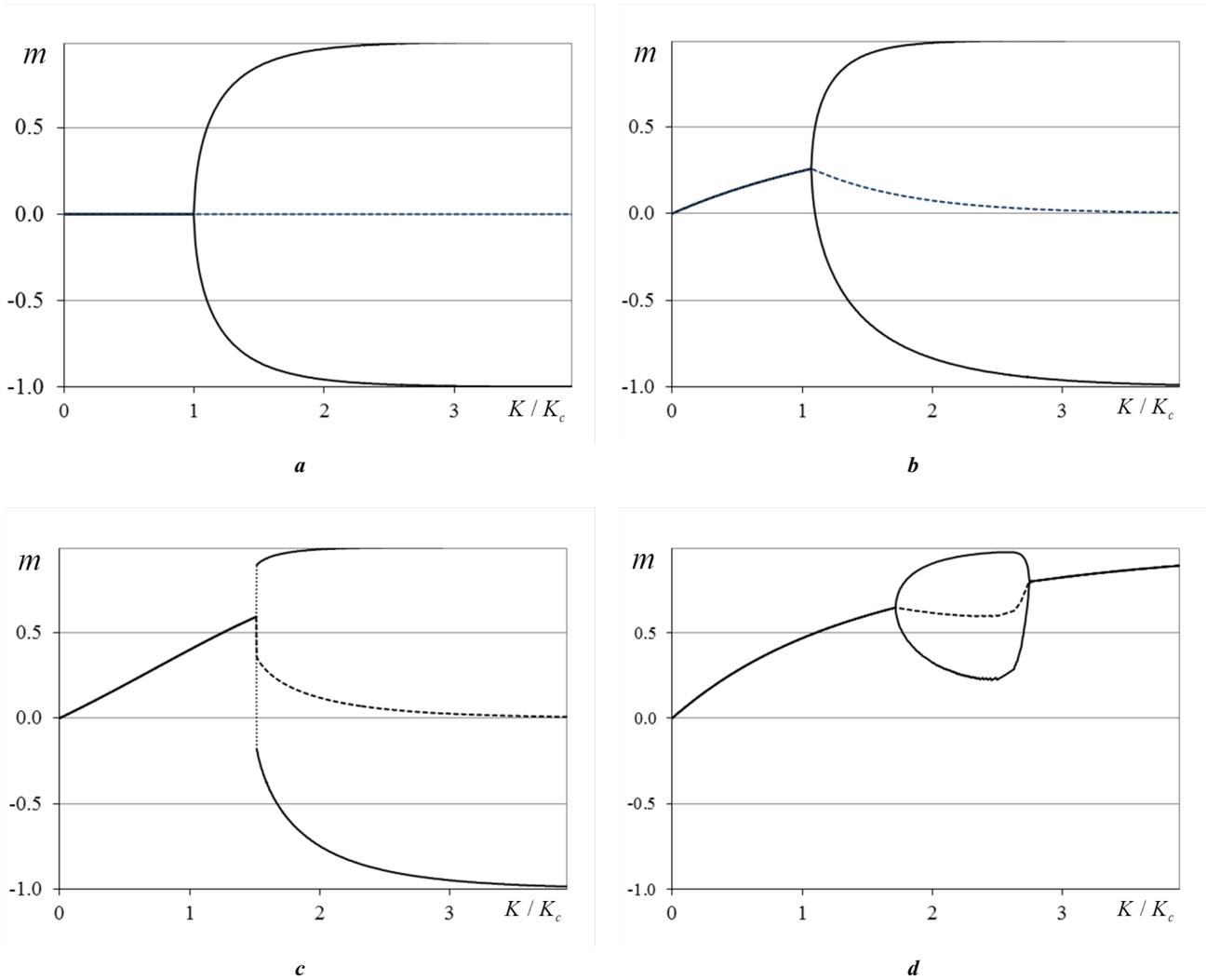


Рис. 1. Зависимости $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ (сплошные кривые) и $M = M(K)$ (пунктир) при разных значениях поля. (a) $H = 0$; (b) $H = 0.5H_c$; (c) $H = 0.85H_c$; (d) $H = H_c$. Везде $|A| = 2a$

Рассмотрим рисунок 2 подробнее. Правый край кривой $R(m_s)$ в случае $|c| = a$ находится на оси абсцисс в точке $m_s = 1$, а при $|c| < a$ пересекает эту ось в точке $m_s < 1$. Итого при $|c| \leq a$ уравнение (18) может иметь два решения: одно из них $m'_s \leq m_{\max}$ отвечает за расщепление кривых $m_1(K)$ и $m_2(K)$ в точке $K'_s = K_s(m'_s)$, а второе $m''_s \geq m_{\max}$ — за их слияние в точке $K''_s = K_s(m''_s)$. Иными словами, в случае $|c| \leq a$ в зависимости от величины внешнего поля реализуется два варианта: при $H \leq H_{\max}$ имеется сразу две точки фазового перехода второго рода; при $H > H_{\max}$ уравнение (18) не имеет решения, и в точке $K = K_s$ реализуется фазовый переход первого рода, сопровождающийся скачкообразным изменением (рисунок 1c) величин $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$.

В случае $|c| > a$ правый край кривой $R(m_s = 1)$, имеющий значение $R = (|c| - a)/2$, находится выше оси абсцисс. Из этого вытекает: при $0 < H \leq (|c| - a)/2$ уравнение (18) имеет только одно решение ($m_s \leq m_{\max}$), отвечающее за сплиттинг; при $(|c| - a)/2 < H \leq H_{\max}$ имеется сразу два решения: $m'_s \leq m_{\max}$ и $m''_s \geq m_{\max}$, т. е. может образоваться «пузырь», как на рисунке 1d.

Определим асимптотические значения величин m_{\max} и H_{\max} . В случае слабого антиферромагнитного взаимодействия ($|c| \ll a$) из (19) – (20) вытекает:

$$m_{\max} \simeq \left| \frac{c}{a} \right|^{1/2}, \quad H_{\max} \simeq \frac{|c|^{3/2}}{2\sqrt{a}}, \tag{21}$$

а в пределе $|c| \gg a$ имеем:

$$m_{\max} \simeq 0.8336, \quad H_{\max} = \frac{|c|}{2m_{\max}} \simeq 1.2H_c. \tag{22}$$

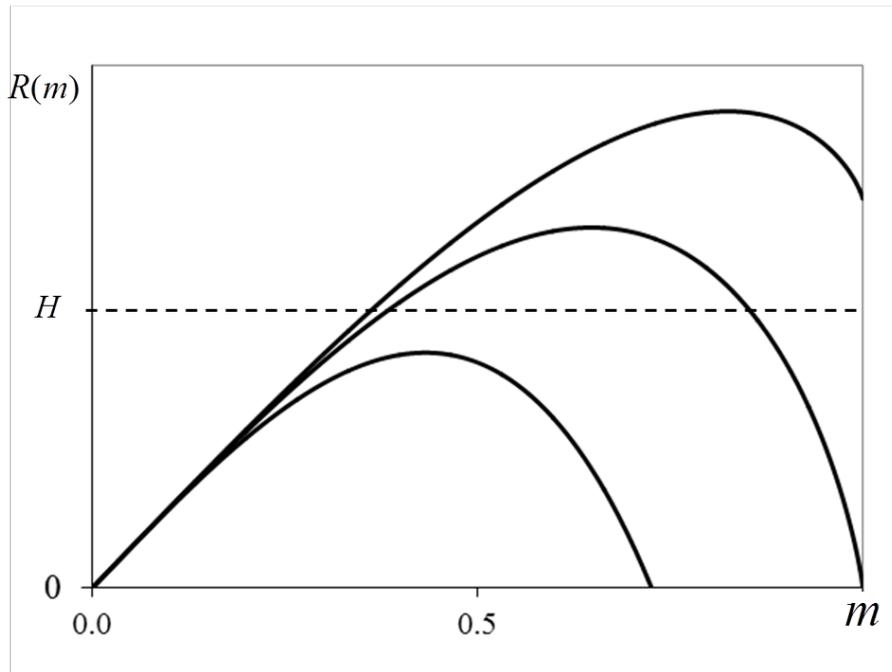


Рис. 2. Графическое решение уравнения $R(m_s) = H$. На рисунке показан пример, когда при заданном значении H уравнение (18) имеет одно решение при $|c| > a$ (верхняя кривая), два решения при $|c| = a$ (средняя кривая) и не имеет решений при $|c| < a$ (нижняя кривая)

Как видим, мягкий сплиттинг может наблюдаться при варьировании величины H в достаточно широком диапазоне $H_{\max} \geq H > 0$. Причем ширина диапазона, т. е. величина H_{\max} , растет с ростом величины $|c|$. Если мягкое расщепление невозможно и основным является антиферромагнитное состояние ($H < H_c$), то проход через критическую точку сопровождается скачком парциальных намагниченностей (рисунок 1с). Если же выполняются условия образования «пузыря», то при $H < H_c$ скачок намагниченности происходит уже после точки слияния.

В целом температурное поведение намагниченностей зависит от величины отношения $|A|/a$ и внешнего поля H и является очень разнообразным (рисунок 1). Более подробно данный аспект модели будет исследован в следующих работах.

ii). **Ограничения на мягкий сплиттинг.** Выше мы анализировали процесс мягкого сплиттинга/слияния кривых $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ в предположении, что таковой возможен. Однако имеется два ограничения, из-за которых ни мягкого расщепления, ни слияния не происходит.

Во-первых, поле должно быть не слишком большим $H < H_{\max}$, в противном случае мягкий сплиттинг (рисунок 1b) сменяется скачкообразным изменением парциальных намагниченностей $m_{1,2}(K)$, т. е. фазовый переход второго рода сменяется переходом первого рода (рисунок 1с).

Во-вторых, расщепление в точке K_s возможно, если δ_1 и δ_2 принимают действительные значения. Из выражения (17) следует, что $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$, если

$$|c| - 3am_s^2 > 0, \quad (23)$$

т. е. при $m_s < m_0$, где $m_0 = |c/3a|^{1/2}$. Выражение (23) является необходимым условием существования точки мягкого расщепления $m_s \leq m_{\max}$ (сплиттинга). Из (19) следует, что существует некоторое значение $c = c_0$, где $|c_0| \simeq 1.437a$, при котором $|c| - 3am_0^2 = 0$ и $m_0 = m_{\max} \simeq 0.692$. Соответственно, при значениях $|c_0| \leq |c| \leq 3a$ условие $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$ выполняется, и сплиттинг имеет место, если $H \leq H_{\max}$. При $|c| \leq |c_0|$ условие (10), т. е. $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$, выполняется только при $m_s \leq m_0$. Соответственно, мягкий сплиттинг возможен только при малых значениях поля $H < H_0$, где $H_0 = R(m_0)$ определяется выражением (18).

Точка слияния $m_s \geq m_0$ может появиться только при $|c| \geq |c_0|$, когда $m_0 \geq m_{\max}$. Причем слияние возможно только в узком диапазоне значений поля $H_0 \leq H \leq H_{\max}$, когда $m_0 \geq m_s \geq m_{\max}$. Более детальный анализ (23) и (18) — (22) показывает, что слияние кривых $m_1(K)$ и $m_2(K)$, т. е. образование «пузыря», как правило, происходит только при значениях H , очень близких к H_c .

Управляемый полем фазовый переход

В точке мягкого расщепления/слияния $K = K_s$ происходит фазовый переход второго рода, сопровождающийся скачком теплоемкости. Величину скачка ΔC при расщеплении можно легко вычислить, дифференцируя выражение (1) с учетом (17):

$$\Delta C = \frac{3}{2K_c} \frac{(|c| - am_s^2 - 2Hm_s)^2}{|c| (|c| - 3am_s^2)}. \quad (24)$$

В точке слияния кривых $m_1(K)$ и $m_2(K)$ величина скачка ΔC определяется этим же выражением, но с другим значением m_s ($m_s > m_{\max}$).

Из сказанного следует, что определяемая выражением (15) величина K_s есть не что иное, как зависящая от магнитного поля критическая точка, т. е. $K_s = K_c(H)$. Иными словами, в рассматриваемой здесь модели внешнее поле не подавляет фазовый переход второго рода, а только сдвигает его в сторону больших значений: $K_c(H \neq 0) > K_c(H = 0) \equiv K_c$.

Рассмотрим критическое поведение физических величин вблизи критической температуры K_s . Сразу отметим, что показатель $\alpha_s = 0$, т. к. теплоемкость в точке сплиттинга испытывает конечный скачок (24). Поскольку в критической точке $K = K_s$ величины $H = H_s$ и $M(K_s) = m_s$ отличны от нуля, то следует ввести относительные величины $\Delta M(K, H) = M - m_s$ и $\Delta H = H - H_s$. Соответственно, критические показатели определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta M(K, H_s) &\sim (-t_s)^{\beta_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^-, \\ \Delta M(K, H_s) &\sim t_s^{\beta'_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^+, \\ \chi(K) &\sim (-t_s)^{-\gamma_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^-, \\ \chi(K) &\sim t_s^{-\gamma'_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^+, \\ \Delta M(K_s, H) &\sim \Delta H^{1/\delta_s} && \text{при } \Delta H \rightarrow 0^+, \\ \Delta M(K_s, H) &\sim (-\Delta H)^{1/\delta_s} && \text{при } \Delta H_s \rightarrow 0^-. \end{aligned} \quad (25)$$

Из (16) следует, что вблизи температуры сплиттинга полная намагниченность определяется выражением:

$$\Delta M(H_s) = -\kappa_2 |t_s|, \quad (26)$$

справедливым и при $t_s < 0$, и при $t_s > 0$. Из (26) вытекает, что критические показатели $\beta_s = \beta'_s = 1$.

Дифференцируя уравнения состояния (5) по H , для восприимчивости в критической точке $K = K_s$ получим:

$$\chi^{-1} = \begin{cases} |c|, & t_s \rightarrow 0^+ \\ |c| + \frac{2\kappa_1 m_s^2 (a + |c|)}{(1 - m_s^2 + 2m_s)(1 - m_s^2) - (3m_s^2 + 1)\kappa_1}, & t_s \rightarrow 0^- \end{cases}. \quad (27)$$

Как видим, восприимчивость в критической точке испытывает конечный скачок, величина которого зависит от m_s и, следовательно, от значения поля H . В отсутствие внешнего поля скачок восприимчивости исчезает. Из формулы (27) следует, что критические показатели $\gamma_s = \gamma'_s = 0$.

Для оценки показателя δ_s воспользуемся уравнением (13) при $K = K_s$. Рассмотрим изменение намагниченности при небольшом увеличении внешнего поля. Проводя в (13) разложение по малым параметрам ΔM и ΔH , получаем:

$$\Delta H = |A| \Delta M. \quad (28)$$

Выражение (28) справедливо и для отрицательных значений ΔH и ΔM . Поэтому значение критических показателей $\delta_s = \delta'_s = 1$.

В рассматриваемом случае соотношения $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$, $\gamma = \beta(\delta - 1)$ и $\beta(\delta + 1) = 2 - \alpha$, являющиеся следствием гипотезы скейлинга, строго выполняются. Значения критических показателей в точке мягкого сплиттинга равны показателям при отсутствии поля.

Обсуждение результатов

Выше показано, что, изменяя величину магнитного поля, можно управлять величиной критической температуры и иными характеристиками системы. Диапазон изменений критической температуры может быть достаточно велик. Как следует из (15), при сильном антиферромагнитном взаимодействии ($|c| \gg a$) фазовый переход в точке мягкого расщепления может быть сильно сдвинут: при вариации поля от $H = 0$ до $H = H_{\max} \sim 1.2H_c$ величина m_s изменяется от $m_s = 0$ до $m_s = m_{\max} \sim 0.83$, а величина K_s изменяется от $K_s = K_c$ до $K_s \simeq 3.4K_c$. Описанная картина представлена на рисунке 3. Как видим, сильного изменения критической температуры можно добиться только в случае сильного антиферромагнитного взаимодействия ($|c| \gg a$).

Еще больше диапазон изменений в точке слияния (если таковая имеется), где может реализоваться случай $m_s \rightarrow 1$, т. е. $K_s \rightarrow \infty$. Например, на рисунке 4 показан случай сильного антиферромагнитного взаимодействия $|c| = 5a$, когда при $H \simeq 0.999H_c$ реализуется «пузырь» и система имеет две критических точки: одну в точке сплиттинга при $K_s \simeq 1.2K_c$, а вторую в точке слияния при $K_s \simeq 8.4K_c$. Мы специально выбрали такие параметры взаимодействия, чтобы показать все многообразие вариантов поведения: помимо двух фазовых переходов второго рода, в системе имеется еще и два фазовых перехода первого рода: одна в точке $K_s \simeq 4.1K_c$, а вторая в точке $K_s \simeq 17K_c$ (в двух точках кривая $m_2(K)$ изменяется скачком). К сожалению, не удалось получить аналитические выражения для температур, в которых парциальные намагниченности изменяются скачком.

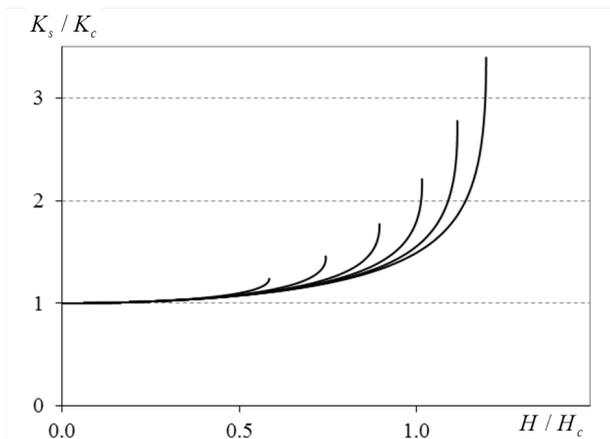


Рис. 3. Зависимость критической температуры от величины поля $K_s = K_s(H)$ при разных H_c . Кривые слева направо: $H/H_c = 0.5, 1, 2, 4, 50$

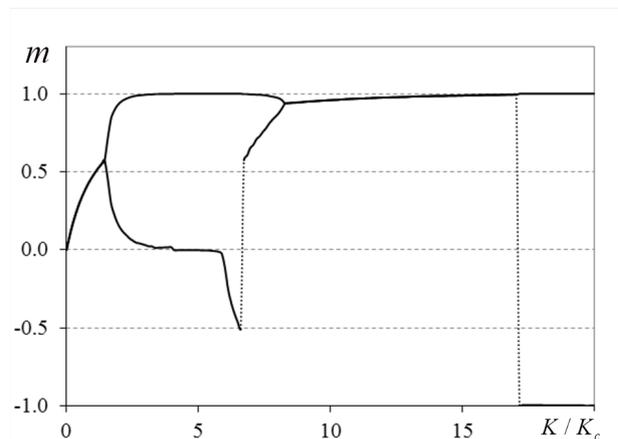


Рис. 4. Зависимость $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ при $|c| = 5a$ и $H = 0.999H_c$

ЛИТЕРАТУРА

1. Camley R. E., Tilley D. R. Phase Transitions in Magnetic Superlattices. *Physical Review B*. 1988;37(7):3413.
2. Camley R. E. Properties of Magnetic Superlattices with Antiferromagnetic Interfacial Coupling: Magnetization, Susceptibility, and Compensation Points. *Physical Review B*. 1989;39(16):12316.
3. Lipowski A. Critical Temperature in the Two-Layered Ising Model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1998;250(1–4):373–383.
4. Horiguchi T., Lipowski A., Tsushima N. Spin-32 Ising Model and Two-Layer Ising Model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1996;224(3–4):626–638.
5. Diaz I. J. L., Branco N. S. Monte Carlo Simulations of an Ising Bilayer with Non-Equivalent Planes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2017;468:158–170.
6. Diaz I. J. L., Branco N. S. Monte Carlo Study of an Anisotropic Ising Multilayer with Antiferromagnetic Interlayer Couplings. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2018;490:904–917.
7. Gharaibeh M., et al. Compensation and Critical Behavior of Ising Mixed Spin (1-1/2-1) Three Layers System of Cubic Structure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2020;550:124–147.

8. Wang W., Feng-li X., and Ming-ze W. Compensation Behavior and Magnetic Properties of a Ferrimagnetic Mixed-Spin (1/2, 1) Ising Double Layer Superlattice. *Physica B: Condensed Matter*. 2017;515:104–111.
9. Kaneyoshi T., and Jascur M. Compensation Temperatures of Ferrimagnetic Bilayer Systems. *Journal of magnetism and magnetic materials*. 1993;118(1–2):17–27.
10. Szałowski K., and Balcerzak T. Normal and Inverse Magnetocaloric Effect in Magnetic Multilayers with Antiferromagnetic Interlayer Coupling. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2014;26(38):386003.
11. Balcerzak T., and Szałowski K. Ferrimagnetism in the Heisenberg–Ising Bilayer with Magnetically Non-Equivalent Planes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2014;395:183–192.
12. Крыжановский Б. В., Егоров В. И. Критические показатели спиновой модели на полносвязном графе при наличии антиферромагнитного взаимодействия. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):7–18.
13. Baxter R. J. *Exactly Solved Models in Statistical Mechanics*. London; Academic Press; 1982.
14. Крыжановский Б. В., Литинский Л. Б. Обобщенное уравнение Брегга–Вильямса для систем с произвольным дальним взаимодействием. *Доклады АН*. 2014;459(6):680–684.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-02

ОБРАЗОВАНИЕ «ВЯЗКИХ ПАЛЬЦЕВ» НА МЕЖФАЗНЫХ ГРАНИЦАХ ПРИ СОВМЕСТНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ТРЕХ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ**Л. А. Паремская***Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва,**Российская Федерация*ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9717-3597>, ✉ lusine.paremskaya@gmail.com

Аннотация: в работе рассматривается специфика неустойчивого вытеснения вязких жидкостей из пористых сред. Исследуется совместное вытеснение трех вязких жидкостей. В случае, если вязкость вытесняющей жидкости меньше, чем вязкость вытесняемой, на фронте вытеснения возникает известная неустойчивость Саффмана–Тейлора. Предлагается посмотреть на результат вытеснения трех жидкостей с различным перепадом вязкости на границах раздела жидкостей. Наблюдается просачивание «вязких пальцев» одной межфазной границы сквозь «вязкие пальцы», образовавшиеся на другой границе. Также результаты численного моделирования продемонстрировали временный «захват» вытесняемой жидкости при определенном перепаде вязкости на межфазной границе. Выявлено формирование «вязких пальцев» при фронтальном вытеснении, схожих с «пальцами» при радиальном вытеснении. Определяются факторы, влияющие на развитие «пальцев» под углом к направлению течения. Проводится сравнение с результатами, полученными при вытеснении нефти полимерным раствором: предварительной закачкой в пласт дополнительного раствора — жидкости с добавлением высокомолекулярных полимерных соединений, наличие которых приводит к увеличению вязкости жидкости. Благодаря этому осуществляется уменьшение перепада вязкости на границе раствор — нефть, что приводит к существенному увеличению нефтеотдачи.

Ключевые слова: неустойчивость межфазной границы, «вязкие пальцы», многофазное течение.

Для цитирования: Паремская Л. А. Образование «вязких пальцев» на межфазных границах при совместном вытеснении трех вязких жидкостей из пористой среды. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):22–31. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-02.

Поступила в редакцию: 03.12.2023.

В окончательном варианте: 19.12.2023.

FORMATION OF VISCOUS FINGERS AT INTERPHASE BOUNDARIES DURING THE JOINT DISPLACEMENT OF THREE VISCOUS LIQUIDS FROM POROUS MEDIA**L. A. Paremskaya***M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation*ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9717-3597>, ✉ lusine.paremskaya@gmail.com

Abstract: this study examines the peculiarities of the unstable displacement of viscous fluids from porous media. The joint displacement of three viscous fluids is studied. When the viscosity of the displacing fluid is lower than the viscosity of the displaced fluid, the well-known Saffman-Taylor instability occurs at the displacement front. It is proposed to consider the result of displacement of three fluids with different viscosity differences at the interfaces between the fluids. The leakage of “viscous fingers” of one interphase boundary through the “viscous fingers” formed at the other boundary is observed. The numerical modeling results also showed the temporary “trapping” of the displaced fluid at a certain viscosity difference at the interface. The formation of “viscous fingers” during frontal displacement, similar to “fingers” during radial displacement, was revealed. The factors influencing the formation of “fingers” at an angle to the direction of flow are determined. A comparison is made with the results obtained when displacing oil with a polymer solution: an additional solution – a liquid with the addition of high-molecular polymer compounds, the presence of which leads to an increase in the viscosity of the liquid – is pre-injected into the reservoir. As a result, the viscosity difference at the solution-oil interface is reduced, which leads to a significant increase in oil recovery.

Keywords: interphase boundary instability, viscous fingers, multiphase flow, CFD.

Cite this article: Paremskaya L. A. Formation of Viscous Fingers at Interphase Boundaries During the Joint Displacement of Three Viscous Liquids from Porous Media. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):22–31. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-02.

Original article submitted: 03.12.2023.

Revision submitted: 19.12.2023.

Введение

Полимерное заводнение является одним из приоритетных методов повышения нефтеотдачи, наиболее подготовленным технологически и технически [1, 2]. Оно заключается в предварительной закачке в пласт дополнительной прослойки — воды с добавлением высокомолекулярных полимерных соединений, наличие которых приводит к заметному увеличению ее вязкости (рис. 1). После «заводнения» в качестве вытесняющей жидкости используется обычная вода. В результате уменьшается перепад вязкости на ведущей межфазной границе, что приводит к повышению нефтеотдачи [3]. Рассматривается совместное вытеснение трех вязких жидкостей из пористой среды. Предлагаются результаты расчетов вытеснения трех жидкостей с различным профилем вязкости средней фазы. В качестве модели пористой среды используется ячейка Хеле—Шоу — две параллельные пластины, разделенные малым зазором (рис. 2). Течения в ячейке Хеле—Шоу легко поддаются визуализации и описываются относительно простыми математическими моделями — уравнением неразрывности и аналогом закона Дарси для ячейки. Поэтому ее используют как самую простую двумерную модель пористой среды [4]. Экспериментально [5] и теоретически [6] доказано возникновение неустойчивости при вытеснении вязкой жидкости менее вязкой — образования неустойчивости Саффмана—Тейлора. В данном исследовании показано образование «вязких пальцев» на межфазных границах и оценивается динамика развития формы возмущений на границах раздела жидкостей. В данной работе показано проникновение «вязких пальцев» одной межфазной границы в «вязкие пальцы», образовавшиеся на другой межфазной границе.



Рис. 1. Схема течения при заводнении полимерным раствором

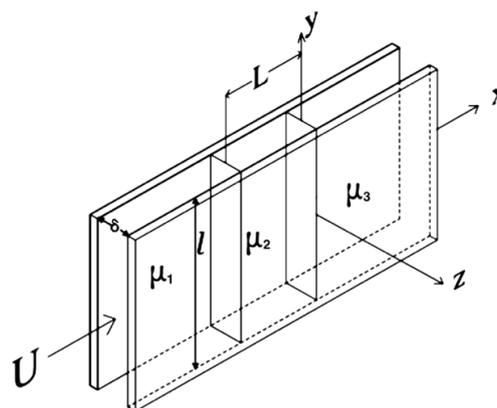


Рис. 2. Схема многофазного вытеснения из ячейки Хеле—Шоу: U — средняя скорость вытеснения, l — ширина пластин, δ — зазор между пластинами ($\delta \ll l$), L_i , μ_i — длина зоны и динамическая вязкость i -ой фазы

Линейный анализ устойчивости

Рассмотрим совместное вытеснение трех несмешивающихся жидкостей из ячейки Хеле—Шоу, когда между менее вязкой жидкостью (водой) и более вязкой (нефтью) находится узкая прослойка

жидкости промежуточной вязкости («раствор»). Длина средней зоны — L . Ячейку Хеле–Шоу будем считать бесконечно широкой, то есть характерную длину волны возмущения намного меньше ширины ячейки. Это позволит рассмотреть плоскую задачу на малые возмущения в бесконечной области (рис. 3).

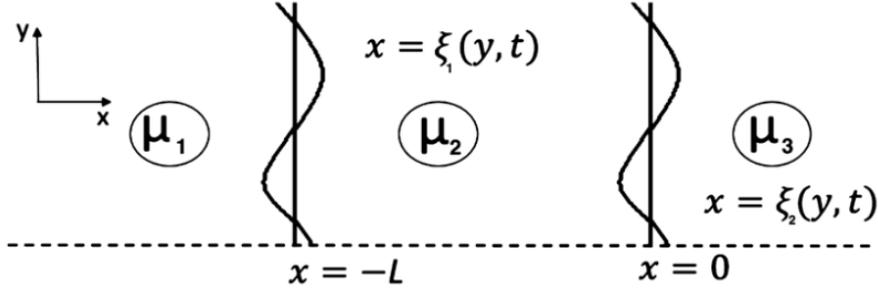


Рис. 3. Многофазное вытеснение жидкостей: $x = \xi_1(y, t)$ — возмущенная граница между жидкостью с индексом «1» и жидкостью с индексом «2», $x = \xi_2(y, t)$ — возмущенная граница между жидкостью с индексом «2» и жидкостью с индексом «3»

Движение жидкостей описывается уравнением неразрывности и аналогом закона Дарси для ячейки Хеле–Шоу [9] (1)–(2). На границах раздела фаз ставятся условия равенства нормальных к фронту скоростей и равенства давлений (3)–(4). На бесконечности — условие постоянства скорости (5)–(6).

$$\nabla \cdot \vec{W} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot p = -\frac{\mu}{K} \vec{W}, \quad K = K_0 \cdot \delta^2, \quad (2)$$

$$p_1 = p_2, \quad [\vec{W}_1]_n = [\vec{W}_2]_n, \quad \text{при } x = -L + \xi_1(y, t), \quad (3)$$

$$p_2 = p_3, \quad [\vec{W}_2]_n = [\vec{W}_3]_n, \quad \text{при } x = 0 + \xi_2(y, t), \quad (4)$$

$$u_1 = U, \quad v_1 = 0, \quad \text{при } x \rightarrow -\infty, \quad (5)$$

$$u_3 = U, \quad v_3 = 0, \quad \text{при } x \rightarrow +\infty, \quad (6)$$

где $\vec{W} = (u, v)$ — осредненный по зазору ячейки вектор скорости, p — осредненное по зазору давление, $K_0 = 1/12$ — эффективная проницаемость, δ — зазор между пластинами ячейки Хеле–Шоу.

Уравнения (1)–(2) линейны и могут быть записаны для малых возмущений. Компоненты скорости исключаются, что приводит к уравнению Лапласа для давления. Решение ищется в виде нормальных мод:

$$p = P(x) e^{\omega t} e^{iky}, \quad (7)$$

где $P(x)$ — неизвестная функция, k — волновое число, ω — декремент затухания, $i^2 = -1$.

Подставим (7) в уравнение Лапласа и учтем граничные условия на бесконечности (5):

$$p_1 = P_1 e^{kx} e^{\omega t} e^{iky}, \quad u_1 = -\frac{\delta^2}{12\mu_1} k P_1 e^{kx} e^{\omega t} e^{iky},$$

$$p_3 = P_3 e^{-kx} e^{\omega t} e^{iky}, \quad u_3 = -\frac{\delta^2}{12\mu_3} k P_3 e^{-kx} e^{\omega t} e^{iky},$$

$$p_2 = (P_{21} e^{kx} - P_{22} e^{-kx}) e^{\omega t} e^{iky}, \quad u_2 = -\frac{\delta^2}{12\mu_2} k (P_{21} e^{kx} - P_{22} e^{-kx}) e^{\omega t} e^{iky},$$

где P_1, P_3, P_{21}, P_{22} — неизвестные константы. Форму возмущенных границ раздела жидкостей ищем в виде $\xi_1 = C_{\xi_1} e^{\omega t} e^{iky}$ и $\xi_2 = C_{\xi_2} e^{\omega t} e^{iky}$, где C_{ξ_1} и C_{ξ_2} — неизвестные константы.

С учетом граничных условий на межфазных границах имеем:

$$\mu_2 P_1 - \mu_1 (P_{21} - P_{22} e^{2kL}) = 0, \quad (8)$$

$$\left(\frac{k}{\omega} U + 1\right) P_1 = P_{21} \left(\frac{k}{\omega} U + 1\right) + P_{22} e^{2kL} \left(1 - \frac{k}{\omega} U\right) = 0, \quad (9)$$

$$\mu_2 P_3 - \mu_3 (P_{21} - P_{22}) = 0, \quad (10)$$

$$\left(1 - \frac{k}{\omega} U\right) P_3 = P_{21} \left(\frac{k}{\omega} U + 1\right) + P_{22} \left(1 - \frac{k}{\omega} U\right) = 0. \quad (11)$$

Таким образом, для нахождения четырех неизвестных констант P_1 , P_3 , P_{21} , P_{22} имеем четыре уравнения (8)–(11).

После проведения обезразмеривания уравнения примут вид:

$$\begin{cases} M_{21} P_1 - (P_{21} - P_{22} e^{2[k][L]}) = 0, \\ \left(\frac{[k]}{[\omega]} + 1\right) P_1 = P_{21} \left(\frac{[k]}{[\omega]} + 1\right) + P_{22} e^{2[k][L]} \left(1 - \frac{[k]}{[\omega]}\right) = 0, \\ P_3 - M_{32} (P_{21} - P_{22}) = 0, \\ \left(1 - \frac{[k]}{[\omega]}\right) P_3 = P_{21} \left(\frac{[k]}{[\omega]} + 1\right) + P_{22} \left(1 - \frac{[k]}{[\omega]}\right) = 0, \end{cases}$$

где $M_{21} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, $M_{32} = \frac{\mu_3}{\mu_2}$ – перепады вязкостей на границах, $[\omega] = \frac{\omega \delta}{U}$, $[k] = \frac{k}{2\pi \delta}$, $[L] = \frac{L}{\delta}$.

Система имеет нетривиальное решение только при условии равенства нулю ее определителя. Это условие приводит к квадратному уравнению для декремента затухания $[\omega] = [\omega] ([k], M_{21}, M_{32}, [L])$:

$$\left[(M_{21} - 1)(M_{32} - 1) - e^{2[k][L]} (M_{21} + 1)(M_{32} + 1) \right] \omega^2 - 2 [k] e^{2[k][L]} (M_{32} M_{21} - 1) \omega - [k]^2 (M_{21} - 1)(M_{32} - 1) = 0. \quad (12)$$

Полученное уравнение имеет два корня, соответствующих собственным значениям на двух межфазных границах ω_{ξ_1} и ω_{ξ_2} . Предельный переход уравнения (12) к двухфазному течению (при $[L] \rightarrow 0$) приводит к решению Саффмана–Тейлора (13):

$$\begin{aligned} 2(M_{32} M_{21} + 1) \omega^2 - 2[k] (M_{32} M_{21} - 1) \omega &= 0, \\ \omega_{\xi_1} &= 0, \\ \omega_{\xi_2} &= [k] \frac{M_{32} M_{21} - 1}{M_{32} M_{21} + 1} = [k] \frac{M - 1}{M + 1}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $M = M_{32} \cdot M_{21}$ – отношение вязкости вытесняемой жидкости (например, нефти) к вязкости вытесняющей (например, чистой воды).

Детальный анализ полученного дисперсионного соотношения проведен в работе [3]. Получено, что линейный анализ устойчивости совместного вытеснения трех несмешивающихся жидкостей из ячейки Хеле–Шоу показал, что темп роста малых возмущений на границе раствор – нефть уменьшается по сравнению с двухфазным вытеснением (вода – нефть). Наилучший эффект достигнут в случае, когда отношения вязкостей на обеих границах совпадают ($M_{21} = M_{32}$).

Математическая модель для численного моделирования

Полная система уравнений для численного моделирования состоит из уравнения неразрывности (14), закона Дарси (15), уравнения конвективной диффузии (16), степенной зависимости динамической вязкости от объемных концентраций (17) и выражения для объемной концентрации жидкости с индексом «1» (18):

$$\nabla \cdot \vec{W} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla \cdot p = -\frac{\mu(c_1, c_2, c_3)}{K} \vec{W}, \quad K = K_0 \cdot \delta^2, \quad (15)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla c_i = D_i \Delta c_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (16)$$

$$\mu^{\frac{1}{3}}(c_1, c_2, c_3) = \mu_1^{\frac{1}{3}} c_1 + \mu_2^{\frac{1}{3}} c_2 + \mu_3^{\frac{1}{3}} c_3, \quad (17)$$

$$c_1 = 1 - c_2 - c_3, \quad (18)$$

где \vec{W} — осредненный двумерный вектор скорости, p — осредненное давление, K_0 — эффективная проницаемость, δ^2 — зазор между пластинами ячейки Хеле–Шоу, D_i , μ_i , c_i — коэффициент самодиффузии, динамическая вязкость и объемная концентрация жидкости с индексом « i » ($i = 1, 2, 3$) [3].

Основными безразмерными определяющими параметрами являются: число Пекле $Pe = U \cdot \frac{l}{D_3}$ (U — скорость вытеснения, l — ширина ячейки), перепады вязкостей $M_{22} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ и $M_{32} = \frac{\mu_3}{\mu_2}$ на межфазных границах между жидкостями с индексами «2» и «1» и жидкостями с индексами «3» и «2» соответственно.

Численное моделирование

Вытеснение трех смешивающихся жидкостей из ячейки Хеле–Шоу моделируется методом Годунова. Результаты численного моделирования, подтверждающие эффективность полимерного заводнения как метода увеличения нефтеотдачи, представлены в статье [1]. Отличающейся особенностью настоящей работы является исследование возникновения «вязких пальцев» на двух межфазных границах и их взаимодействия между собой.

Проведенное численное моделирование при больших числах Пекле методом сквозного счета (программа реализована на языке программирования C++) сопровождается графическим интерфейсом (QT), который позволяет визуализировать полученные в программе данные, менять цвет жидкостей, отображает текущий шаг по времени (верхняя панель) (рис. 4). Также есть ползунок на нижней панели под ячейкой, перемещение которого позволяет увидеть длительность вытеснения и наблюдать за динамикой развития неустойчивости в разные моменты времени.

Для всех расчетов: жидкость с индексом «1» обозначена фиолетовым цветом, с индексом «2» — белым цветом, с индексом «3» — зеленым цветом; ячейка Хеле–Шоу имеет ширину 100 мм, длину 200 мм и зазор 1.2 мм; начальные условия при $t < 0$: область заполнена двумя жидкостями; поле скорости нулевое. При $t = 0$ по левой границе поступает жидкость при постоянном градиенте давления $P_{\text{вход}} = 1.001 P_{\text{атм}}$, на выходе $P_{\text{атм}}$ (атмосферное давление). В начальный момент времени на обеих межфазных границах задавалось полигармоническое возмущение типа $\cos(1/y)$ (рис. 4). Задание начальных возмущений позволяет ускорить образование «вязких пальцев». Также, ввиду симметричности функции возмущения, в результатах наблюдается характерная симметричность «вязких пальцев» в первоначальный момент времени, которая исчезает со временем.

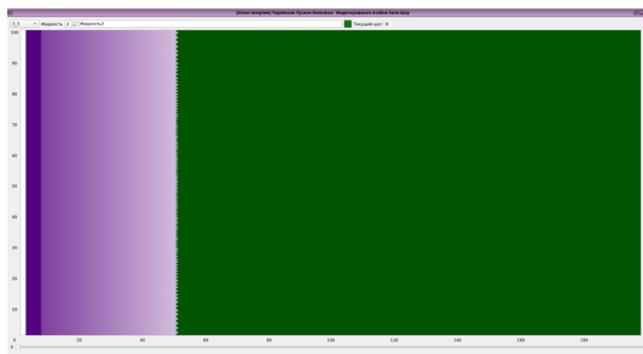


Рис. 4. Графический интерфейс визуализации данных. Изображение ячейки в начальный момент времени

Результаты расчетов

Ниже представлены результаты восьми расчетов в 2 момента времени (рис. 5–14).

Расчет №1 (рис. 5) проведен для смешивающихся жидкостей при больших числах Пекле — моделирование полимерного заводнения. Результат представлен в моменты времени $t = 5$ с и $t = 15$ с.

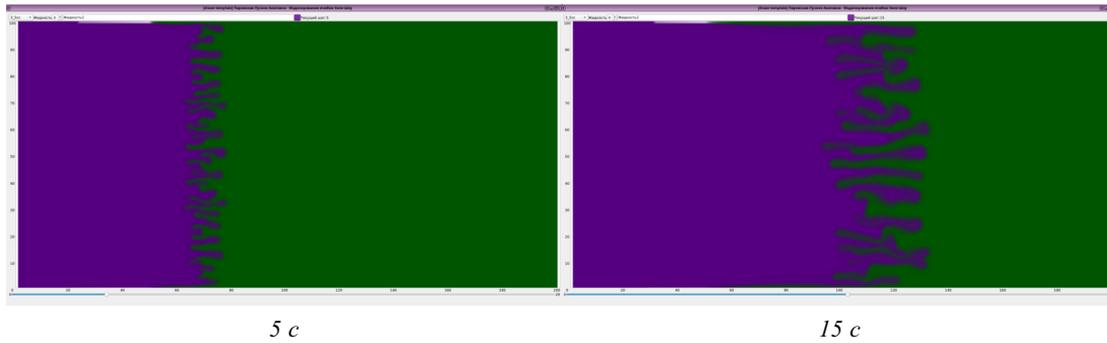


Рис. 5. Параметры расчета №1: полимерное заводнение, $t = 29$ c, $Q = 79.9\%$

Отношение вязкости нефти к вязкости воды: $M = 10$. Эффективность вытеснения (Q) определяется количеством вытесненной нефти к моменту времени, когда вытесняющая жидкость достигла конца расчетной области. Полученный результат хорошо согласуется с выводами, сделанными в работе [3]. Заводнение полимерным раствором является эффективным методом увеличения нефтеотдачи.

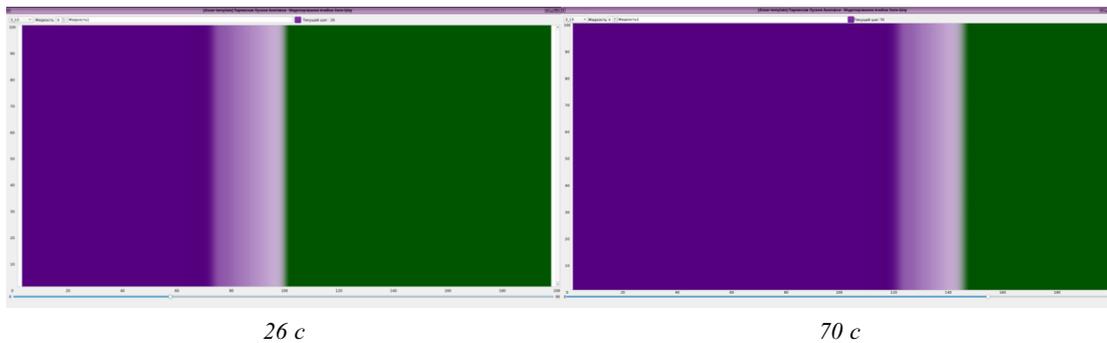


Рис. 6. Параметры расчета №2: $M_{21} = 10^{-2}$ и $M_{32} = 10^{-1}$

Расчет №2 (рис. 6) проведен для демонстрации устойчивого вытеснения в случае, если перепад вязкостей на границах меньше единицы: $M_{21} = 10^{-2}$ и $M_{32} = 10^{-1}$. Возмущения, заданные на обеих границах в начальный момент времени, полностью гасятся в ходе вытеснения.

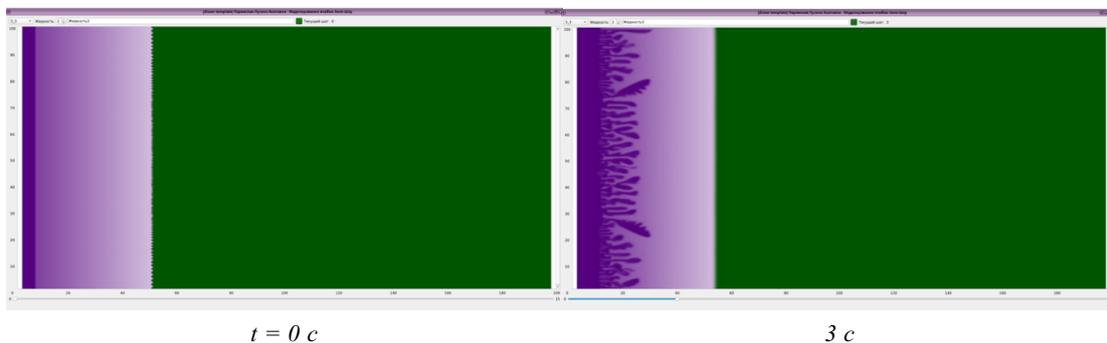


Рис. 7. Параметры расчета №3: $M_{21} = 10^4$ и $M_{32} = 10^{-1}$

Расчет №3 (рис. 7) проведен для случая, в котором перепад вязкостей на левой границе $M_{21} = 10^4$ — фронт вытеснения неустойчив, наблюдается рост возмущений. Причем направление роста «вязких пальцев» совпадает с направлением градиента давления. На правой границе — $M_{32} = 10^{-1}$ — устойчивый фронт вытеснения, первоначально заданные возмущения на границе полностью гасятся. Можно заметить, что развитие неустойчивости осуществляется преимущественно в направлении гра-

диента давления. При этом наблюдается малое количество наклонных «вязких пальцев».

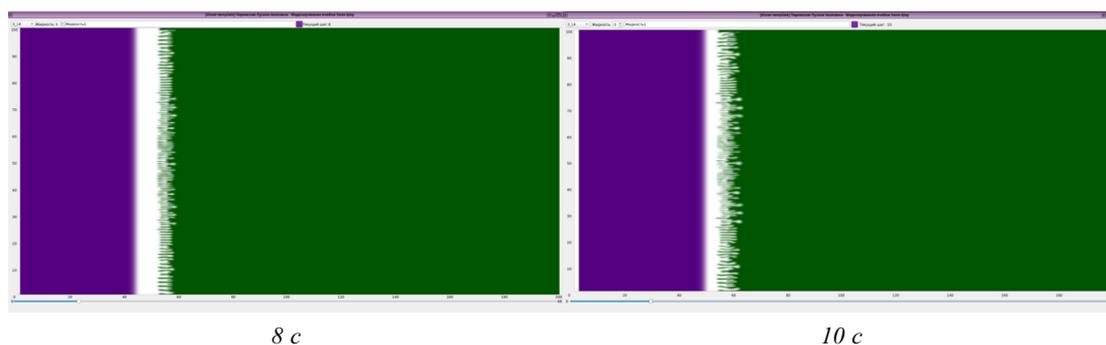


Рис. 8. Параметры расчета №4: $M_{21} = 10^{-3}$ и $M_{32} = 10$

Расчет №4 (рис. 8) проведен для случая, где перепад вязкостей на левой границе $M_{21} = 10^{-3}$ — устойчивый фронт вытеснения: первоначально заданные возмущения на границе полностью гасятся. На правой границе $M_{32} = 10$ — наблюдается неустойчивый фронт вытеснения (рост возмущений). Видно, что увеличение длины «вязких пальцев» на правой границе происходит вдоль ячейки Хеле—Шоу. Можно заметить, что с увеличением времени вытеснения характерная прямолинейность форм «вязких пальцев» сохраняется.

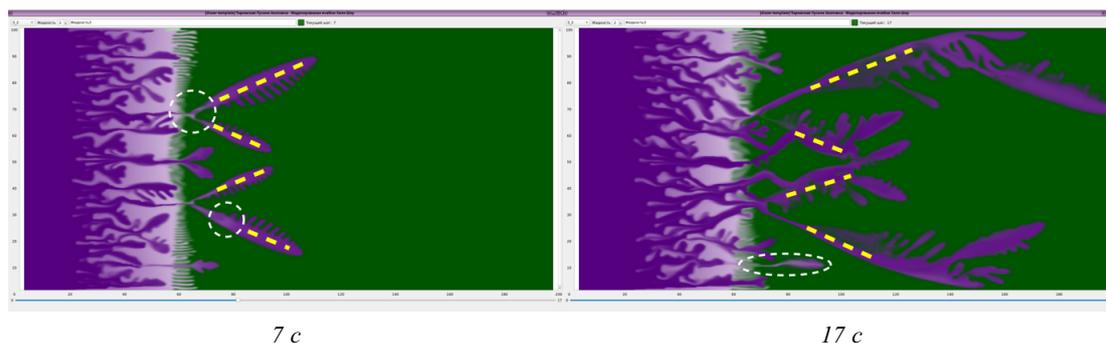


Рис. 9. Параметры расчета №5: $M_{21} \sim 10^2$, $M_{32} \sim 10$

Результат расчета №5 (рис. 9) демонстрирует неустойчивость (формирование «вязких пальцев») на двух межфазных границах. На левой границе отношение вязкостей на порядок выше, чем отношение вязкостей на правой границе. Можно заметить, что «вязкие пальцы» левой границы растут быстрее, что приводит к соединению «пальцев» двух границ. Белым пунктиром обведены некоторые области, в которых «вязкие пальцы» содержат в себе и первую, и вторую жидкости. В момент времени вытеснения 7 секунд можно увидеть результат расщепления кончиков «вязких пальцев» — формирование «уголков» (стороны обозначены желтыми пунктирными линиями). В момент времени 17 секунд видно разделение «уголков» на два самостоятельных «пальца» посредством слияния с соседними.

Результат расчета №6 (рис. 10) демонстрирует прямолинейное развитие «вязких пальцев» в направлении градиента давления (вдоль ячейки Хеле—Шоу). Первоначально (5 с) формировались наклонные «пальцы» (обведены белыми пунктирными линиями), которые в дальнейшем слились с соседними доминантными «пальцами», развивающимися вдоль ячейки, и утратили наклон направления развития.

На рис. 11 представлен результат расчета №7 в 2 момента времени с разницей в 1 секунду: 27 секунд и 28 секунд. Расчет проведен в случае, когда задан большой перепад вязкостей на левой границе ($M_{21} = 5 \cdot 10^3$), что приводит к развитию «вязких пальцев» на ней. При этом наблюдается устойчивый фронт вытеснения на правой границе ($M_{32} = 2 \cdot 10^{-2}$). Возмущения, заданные на правой межфазной границе в начальный момент времени, полностью гасятся. Результат расчета демонстрирует момент прорыва «вязких пальцев» левой межфазной границы сквозь правую (обведены белыми пунктирными линиями). При этом значительно изменяется форма «пальца» после прорыва.

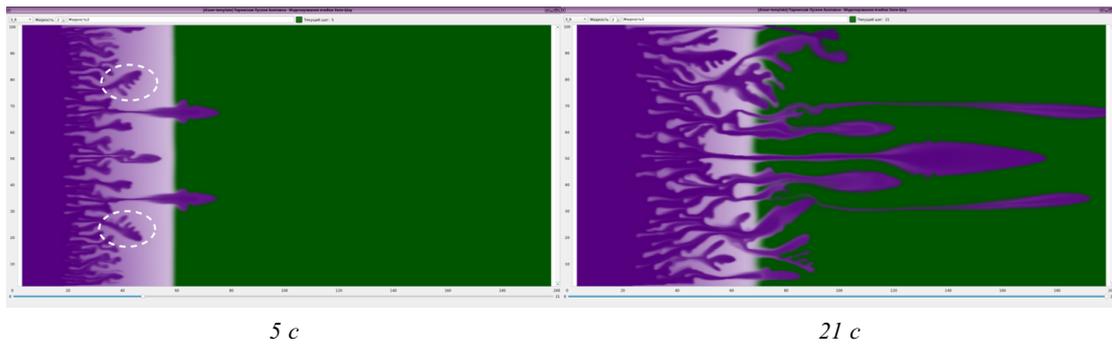


Рис. 10. Параметры расчета №6: $M_{21} = 5 \cdot 10^2$ и $M_{32} = 2 \cdot 10^{-1}$

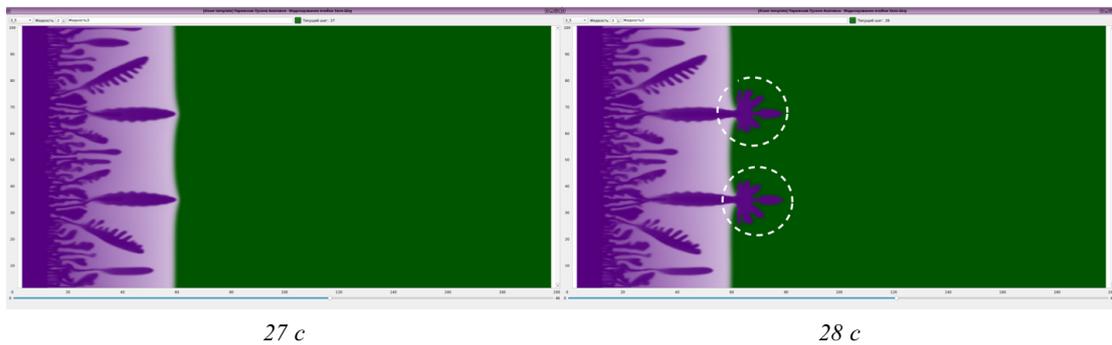


Рис. 11. Параметры расчета №7: $M_{21} = 5 \cdot 10^3$ и $M_{32} = 2 \cdot 10^{-2}$

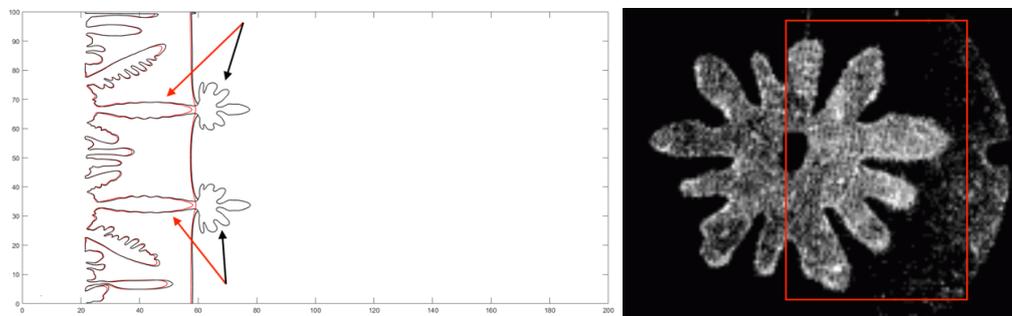


Рис. 12. Слева: расчет №6. Наложение контуров возмущенных межфазных границ в два момента времени: до прорыва 27 с (красный цвет) и в момент прорыва 28 с (черный цвет); Справа: образование «вязких пальцев» в процессе вытеснения водоглицериновой смеси [7]

На рис. 12 слева изображены контуры возмущенных межфазных границ для расчета №6 в два момента времени: до прорыва 27 с (красный цвет) и в момент прорыва 28 с (черный цвет). Можно заметить, что есть малые изменения в развитии «вязких пальцев». При этом качественно форма изменилась только для двух доминантных центральных «пальцев» (на рисунке обозначены стрелками: красная в 27 с, черная в 28 с). При этом значительно изменяется форма «пальца» после прорыва. Замечено, что образовавшаяся форма подобна «вязким пальцам» (выделенная в красный прямоугольник область), полученным в эксперименте радиального вытеснения из ячейки Хеле–Шоу, который был проведен в 1985 году [7].

Результат расчета №8 представлен в 2 момента времени с разницей в 1 секунду: 547 секунд и 548 секунд (рис. 13). Расчет проведен для случая вытеснения, когда задан большой перепад вязкостей на левой границе ($M_{21} = 5 \cdot 10^5$), что приводит к развитию «вязких пальцев» на ней. При этом на-

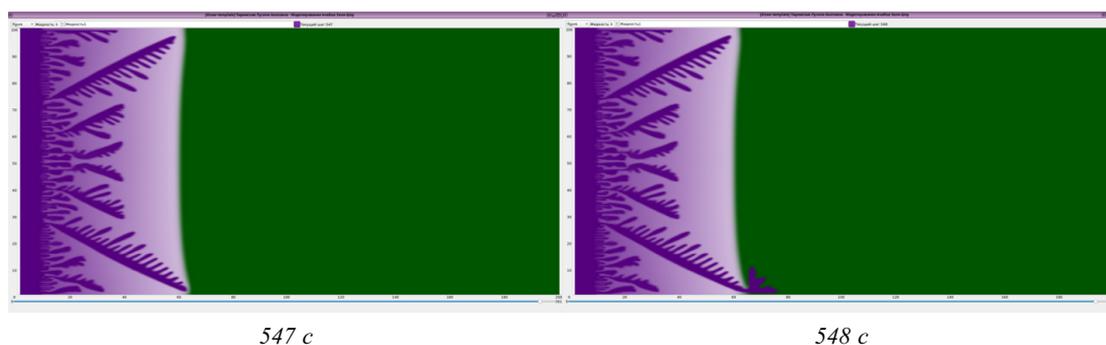


Рис. 13. Параметры расчета №8: $M_{21} = 10^5$ и $M_{32} = 10^{-3}$

блюдается устойчивый фронт вытеснения на правой границе ($M_{32} = 10^{-3}$). Первоначально заданные возмущения на границе полностью гасятся. Результат расчета демонстрирует момент прорыва «вязких пальцев» левой межфазной границы сквозь правую (обведены белыми пунктирными линиями). Форма «пальца» после прорыва подобна результату, полученному в расчете №7.

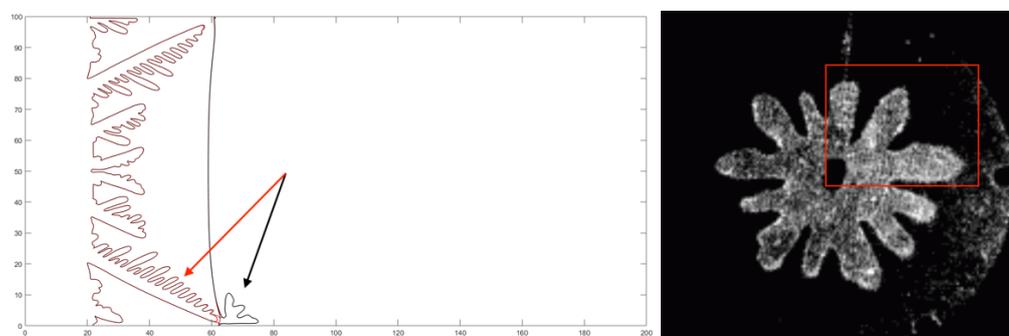


Рис. 14. Слева: расчет №8. Наложение контуров возмущенных межфазных границ в два момента времени: до прорыва 547 с (красный цвет) и в момент прорыва 548 с (черный цвет). Справа: образование «вязких пальцев» в процессе вытеснения водоглицериновой смеси [7]

На рис. 14 изображены контуры возмущенных межфазных границ для расчета №8 в два момента времени: до прорыва 547 с (красный цвет) и в момент прорыва 548 с (черный цвет). Можно заметить, что полностью отсутствует какое-либо развитие большинства «вязких пальцев»: кривая в области пересечения приобрела «бордовый цвет». При этом качественно форма поверхности изменилась только у нижнего доминантного «пальца» (обозначено стрелками: красная в 547 с, черная в 548 с). Аналогично результату №7, замечено, что образовавшаяся форма подобна «вязким пальцам» (выделенная в красный прямоугольник область), полученным в эксперименте вытеснения из ячейки Хеле—Шоу, который был проведен в 1985 году [7].

Заключение

Исследованы особенности образования «вязких пальцев» (неустойчивости Саффмана—Тейлора) при совместном вытеснении трех жидкостей. Проведено численное моделирование, дополненное графическим интерфейсом для визуализации полученных результатов для данного процесса. В результате трех тестовых расчетов (устойчивость на двух границах раздела жидкостей и два случая неустойчивости одной из межфазных границ) получено подтверждение достоверности результатов численного моделирования и визуализации вытеснения жидкостей из ячейки Хеле—Шоу. Полученные результаты хорошо согласуются с другими теоретическими и экспериментальными работами.

Проведено моделирование полимерного заводнения: вытеснения нефти водой путем закачки дополнительной прослойки между вытесняющей (водой) и вытесняемой (нефтью). Результат расчета

демонстрирует принципиальную эффективность использования данного метода как способа увеличения нефтеотдачи и хорошо согласуется с выводами, сделанными в других работах.

Показано, что первоначальное направление развития «вязких пальцев» может сохраниться на протяжении всего вытеснения или измениться в зависимости от порядка отношения вязкостей жидкостей на границе (при заданном постоянном градиенте давления): при отношении вязкостей $\sim 10^2$ увеличение длины «вязких пальцев» происходит преимущественно в направлении градиента давления (вдоль ячейки Хеле—Шоу). При этом наблюдается малое количество наклонных «вязких пальцев», которые в дальнейшем сливаются с соседними доминантными прямолинейными «пальцами» и утрачивают наклон развития; при отношении вязкостей $\sim 10^3$ — наблюдается формирование наклонных «вязких пальцев», которые с течением времени вытеснения сохраняют угол развития.

При неустойчивости вытеснения на обеих межфазных границах можно заметить быстрый рост «вязких пальцев» левой границы, что приводит к проникновению «пальцев» левой границы в «пальцы» правой. Показан результат расщепления кончиков «вязких пальцев» с последующим формированием так называемых «уголков», которые, в свою очередь, разделяются на два самостоятельных «пальца».

Рассматривается динамика образования «вязких пальцев» на левой межфазной границе в случае устойчивого фронта вытеснения на правой межфазной границе. Результаты расчетов продемонстрировали формирование единичных доминантных «пальцев», которые в определенный момент времени осуществляют прорыв сквозь устойчивый фронт вытеснения. Также показано замедление развития остальных «вязких пальцев» непосредственно до момента прорыва и далее. Замечено, что увеличение перепада вязкости на левом фронте приводит к значительному увеличению общего времени вытеснения.

В работе продемонстрировано принципиальное изменение формы «вязкого пальца» в момент прорыва. При фронтальном вытеснении из ячейки Хеле—Шоу замечено, что образовавшиеся формы «пальцев» после прорыва согласуются с «вязкими пальцами», полученными в эксперименте при радиальном вытеснении глицерина воздухом из ячейки Хеле—Шоу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daripa P., Gin C. Studies on Dispersive Stabilization of Porous Media Flows. *Phys. Fluids*. 2016;28:082105.
2. Littman W. *Polymer Flooding: Developments in Petroleum Science*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V.; 1988. 212 p.
3. Логвинов О. А., Мелкумян Л. А. Полимерное заводнение как метод увеличения нефтеотдачи. Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе: Сб. тр. международ. конф., посвященной дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышева. Обнинск; 2019. С. 133–143.
4. Smirnov N., Nikitin V. F., Maximenko A., Thiercelin M., Legros J. C. Instability and Mixing Flux in Frontal Displacement of Viscous Fluids from Porous Media. *Phys. Fluids*. 2005;17:84–102.
5. Benham A. L., Olson R. W. A Model Study of Viscous Fingering. *Soc. Pet. Eng.* 1963;3:138–144.
6. Chouke R. L., van Meurs P., van der Poel C. The Instability of Slow, Immiscible, Viscous Liquid-Liquid Displacements in Permeable Media. *Trans. AIME*. 1959;216:188–194.
7. Ben-Jacob E., Godbey R., Goidenfeld N. D., Koplak J., Levine H., Mueller T., Sander L. M. Experimental Demonstration of the Role of Anisotropy in Interfacial Pattern Formation. *Phys. Rev. Lett.* 1985;55:1315–1318.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-03

МОДЕЛИ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ МОЗГА И ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ**В. М. Еськов^{1,a}, М. А. Филатов^{2,b}, Т. В. Воронюк^{2,c}, И. С. Самойленко^{2,d}**¹ Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация^a firing.squad@mail.ru, ^b filatovmik@yandex.ru, ^c kosolty@list.ru, ^d samojlenko_is@surgu.ru

Аннотация: познавательная деятельность человека связана с созданием (изучением) двух типов информации: объективно новой и субъективно новой. В проблеме создания искусственного интеллекта первый тип деятельности (создание объективно новой информации) занимает особую (главную) роль. В этом случае такие искусственные системы действительно могут заменить человека. В работе обсуждаются два новых режима работы искусственных нейросетей, которые имеют место в работе мозга человека. Оказалось, что введение этих двух режимов в работу уже существующих нейросетей позволяет моделировать эвристическую работу мозга. Такие интеллектуальные системы решают задачи системного синтеза и находят параметры порядка. До настоящего времени такие задачи не формализованы в математике и у них нет общего решения.

Ключевые слова: хаос, стохастика, когнитивные эффекты мозга, эффект Еськова–Зинченко.

Для цитирования: Еськов В. М., Филатов М. А., Воронюк Т. В., Самойленко И. С. Модели эвристической работы мозга и искусственный интеллект. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):32–40. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-03.

Поступила в редакцию: 07.12.2023.

В окончательном варианте: 12.12.2023.

MODELS OF HEURISTIC BRAIN ACTIVITY AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE**V. M. Eskov^{1,a}, M. A. Filatov^{2,b}, T. V. Voronyuk^{2,c}, I. S. Samoilenko^{2,d}**¹ Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation² Surgut State University, Surgut, Russian Federation^a firing.squad@mail.ru, ^b filatovmik@yandex.ru, ^c kosolty@list.ru, ^d samojlenko_is@surgu.ru

Abstract: in human cognitive processes, we encounter the generation and handling of two types of information: the objectively new and the subjectively new. The pursuit of creating artificial intelligence places a primary emphasis on the first type, the creation of objectively new information. In this context, such artificial systems can potentially serve as effective replacements for human cognitive abilities. The study delves into two novel operational modes of artificial neural networks, inspired by the functioning of the human brain. It was discovered that integrating these modes into existing neural networks enables us to simulate the heuristic functioning of the brain. As a result, these intelligent systems demonstrate proficiency in tackling challenges related to system synthesis and the identification of order parameters. Presently, these problems lack formalization in mathematics and do not possess a universally accepted solution.

Keywords: chaos, stochastics, brain cognitive effects, Eskov-Zinchenko effect.

Cite this article: Eskov V. M., Filatov M. A., Voronyuk T. V., Samoilenko I. S. Models of Heuristic Brain Activity and Artificial Intelligence. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):32–40. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-03.

Original article submitted: 07.12.2023.

Revision submitted: 12.12.2023.

Введение

Понятие интеллектуальной деятельности до настоящего времени не формализовано и не имеет четких границ. В психологии и биологии существует понятие познавательной (когнитивной) деятельности. В этом случае человек создает для себя новую информацию (это субъективно новые знания) или создает объективно новые знания. В последнем случае такая деятельность связана с общим развитием

человечества. Однако сама эта деятельность также имеет два разных аспекта. Новые знания могут конструироваться логично (в рамках алгоритмов и науки) или становятся результатом эвристической работы мозга исследователя [1–6].

В последнем случае эти знания перепроверяются (всеми) и получают общий статус новых знаний для всего человечества. В этом процессе очень важно понимать научность знаний и возможность их описывать (создавать алгоритмы, модели, теории). В любом случае такие знания имеют определенный алгоритм для их получения. Они могут быть описаны в рамках современной науки [5–7, 13].

В последние годы появилось новое направление в области изучения новой информации (и любых знаний) на базе искусственных нейросетей (ИНС). Обычно ИНС выполняют когнитивные функции человека в рамках разделительных операций. Например, ИНС решает задачу распознавания образов (портретов, голоса человека и т. д.). Все это разделительные операции [3, 4].

Возникает закономерный вопрос о возможностях ИНС в моделировании эвристической работы мозга человека. При этом остается без четкого определения сама эта эвристическая деятельность мозга. Можно ли как-то формально определить эвристическую деятельность мозга и можно ли ее моделировать?

Подчеркнем, что до настоящего времени такая задача (модели эвристической деятельности мозга) могла решаться только в рамках и в аспекте постановки проблемы системного синтеза. Это новое направление в математике и во всей науке, которое связано с отысканием параметров порядка, русел и джокеров. В системном синтезе пока нет формальных (общих) моделей и методов нахождения параметров порядка, русел и джокеров [3, 4, 9–11]. Данное сообщение представляет такие модели решения проблемы системного синтеза в биомедицине [4, 14–17].

Классификация когнитивной деятельности мозга. Место модели эвристической деятельности мозга в этой классификации

Рождение человека и формирование его интеллекта протекает в активной интеллектуальной деятельности его мозга [4, 9, 12, 16, 19]. Эта деятельность требует адаптации человека в окружающем его мире и в непрерывных попытках прогноза будущей ситуации, в которой человек может находиться через первые после рождения секунды и через многие дни и годы.

Очевидно, что роль прогноза играет решающее значение и в жизни всего человечества, которое постоянно пытается спрогнозировать свое состояние и состояние окружающей среды обитания. Для этих целей человечество создало науку, которая базируется на пяти (фундаментальных) принципах своей деятельности. Иными словами, сейчас необходимо четко представлять эти пять базовых принципов науки и научности знаний, которые являются объективно новыми [3, 4].

Без науки и понимания научности знаний мы не можем прогнозировать свое будущее и жизнь человека и человечества. В противном случае все мы окажемся в хаосе (в полной неопределенности нашего будущего) [6–11]. В целом любой человек оперирует (в ходе своей когнитивной деятельности) двумя типами знаний (и информации): субъективно новые знания и объективно новые знания. В итоге эти знания используются при принятии различных решений. Однако сами эти решения должны базироваться на прогнозах происходящих процессов (событий).

Вершиной таких прогнозов является научный прогноз. Он базируется на накопленных (всем человечеством) знаниях и включает в себя пять принципов научности знаний. Напомним эти принципы (или условия) научности знаний. Во-первых, наука оперирует с повторяющимися процессами. Эти повторения могут быть двух типов: естественно повторяющиеся (смена дня и ночи, например) и искусственно воспроизводимые. В последнем случае человек создает особые условия и процесс может быть повторен несколько раз.

В целом это два разных понятия: повторяющиеся без участия человека процессы и воспроизведенные с помощью человека. Сами эти два процесса должны быть в науке формализованы. Это значит, что существуют теории (модели, методы), которые описывают сам процесс и его завершение (наличие абстрактного аппарата). Итогом этих трех признаков должен быть научный прогноз будущего состояния системы (процесса). Вся наука нацелена на описание прихода будущего, для этого в детерминизме работают причинно-следственные связи. Прогноз является четвертым и главным признаком научности знаний.

Любой процесс в науке должен быть повторяемым, воспроизводимым, научно прогнозируемым, и при этом для такого прогноза используются различные теории, процессы, методы. Это четыре

фундаментальных принципа научности знаний. Без них нет науки.

Пятый принцип научности знаний – это релятивизм. В науке всегда есть возможность отрицания предыдущих знаний, теорий, методов, моделей. В религии нет этого принципа, как нет и первых четырех принципов. В этом случае любая религия – это антинаука, она отрицает пять признаков (принципов) научности знаний [4, 9].

Эти пять принципов составляют основу научности знаний. Если принципы не повторимы и не воспроизводимы, то эти процессы (явления, события и т. д.) не могут быть изучены наукой. По крайней мере, в рамках современной детерминистской и стохастической науки.

Повторяемость, воспроизводимость, наличие формальных теорий (абстракций), прогнозируемость и релятивизм (возможность сравнения предыдущих теорий и новых) доказывают научность знаний. При этом всякие знания являются объективно новыми до их открытия в науке. В работе мозга главная проблема заключается именно в создании новых знаний, т. к. именно они имеют ценность для всего человечества, на них базируется развитие науки.

Сам механизм получения таких новых знаний базируется на двух, принципиально разных когнитивных процессах. Во-первых, получение новых знаний может быть алгоритмизируемым процессом. В этом случае имеются логические заключения и выводы, которые приводят к новым знаниям. На этом основана работа любого ученого (но не криэйтора). Однако эвристическая деятельность мозга и системы искусственного интеллекта [14–19] работают иначе.

Кроме алгоритмизируемых задач в сферу деятельности искусственного интеллекта входят и задачи, которые не могут быть решены на основе алгоритмов. Впервые человечество столкнулось с такими задачами при распознавании образов. Оказалось, что узнать портрет человека, его голос и т. д. практически невозможно в рамках алгоритмизируемых систем искусственного интеллекта. Поэтому для этих целей наука создала ИНС. В основе их работы лежат принципы работы реальных нейросетей мозга.

Однако обычно ИНС работает по определенным алгоритмам, но это касается самой настройки ИНС. Сама же процедура распознавания образов происходит не как алгоритмизированный процесс. Создать алгоритмы, которые было бы можно реализовать в рамках обычной цифровой или аналоговой системы (ЭВМ) для задач распознавания образов невозможно.

Поэтому человечество пошло по пути создания и развития ИНС. Однако в самих этих ИНС (и их нейроэмуляторах – нейро-ЭВМ) используется на сегодняшний день очень малое число реальных свойств биологических нейронных сетей (головного мозга человека). Человечество при создании нейро-ЭВМ пошло по пути уже известных знаний, и очень слабо использует реальную работу нейросетей головного мозга человека.

В целом, до настоящего времени все ЭВМ работали в алгоритмизируемом режиме и решали задачи, которые могли описывать и прогнозировать в детерминистской и стохастической науке. Проблема распознавания образов не относится к этому типу задач. Поэтому включение в работу ИНС, которые частично моделировали работу нейросетей мозга, крайне необходимо. В итоге задача распознавания образов была решена. Это первый пример выхода искусственного интеллекта (в виде ИНС) за пределы детерминистской и стохастической науки.

Что такое эвристика и может ли искусственный интеллект работать в эвристическом режиме?

В предыдущем параграфе мы указали на возможность выхода за пределы детерминистской и стохастической науки при решении задач распознавания образов на базе ИНС. Однако в психологии и биомедицине говорят об эвристике, когда принципиальное решение задачи не может быть основано на алгоритмах, т. е. на методах и моделях детерминистской и стохастической науки. Возникает закономерный вопрос: существуют ли в природе объекты, которые не могут изучаться в рамках детерминистской и стохастической науки? До настоящего времени таких объектов было очень мало [4, 8, 9, 14–19].

Ответ на этот вопрос требует точного количественного (математического) доказательства реальности таких объектов. Пока мы говорили только о задаче распознавания образа (это единственный пример в науке). Однако еще в 1947 г. выдающийся биомеханик Н. А. Бернштейн предложил гипотезу о повторении без повторений в биомеханике. Через год один из основоположников теории информации W. Weaver предложил общую классификацию систем и наук, в которой биосистемы были выведены за пределы детерминистской и стохастической науки [15].

В истории человечества это была первая работа, в которой представлены живые системы как не объекты детерминистской и стохастической науки. Очевидно, что при доказательстве гипотезы W. Weaver мы сразу получаем огромное количество объектов (систем), которые не могут быть описаны с помощью теории динамических систем и методов стохастики.

Ровно через 50 лет, как и предсказывал W. Weaver в своей работе, мы подошли к доказательству этих двух гипотез и доказали невозможность описания биосистем (систем третьего типа — по W. Weaver) в рамках детерминистской и стохастической науки. Мы продолжили логику рассуждений W. Weaver, который говорил о *complexity* для систем 2-го типа [15].

Для изучения систем 2-го типа мы уже не можем работать с одной точкой $x(t_x)$ — конечного состояния вектора состояния систем 2-го типа в виде $x = x(t) = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ в m -мерном фазовом пространстве состояний. Для непрерывных случайных величин (а биосистемы всегда непрерывные случайные величины) мы не можем точно повторить точку $x(t_x)$ в фазовом пространстве состояний. В этом случае мы работаем с выборками, которые получаются после многих повторов процесса.

С системами 3-го типа все гораздо сложнее. Теперь уже мы не можем повторить не только конечную, т. е. одну точку $x(t_x)$ в фазовом пространстве состояний, но и целая выборка точек тоже уже не может быть повторена. Это доказано в новом эффекте Еськова–Зинченко (ЭЕЗ). Как одна точка неповторима для систем 2-го типа, так и одна выборка не может быть повторена для любого пространства $x_i(t)$ для биосистемы. Любая выборка $x(t_x)$ уникальна. Именно об этом пытался сказать в 1948 г. W. Weaver: «These new problems, moreover, cannot be handled with the statistical techniques so effective in describing behavior in problems of disorganized complexity».

These new problems, and the future of the world depends on many of them, requires science to make a third great advance an advance that must be even greater than the nineteenth-century conquest of problems of simplicity or the twentieth-century victory over problems of disorganized complexity. Science must, over the next 50 years, learn to deal with these problems of organized complexity» [22].

Очевидно, что такое доказательство гипотезы Weaver потребовало от нас более 20 лет упорного труда и многократных повторных регистраций треморограмм, теппинграмм, электромиограмм, кардиоинтервалов и еще 14 параметров сердечно-сосудистой системы. Оказалось, что при 15 повторениях повторных регистраций любых параметров организма человека повторить выборку $x_i(t)$ нельзя [4, 15, 16].

Любая выборка любого параметра $x_i(t)$ функций организма статистически неповторима. Если выборка уникальна, то распадается причинно-следственная связь во всех науках о живых системах. В итоге мы приходим к выводу о бесполезности использования методов стохастики в изучении биосистем. Детерминистская и стохастическая науки не могут описывать системы 3-го типа [4, 9–12].

Различные функциональные системы организма человека не могут работать в рамках стохастики (и тем более в рамках теории хаоса-самоорганизации). Любая выборка любого параметра организма человека является уникальной. Она не может дать прогноз на будущее состояние биосистемы. Появляются глобальные *Uncertainty* и *Complexity* для всех наук [9]. Если процесс неповторим (даже статистически) и он не может быть прогнозируемым, то такие системы, представляющие этот процесс, не могут быть объектом современной науки (детерминистская и стохастическая наука). Weaver предлагал создать третью новую (после детерминистской и стохастической науки) науку о биосистемах, сейчас мы сами такую науку создаем в рамках теории хаоса-самоорганизации [4].

Мы можем доказать особые свойства систем 3-го типа, создать новые понятия, новые модели и новую теорию. Все это мы сейчас создаем. Оказалось, что в рамках теории хаоса-самоорганизации возможно и моделирование эвристической работы мозга человека. При этом традиционная наука (детерминистская и стохастическая наука) этого выполнить не может из-за эффекта Еськова–Зинченко (уникальность выборов) [9–12, 14–19].

Многочисленные исследования (было проанализировано более 20000 человек и более одного миллиона выборов) показали, что источником такой *Uncertainty* и *Complexity* биосистем, т. е. эффекта Еськова–Зинченко, является сам мозг человека. Оказалось, что нейросети мозга работают в режиме статистической неустойчивости [16, 17]. Это общее свойство всех биосистем.

Если у одного и того же человека 15 раз подряд (с одной точки отведения) зарегистрировать 15 отрезков электроэнцефалограмм и затем их статистически сравнить, то из 105 разных пар сравнения выборки электроэнцефалограмм только 30–35% пар будут статистически совпадать. Остальные 65–

70% статистически не совпадают. Мозг непрерывно генерирует изменения выборок, а периферия – электромиограммы – усиливает этот эффект. Для примера мы представляем типичную матрицу парных сравнений выборок электроэнцефалограмм одного и того же человека. В таблице 1 внесены критерии Вилкоксона p_{ij} для i -й и j -й пар сравнения выборок электроэнцефалограмм. Если $p_{ij} \geq 0,05$, то эти две выборки электроэнцефалограмм могут иметь одну общую генеральную совокупность. Из таблицы 1 следует, что число таких пар невелико, $k_1 = 33$. Напомним, что в статистике требуют 95% (и более) совпадений.

Во всех наших матрицах парных сравнений это число k пар, для которых $p_{ij} \geq 0,05$, было невелико, $k_1 \leq 35\%$ от всех 105 пар (разных) сравнений электроэнцефалограмм. Это доказывает отсутствие статистической устойчивости выборок электроэнцефалограмм (в виде эффекта Еськова–Зинченко). Работать с такими статистически неустойчивыми (уникальными) выборками дальше невозможно (в рамках детерминистской и стохастической науки).

Таблица 1

Матрица парных сравнений параметров электроэнцефалограмм одного и того же здорового человека (15 выборок электроэнцефалограмм подряд) без воздействий (канал Т6 – Ref, число совпадений $k_1 = 33$) [21]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		0.00	0.32	0.05	0.10	0.64	0.01	0.55	0.00	0.28	0.31	0.00	0.90	0.00	0.00
2	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.58
3	0.32	0.00		0.75	0.00	0.03	0.67	0.19	0.00	0.01	0.30	0.02	0.10	0.00	0.00
4	0.05	0.00	0.75		0.00	0.07	0.83	0.00	0.00	0.00	0.06	0.03	0.04	0.00	0.00
5	0.10	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.41	0.38	0.66	0.03	0.00	0.21	0.00	0.00
6	0.64	0.00	0.03	0.07	0.00		0.21	0.86	0.00	0.21	0.52	0.00	0.66	0.00	0.00
7	0.01	0.00	0.67	0.83	0.00	0.21		0.02	0.00	0.00	0.01	0.19	0.00	0.00	0.00
8	0.55	0.00	0.19	0.00	0.41	0.86	0.02		0.08	0.93	0.15	0.00	0.97	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.38	0.00	0.00	0.08		0.06	0.00	0.00	0.07	0.00	0.01
10	0.28	0.00	0.01	0.00	0.66	0.21	0.00	0.93	0.06		0.00	0.00	0.36	0.00	0.00
11	0.31	0.00	0.30	0.06	0.03	0.52	0.01	0.15	0.00	0.00		0.00	0.05	0.00	0.00
12	0.00	0.00	0.02	0.03	0.00	0.00	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00
13	0.90	0.00	0.10	0.04	0.21	0.66	0.00	0.97	0.07	0.36	0.05	0.00		0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00
15	0.00	0.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	

Однако при этом мы сразу получаем два особых свойства нейросетей мозга, которые никто и никогда не использовал в работе ИНС. Мы сейчас говорим о хаосе (см. табл. 1) и о непрерывных (и хаотичных) реверберациях в активности нейросетей мозга. Эти два свойства пока не используются в искусственных нейронных сетях.

Модели эвристики на ИНС

В предыдущем параграфе мы говорили о хаосе в работе любых функций организма и, в частности, о хаосе в работе нейросетей мозга. При этом биопотенциалы мозга в виде электроэнцефалограмм демонстрируют непрерывную активность. Невозможно получить $dx/dt = 0$ и $x(t) = const$. В этом случае мозг уже будет мертвым (нет электроэнцефалограммы – нет и живого мозга). Непрерывный хаос и непрерывные реверберации – это два основных свойства нейросетей мозга, которые до настоящего времени не использовались никем в работе ИНС.

Оказалось, что если эти два новых свойства (принципа работы нейросетей мозга) ввести в работу ИНС, то мы получим новое качество и новые методы для изучения самих биосистем. Действительно, выше мы говорили о неопределенности 2-го типа, когда любая выборка $x_i(t)$ уникальна для систем 3-го типа. Детерминистская и стохастическая наука не может предложить решение этой проблемы [9].

Однако для биосистемы в теории хаоса-самоорганизации возникают и неопределенности 1-го типа. Никакая система искусственного интеллекта в рамках программ ЭВМ здесь уже не работает. Возникает серьезная проблема диагностики различий в состоянии систем 3-го типа, если имеется неопределенность 1-го типа.

Эту проблему можно решать только методами реальной эвристики, когда наука не работает, а мозг различает. В этом случае мы предлагаем использовать новые методы работы ИНС. Подчеркнем еще раз, что мы говорим о новой науке и новых методах эвристики, в том случае, когда традиционная детерминистская и стохастическая наука не работает и методы статистики совершенно бесполезны [3, 4]. Рассмотрим конкретный пример из промышленной экологии, который типичен для всей биомедицины [22].

При изучении эффектов действия слабых промышленных электромагнитных полей на организм человека мы регистрировали глобальную неопределенность 1-го типа. Изучались группы мужчин (до 35 лет и старше 35 лет без действия слабых промышленных электромагнитных полей) и две группы женщин (с аналогичными данными). Следующие четыре группы (две мужские и две женские) были в условиях действия слабых промышленных электромагнитных полей. Регистрировали 6 параметров (выборок) сердечно-сосудистой системы [20].

В итоге была рассчитана табл. 2, в которой представлены результаты статистического сравнения выборок этих шести параметров сердечно-сосудистой системы. Эти сравнения производились попарно между мужчинами (М) и женщинами (Ж) для одинаковых возрастов. В итоге эта табл. 2 показала почти полное совпадение выборок всех 6 параметров сердечно-сосудистой системы. Из 24 разных пар сравнения только две пары показали различия. Остальные 22 пары выборок статистически совпадали. Это значит, что только 8% пар различаются статистически.

В 92% пары статистически совпадали и это доказывает реальность неопределенности 1-го типа (табл. 2).

Однако применение ИНС в двух особых режимах (хаос начальных весов w_{i0} всех диагностических признаков $x_i(t)$ и многократные реверберации ИНС — новые настройки с новыми w_{i1}) показало существенные различия для всех 4 пар по всем 6 признакам сердечно-сосудистой системы. Подчеркнем, что различия в весах w_i признаков $x_i(t)$ позволяет нам находить параметры порядка — главные диагностические признаки x_i^* .

Таблица 2

Матрица парных сравнений параметров variability сердечного ритма гендерных групп (сравниваемых мужских – М и женских – F групп), одинаковых по возрасту и влиянию производственных факторов [21]

Группы \ Параметры	CI	SIM	PAR	SSS	SDNN	INB
М ₁ Ж ₁	0,712	0,019*	0,244	0,954	0,168	0,076
М ₂ Ж ₂	0,337	0,148	0,541	0,204	0,024*	0,561
М ₃ Ж ₃	0,655	0,377	0,854	0,393	0,362	0,479
М ₄ Ж ₄	0,204	0,244	0,065	0,118	0,734	0,101

Примечания: М₁ — мужчины до 35 лет без воздействия источников электромагнитных полей, М₂ — мужчины после 35 лет без воздействия источников электромагнитных полей; М₃ — мужчины до 35 лет под воздействием источников электромагнитных полей, М₄ — мужчины после 35 лет под воздействием источников электромагнитных полей; Ж₁ — женщины до 35 лет без воздействия источников электромагнитных полей, Ж₂ — женщины после 35 лет без воздействия источников электромагнитных полей; Ж₃ — женщины до 35 лет под воздействием источников электромагнитных полей, Ж₄ — женщины после 35 лет под воздействием источников электромагнитных полей; p — достигнутый уровень значимости (при критическом уровне $p < 0,05$); * — группы p статистически принадлежат к разным генеральным совокупностям.

Здесь: CI — кардиоинтервал; показатель симпатической вегетативной нервной системы — SIM; показатель парасимпатической вегетативной нервной системы — PAR; частота сердечных сокращений — SSS; стандарт отклонения для кардиоинтервалов — SDNN; индекс Баевского — INB.

В таблице 3 мы представляем итоговый статистический расчет для всех четырех пар по всем 6 параметрам $x_i(t)$. Очевидно, что для первой пары М₁–Ж₁ параметрами порядка являются признаки: SIM с $w_2 \geq 0,718 \pm 0,279$ и INB с $w_6 \geq 0,706 \pm 0,238$. Остальные 4 признака малозначимые. Для остальных пар мы имеем другие параметры (главные). Например, для пары М₄–Ж₄ параметр PAR с $w_3 \geq 0,734 \pm 0,263$.

В целом ИНС не только разрешает неопределенность 1-го типа, но она выделяет главные диагностические признаки. Этого детерминистская и стохастическая наука (вся стохастика) сделать не может, т. к. статистика показывает почти полное совпадение пар выборок. Фактически мы говорим сейчас о невозможности алгоритмизировать (в рамках детерминистской и стохастической науки) задачу

Таблица 3

Результаты статистической обработки значений весов ω_i после 50 итераций, выборки $x_i(t)$ для групп сравнения мужчин и женщин 1–4 [21]

Группы сравнения	ω_i	CI	SIM	PAR	SSS	SDNN	INB
M ₁ F ₁	$M \pm \sigma$	0,457 ± 0,223	0,718 ± 0,279	0,465 ± 0,270	0,427 ± 0,222	0,642 ± 0,283	0,706 ± 0,238
M ₂ F ₂	$M \pm \sigma$	0,551 ± 0,253	0,637 ± 0,248	0,527 ± 0,257	0,655 ± 0,241	0,685 ± 0,268	0,568 ± 0,241
M ₃ F ₃	$M \pm \sigma$	0,641 ± 0,263	0,655 ± 0,266	0,507 ± 0,219	0,508 ± 0,254	0,729 ± 0,249	0,662 ± 0,278
M ₄ F ₄	$M \pm \sigma$	0,548 ± 0,259	0,613 ± 0,263	0,734 ± 0,263	0,582 ± 0,235	0,504 ± 0,208	0,656 ± 0,254

разрешения неопределенности 1-го типа.

Новые режимы работы ИНС позволяют нам формализовать задачи системного синтеза. Применение ИНС позволило не только разделить выборки, но и найти параметры порядка, т. е. главные диагностические признаки. На сегодня эта задача системного синтеза не формализована и не решена во всей математике. Главная причина в этом – отсутствие статистических различий $x_i(t)$.

Обсуждение

Последние 100–150 лет вся биомедицина, психология, экология, и другие науки о живых системах активно использовали методы статистики. Однако в 1948 г. W. Weaver предложил вывести все биосистемы (системы 3-го типа) за пределы детерминистской и стохастической науки. Только спустя 50 лет (как и прогнозировал W. Weaver) была доказана его гипотеза в виде эффекта Еськова–Зинченко [4, 8, 9, 15].

Двадцать лет назад начала формироваться новая наука — теория хаоса-самоорганизации. В ней вводятся новые понятия и новые законы. Появляются неопределенности 2-го типа (они глобальны для всех систем 3-го типа), которые выносят все биосистемы за пределы детерминистской и стохастической науки. В этом случае требуются новые теории и новые модели для систем 3-го типа [12, 15–19].

Однако еще в начале XX века появились (и активно внедряются) ИНС, которые формализовали первую (не алгоритмизируемую) задачу по распознаванию образов. Очевидно, что детерминистские и стохастические науки и программы ЭВМ (на их основе) такие задачи выполнить не могут, но мозг человека легко различает портреты (и голоса) разных людей. Мозг, его нейросеть легко решают эти задачи.

Созданные человеком ИНС тоже решают такие задачи распознавания образов, и поэтому они тоже являются имитаторами работы мозга человека. Однако новая теория хаоса-самоорганизации вводит особые понятия неопределенностей 1-го и 2-го типов. Разрешать эти неопределенности в рамках традиционной детерминистской и стохастической науки уже невозможно. Эти задачи диагностики статистика не формализует [9, 15–19].

В этом случае нужна другая (новая) наука и новые методы и модели. Для разрешения неопределенностей 2-го типа разработаны методы расчета матриц парных сравнений выборок и методы расчета параметров псевдоаттракторов. Они раскрывают неопределенность 2-го типа и даже находят параметры порядка (на основе расчета межаттракторных расстояний) [3, 4].

Неопределенность 1-го типа раскрывается с помощью ИНС в двух особых режимах. Эти режимы мы установили при изучении особенностей поведения выборок электроэнцефалограмм. Оказалось, что выборки электроэнцефалограмм (как и треморограмм, теппинграмм, электромиограмм, кардиоинтервалов и т.д.) являются уникальными. Их очень сложно статистически повторить. Следовательно, мозг работает в хаотичном режиме. Мы ввели в работу ИНС хаос в виде задания (хаотического) начальных весов ω_{i0} для признаков $x_i(t)$ из интервала $\omega_{i0} \in (0, 1)$. Одновременно мы заставили ИНС реверберировать, т. е. многократно повторять настройки [4, 9, 15–19].

В итоге хаос и многократные реверберации позволили решать задачи разделения выборок диагностических признаков $x_i(t)$. В этом случае мы можем устанавливать различия в состояниях биосистем — систем 3-го типа (у нас на примере сердечно-сосудистой системы) в тех случаях, когда статистика не работает. В таблице 2 мы показали почти полное совпадение выборок $x_i(t)$, но в таблице 3 ИНС полностью разделила их.

Подчеркнем, что такая задача (при неопределенности 1-го типа) не формализована в детерминистской и стохастической науке, а ИНС ее решает. При этом находятся параметры порядка — главные диагностические признаки. Это уже модель работы мозга в эвристическом режиме. Алгоритмы не работают, но ИНС (и мозг) решает задачу разделения состояний биосистемы (у нас параметры сердечно-сосудистой системы). Мы формализовали задачу системного синтеза и находим параметры порядка, что во всей современной математике пока не формализовано (нет решений).

Выводы

Более 70 лет назад W. Weaver предложил вывести все биосистемы за пределы современной науки (детерминистских и стохастических наук). Двадцать лет назад мы доказали, почему это надо выполнить, и начали создавать новую теорию хаоса–самоорганизации. В рамках этой новой теории возникла неопределенность 2-го типа (эффект Еськова–Зинченко) и неопределенность 1-го типа.

Последняя неопределенность не может быть решена в рамках статистики, т. к. статистика показывает совпадения выборок, а реально они должны различаться. В конце XX века начали активно внедрять ИНС в науку и повседневную жизнь. При этом была решена первая не алгоритмизируемая проблема (распознавания образов). С доказательством эффекта Еськова–Зинченко и возникновением неопределенности 1-го типа возникла 2-я глобальная проблема.

Раскрытие неопределенности 1-го типа в рамках детерминистской и стохастической науки невозможно, и мы применили хаос (в виде эффекта Еськова–Зинченко для электроэнцефалограмм) и многократные реверберации в работе ИНС. В итоге мы не только решили задачу разделения состояний биосистем, но и решили задачу системного синтеза. ИНС в новом режиме может находить параметры порядка, что до настоящего времени не решается во всей биомедицине, экологии, психологии и других науках о живых системах.

Фактически ИНС в двух новых режимах демонстрирует эвристическую работу мозга (находит параметры порядка, когда детерминистская и стохастическая наука этого сделать не может). Возникают новые (особые) перспективы в развитии искусственного интеллекта применительно к системам 3-го типа. Последние (биосистемы — системы 3-го типа) вообще невозможно изучать в детерминистской и стохастической науках из-за эффекта Еськова–Зинченко. Поэтому модели эвристики на базе ИНС имеют большие перспективы именно в биокибернетике и медицинской кибернетике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Haken H. *Principles of Brain Functioning: a Synergetic Approach to Brain Activity, Behavior and Cognition*. Springer Series in Synergetics. Springer; 1995. 349 p.
2. Albert S. T., Hadjiosif A. M., Jang J., Zimnik A. J., Soteropoulos D. S., Baker S. N., Churchland M. M., Krakauer J. W., Shadmehr R. Postural Control of Arm and Fingers through Integration of Movement Commands. *Elife*. 2020;9:1–35.
3. Vokhmina Y. V., Eskov V. M., Gavrilenko T. V., Filatova O. E. Measuring Order Parameters Based on Neural Network Technologies. *Measurement Techniques*. 2015;58(4):462–466. DOI: 10.1007/S11018-015-0735-X.
4. Eskov V. V., Pyatin V. F., Filatova D. Yu., Bashkatova Yu. V. *Khaos parametrov gomeostaza serdechno-sosudistoi sistemy cheloveka [Chaos of homeostasis parameters of the human cardiovascular system]*. Samara: Publishing house of Porto-Print LLC; 2018. 312 s.
5. Menskii M. B. Concept of Consciousness in the Context of Quantum Mechanics. *Physics-Uspekhi*. 2005;48(4):389. DOI: 10.3367/UFNr.0175.200504c.0413.
6. Menskii M. B. Quantum Measurements, the Phenomenon of Life, and Time Arrow: Three Great Problems of Physics (in Ginzburg's Terminology) and Their Interrelation. *Physics-Uspekhi*. 2007;50(4):397. DOI: 10.3367/UFNr.0177.200704j.0415.
7. Penrose R. *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Mind and Laws of Physics*. Oxford University Press; 1989.
8. Betelin V. B., Eskov V. M., Galkin V. A., Gavrilenko T. V. Stochastic Volatility in the Dynamics of Complex Homeostatic Systems. *Doklady Mathematics*. 2017;95(1):92–94. DOI: 10.1134/S1064562417010240.

9. Eskov V. V., Filatova D. Y., Ilyashenko L. K., Vochmina Y. V. Classification of Uncertainties in Modeling of Complex Biological Systems. *Moscow University Physics Bulletin*. 2019;74(1):57–63. DOI: 10.3103/S0027134919010089.
10. Eskov V. V., Orlov E. V., Gavrilenko T. V., Manina E. A. Capabilities of Artificial Neuron Networks for System Synthesis in Medicine. *Cybernetics Perspectives in Systems. CSOC 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 503. Springer; 2022. DOI: 10.1007/978-3-031-09073-8_16.
11. Zilov V. G., Khadartsev A. A., Eskov V. V., Ilyashenko L. K., Kitanina K. Yu. Examination of Statistical Instability of Electroencephalograms. *Bulletin of Experimental Biology and Medicine*. 2019;168(7):5–9. DOI: 10.1007/s10517-019-04633-7.
12. Zaslavsky B. G., Filatov M. A., Eskov V. V., Manina E. A. Non-Stationary States in Physics and Biophysics. *Russian Journal of Cybernetics*. 2020;1(2):61–67.
13. Hill A. V. Why Biophysics? *Science*. 1956;124(3234):1233–1237.
14. Eskov V. V. Modeling of Biosystems from the Stand Point of “Complexity” by W. Weaver and “Fuzziness” by L. A. Zadeh. *Journal of Physics Conference Series*. 2021;1889(5):052020. DOI:10.1088/1742-6596/1889/5/052020.
15. Гавриленко Т. В., Мельникова Е. Г., Кухарева А., Коннов П. Е. Физико-математическая аргументация для отрицания базовой гипотезы М. Б. Менского. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2023;2:68–79. DOI: 10.12737/2306-174X-2023-2-54-67.
16. Filatova O. E., Bashkatova Yu. V., Shakirova L. S., Filatov M. A. Neural Network Technologies in System Synthesis. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2021;1047:012099. DOI: 10.1088/1757-899X/1047/1/012099.
17. Grigorenko V. V., Bashkatova Yu. V., Shakirova L. S., Egorov A. A., Nazina N. B. New Information Technologies in the Estimation of Stationary Modes of the Third Type Systems. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;052034. DOI:10.1088/1757-899X/862/5/052034.
18. Orlov E. V., Filatova O. E., Galkin V. A., Chempalova L. S. The Prospects of New Invariants Creating in Biocybernetics. *AIP Conference Proceedings*. 2023;2700:040056. DOI: 10.1063/5.0138430.
19. Gazya G. V., Eskov V. V., Gavrilenko T. V. Neural Network Technologies in Industrial Ecology. *AIP Conference Proceedings*. 2023;2700:050033. DOI: 10.1063/5.0125298.
20. Boltaev A. V., Gazya G. V., Khadartsev A. A., Sinenko D. V. The Electromagnetic Fields Effect on Chaotic Dynamics of Cardiovascular System Parameters of Workers of Oil and Gas Industry. *Human Ecology (Ekologiya Cheloveka)*. 2017;8:3–7.
21. Еськов В. М., Филатов М. А., Газя Г. В., Стратан Н. Ф. Возможности создания искусственного интеллекта на базе искусственных нейросетей. *Успехи кибернетики*. 2021;2(3):44–52. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-3-6.
22. Weaver W. Science and Complexity. *American Scientist*. 1948;36:536.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-04

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ АППРОКСИМАЦИИ И ИНТЕРПОЛЯЦИИ

А. Д. Смородинов^{1,2,a}, Т. В. Гавриленко^{1,2,b}, В. А. Галкин^{1,2,c}

¹ Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9324-1844>, ✉ Sachenka_1998@mail.ru

^b ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

^c ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9721-4026>, email: val-gal@yandex.ru

Аннотация: в статье проведено исследование теоретической базы искусственных нейронных сетей. Изучалось теоретическое обоснование возможности аппроксимации функций многих переменных суперпозицией функций одной переменной. Рассмотрены основные универсальные теоремы аппроксимации, представленные и доказанные к настоящему моменту зарубежными и отечественными авторами. Рассмотрены теоремы аппроксимации, в которых представлено необходимое количество нейронов в слое — ограничение по ширине; теоремы, в которых показано необходимое количество слоев в нейронной сети — ограничение по глубине; теоремы, в которых авторы доказывают минимальные границы одновременно для количества слоев в сети и количества нейронов на слое — ограничения по глубине и ширине.

Ключевые слова: универсальная теорема аппроксимации, теорема Колмогорова—Арнольда, теорема Цыбенко, аппроксимация функций, искусственные нейронные сети.

Для цитирования: Смородинов А. Д., Гавриленко Т. В., Галкин В. А. Теоретические основы искусственных нейронных сетей для решения задачи аппроксимации и интерполяции. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):41–53. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-04.

Поступила в редакцию: 13.12.2023.

В окончательном варианте: 20.12.2023.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORK APPLICATION TO APPROXIMATION AND INTERPOLATION PROBLEMS

A. D. Smorodinov^{1,2,a}, T. V. Gavrilenko^{1,2,b}, V. A. Galkin^{1,2,c}

¹ Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9324-1844>, ✉ Sachenka_1998@mail.ru

^b ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

^c ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9721-4026>, val-gal@yandex.ru

Abstract: we studied the theoretical foundations of artificial neural networks as applied to the possibility of approximating functions of many variables by superposition of functions of one variable. We considered the most important universal approximation theorems. We also studied the approximation theorems with the required number of neurons in a layer (width constraint) or the number of layers in a neural network (depth constraint), and the theorems in which their authors prove the existence of min bounds both for the number of layers and for the number of neurons per layer.

Keywords: universal approximation theorem, Kolmogorov-Arnold theorem, Tsybenko theorem, approximation of functions, artificial neural networks.

Cite this article: Smorodinov A. D., Gavrilenko T. V., Galkin V. A. Theoretical Foundations of Artificial Neural Network Application to Approximation and Interpolation Problems. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):41–53. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-04.

Original article submitted: 13.12.2023.

Revision submitted: 20.12.2023.

Одной из основных проблем массового применения систем, основанных на искусственных нейронных сетях (ИНС), является так называемый эффект черного ящика, при котором зачастую даже сами разработчики алгоритмов не имеют четких представлений о том, каким образом достигается результат. Кроме того, на данный момент четкие, теоретически обоснованные и, самое главное, структурированные правила конструирования и обучения ИНС отсутствуют. Существует большое количество эвристических правил, которые помогают разработчикам систем с ИНС, но нет правил, позволяющих гарантировать эффективное решение задачи или четкое достижение цели, что в некоторых случаях ведет к трагичным результатам. В качестве примера можно привести автокатастрофы с участием автомобилей Tesla, когда они «не видят» пешеходов или припаркованные грузовики.

Как отмечает академик В.Б. Бетелин [1], одной из причин слабой применимости систем на основе ИНС является отсутствие каких-либо теоретических обоснований устойчивости и сходимости ИНС, что в свою очередь не гарантирует получение надежного результата. На данный момент вопросы о возможностях ИНС, а также о необходимой размерности, структуре сети, правилах выбора функций активаций и определения весовых коэффициентов активно обсуждается в зарубежном научном сообществе. Целью данной работы является исследование теоретической базы ИНС для решения задачи аппроксимации.

Одной из основных работ, доказывающих возможность применения ИНС для задач аппроксимации функции многих переменных, является работа Колмогорова—Арнольда, в которой представлена одна из центральных теорем искусственного интеллекта — теорема Колмогорова—Арнольда [2]. Формулировка теоремы Колмогорова—Арнольда о представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одной переменной и сложения следующая.

Теорема Колмогорова—Арнольда

При любом целом $n \geq 2$ существуют такие определенные на единичном отрезке $E^1 = [0; 1]$ непрерывные действительные функции $\psi^{pq}(x)$, что каждая определенная на n -мерном единичном кубе E^n непрерывная действительная функция $f(x_1, \dots, x_n)$ представима в виде:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{q=2n+1} \chi_q \left[\sum_{p=1}^n \psi^{pq}(x_p) \right], \quad (1)$$

где функции $\chi_q(y)$ действительны и непрерывны.

Результат, показанный в этой работе, намного шире, чем общее решение 13 проблемы Гильберта на случай непрерывных функций (для алгебраических функций данная проблема остается нерешенной). Этой теоремой Колмогоров показал, что любую непрерывную функцию можно представить в виде суперпозиции функций одной переменной. Фактически данная теорема означает, что ИНС может аппроксимировать многомерную функцию.

Ниже представим ИНС, записанную по формуле (1).

Естественно, ИНС, построенная с помощью данной теоремы, не является общепринятой полносвязной ИНС, но именно эта теорема показывает возможность применения ИНС для решения задач аппроксимации. Также данная теорема неконструктивна, т. е. факт существования установлен, но вот алгоритм, который позволил бы найти вид функций χ_q и ψ^{pq} , не показан. Однако благодаря данной теореме уже можно говорить о таких характеристиках нейронной сети, как количество слоев и количество нейронов на слое.

Научное сообщество широко оценило эту работу, и уже спустя несколько лет появились исследования, дополняющие данную теорему. Так, в 1962 году Джордж Лоренц в математическом ежемесячнике опубликовал статью [3], в которой показал, что число внешних функций χ можно уменьшить до одной. Точнее, основываясь на теореме А.Г. Витушкина [4] о невозможности представления функций нескольких переменных суперпозициями функций меньшего числа переменных, показал, что существуют такие ψ^{pq} , при которых формулу (1) можно записать в следующем виде:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{q=2n+1} \chi \left[\sum_{p=1}^n \psi^{pq}(x_p) \right]. \quad (2)$$

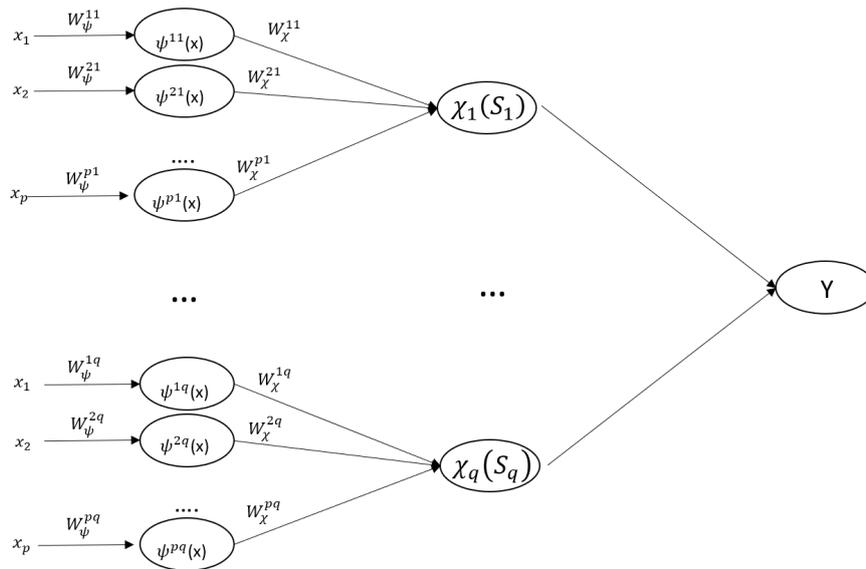


Рис. 1. Схема ИНС, сконструированной на основе теоремы Колмогорова–Арнольда

Но так же, как и в исходной работе Колмогорова, в работе Лоренца отсутствует конструктивная часть, т. е. неизвестен алгоритм построения (поиска) функций χ .

Дальнейшие работы показали возможность замены и внутренних функций на одну. Так, в [5] Д. Шпрехер представил теорему, которая содержит результат Колмогорова как частный случай.

Теорема Шпрехера

При любом целом $N \geq 2$ существует вещественная, монотонно возрастающая функция, $\psi(x) \in Lip[\frac{\ln 2}{\ln(2N+2)}]$, $\psi\mathcal{E} = \mathcal{E}(\mathcal{E}$ – декартово произведение $\mathcal{E}^n = \prod_{1 \leq p \leq n} \mathcal{E}_p$), зависящая от N и обладающая следующими свойствами: для каждого предварительно присвоенного номера $\delta > 0$ существует рациональное число ε , $\varepsilon < 0 \leq \delta$, такое, что для $2 \leq n \leq N$ каждая вещественная непрерывная функция от n переменных, $f(x)$, определенная на \mathcal{E}^n , имеет представление в виде:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{q=2n+1} \chi \left[\sum_{p=1}^n \lambda^p \psi(x_p + \varepsilon q) + q \right], \tag{3}$$

где функция χ действительна и непрерывна, а λ – константа, не зависящая от f .

Т. е. фактически Шпрехер показал, что для аппроксимации функции нескольких переменных достаточно двухслойной ИНС с одной функцией активации на слой, n нейронов со смещением на 1 скрытом слое и $2n+1$ нейронов со смещением на втором скрытом слое. Схема ИНС, построенной на основе данной теоремы, представлена на рисунке 2.

После был опубликован еще ряд исследований, в которых дорабатывали или критиковали теорему Колмогорова–Арнольда. Так, в работе [6] автор обобщил теорему Колмогорова–Арнольда на компактные метрические пространства. В [7] автор показывает, что в случаях сложных многовариантных функций данная теорема не выполняется. А в работе [8] обсуждают ограничения на практическое использование данной теоремы.

Наиболее интересную и значимую работу по исследованию данной теоремы провел в 1989 году Джордж Цыбенко (Кибенко) [9].

Прежде чем привести формулировку данной теоремы, необходимо дать некоторые определения.

Пусть I_n – n -мерный единичный куб, $C(I_n)$ – пространство непрерывных функций на I_n .

Пространство конечных знаковых регулярных борелевских мер на I_n обозначается как $M(I_n)$.

Определение 1. Говорят, что σ является дискриминационной функцией, если для меры $\mu \in M(I_n)$

$$\int_{I_n} \sigma(y^T x + \theta) d\mu(x) = 0.$$

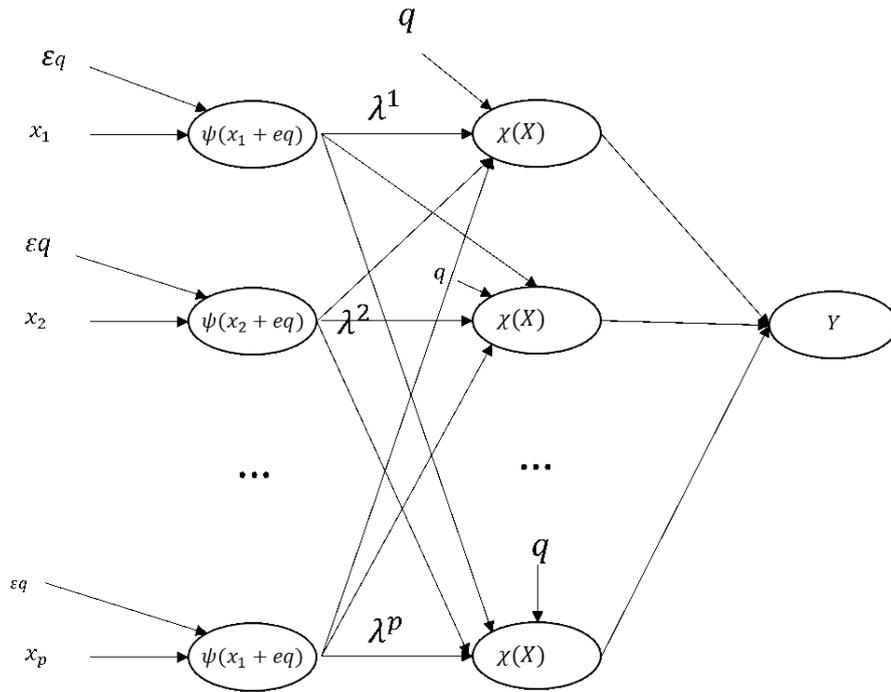


Рис. 2. Схема ИНС, основанной на теореме Шпрехера

Для всех $y \in R^n$ и $\theta \in R$ подразумевается, что $\mu = 0$.

Определение 2. Говорят, что σ — сигмоидальная функция, если:

$$\sigma(t) \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{при } t \rightarrow +\infty \\ 0 & \text{при } t \rightarrow -\infty \end{cases}.$$

Теорема Цыбенко

Пусть σ — произвольная непрерывная дискриминационная функция. Тогда конечная сумма вида

$$G(\vec{x}) = \sum_{j=1}^N a_j \sigma(y_j^T \vec{x} + \theta_j). \quad (4)$$

Плотная в $C(I_n)$. Другими словами: для $\forall f \in C(I_n)$ и $\varepsilon > 0 \exists \sum$ вида $G(x)$ (4), для которой

$$|G(x) - f(x)| < \varepsilon \quad \text{для } \forall x \in I_n.$$

Эта теорема в математической теории ИНС носит название универсальной теоремы аппроксимации. В настоящее время существуют различные результаты, сформулированные в виде теорем, которые показывают возможность использования ИНС в качестве универсальной аппроксимации. Данные теоремы можно условно разделить на три класса:

1. Аппроксимация с произвольным числом нейронов на слое (в некоторых источниках — случай произвольной ширины).
2. Аппроксимация с произвольным числом скрытых слоев (в некоторых источниках — случай произвольной глубины).
3. Аппроксимация с ограниченным числом нейронов и количеством скрытых слоев (в некоторых источниках — случай ограниченной глубины и ширины).

Случай произвольной ширины (и ограниченной глубины)

Теоремы, связанные с произвольной шириной, описывают возможности ИНС аппроксимировать функции с произвольным числом нейронов, но накладывают некоторые ограничения на глубину. К работам, в которых исследуется случай произвольной ширины, можно отнести [9–12]. Самой значимой из этих работ является работа Цыбенко [9] и его теорема, описанная выше. Данную теорему

можно отнести к случаю с произвольной шириной, т. к. авторы показывают, что при ограниченном количестве скрытых слоев (ограничено 1 слоем) и неограниченном количестве нейронов в слое ИНС может аппроксимировать функцию с заранее заданной точностью. В качестве функции активации на скрытом слое следует использовать сигмоидальную функцию.

Причем, как следует из леммы, представленной Цыбенко в работе [9], дискриминационной функцией является любая ограниченная измеримая сигмоидальная функция, в частности, любая непрерывная сигмоидальная функция.

Доказательства приведенных выше и всех последующих теорем и лемм достаточно объемны для приведения в данной работе. Отметим только, что при доказательстве теоремы Цыбенко использовались стандартные методы из функционального анализа, а также теорема Хана–Банаха и теорема представлений Рисса.

Теорема Цыбенко не была первой, но именно ее подразумевают под универсальной теоремой аппроксимации. За 2 года до этого в работе [10] К.-И. Фунохаши доказал теоремы, в которых также в качестве функций активации предлагалось использовать сигмоидальные функции, но количество скрытых слоев, необходимых для аппроксимации, больше одного. Приведем формулировки теорем, которые доказал Фунохаши, используя Фурье-анализ и теорию Пэли–Винера.

Общее замечание при рассмотрении теорем Фунохаши:

Пусть точки n -мерного евклидова пространства R^n обозначаются через $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ и норма \mathbf{x} определяется как $|\mathbf{x}| = (\sum_{i=1}^n x_i^2)^{\frac{1}{2}}$.

Теорема Фунохаши I

Пусть функция $\phi(x)$ — непрерывная, монотонно возрастающая функция, не являющаяся константой. Пусть K — компактное подмножество (ограниченное замкнутое подмножество) из R^n и $f(x_1, \dots, x_n)$ — действительная непрерывная функция на K . Тогда для произвольного $\varepsilon > 0$ существует целое число N и действительные константы c_i, θ_i ($i = 1, \dots, N$), ω_{ij} ($i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n$), такие, что

$$\bar{f}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^N c_i \phi\left(\sum_{j=1}^n \omega_{ij} x_j - \theta_i\right) \quad (5)$$

удовлетворяет условию $\max_{\mathbf{x} \in K} |f(\mathbf{x}) - \bar{f}(\mathbf{x})| < \varepsilon$.

Фактически данная теорема гласит, что любую непрерывную функцию на компактном подмножестве можно аппроксимировать с заранее заданной точностью ИНС с одним скрытым слоем, в которой функции активации на входных и выходных слоях являются линейными, а на скрытом слое используется функция вида $\phi(x)$. Из этой теоремы вытекает следующая теорема.

Теорема Фунохаши II

Пусть функция $\phi(x)$ — непрерывная, монотонно возрастающая функция, не являющаяся константой. Пусть K — компактное подмножество (ограниченное замкнутое подмножество) из R^n и зафиксируем целое число $k \geq 3$. Тогда любое непрерывное отображение $f: K \rightarrow R^m$, определяемое $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \rightarrow (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$, может быть аппроксимировано в смысле однородной топологии на K отображениями ИНС из k -уровней ($k - 2$ скрытых слоев), функции активации на скрытых слоях $\phi(x)$, на входном и выходном слое линейные функции активации.

Или, другими словами:

Для любого непрерывного отображения $f: K \rightarrow R^m$ и произвольного $\varepsilon > 0$ существует сеть k -го уровня, отображение входа — выхода которого задается как $\bar{f}: K \rightarrow R^m$, таким, что $\max_{\mathbf{x} \in K} d(f(\mathbf{x}), \bar{f}(\mathbf{x})) < \varepsilon$, где $d(\cdot)$ — метрика, которая индуцирует обычную топологию в R^m .

Т. е. фактически данная теорема показывает, что с помощью ИНС можно аппроксимировать любое отображение с заранее заданной точностью. Доказательство данных теорем представлено в [10]. Глубину сетей автор ограничивает минимум двумя скрытыми слоями, а количество нейронов зависит от требуемой точности аппроксимации отображения. В качестве функции активации предлагается использовать сигмоидальные функции, т. к. они удовлетворяют ограничениям, наложенным на функции активации, кроме того, еще в модели Маккалока–Питса было показано, что они сходятся к пороговой функции, и с помощью разработанной ими модели можно спроектировать любую логическую схему.

Исходя из этого и на основании теоремы Фунгоаши Π можно сделать вывод, что любое непрерывное отображение можно представить многослойными ИНС с сигмоидальными функциями активаций.

Стоит также рассмотреть работу К. Хорника с соавторами [11], которая примечательна следующим. В ней исследуются сети под названием Π -сигма, отличительной особенностью которых является то, что в них входы нейрона можно не только складывать, но и перемножать. Такой подход нужен для решения проблемы представления многочленов. Схема частного случая ИНС типа Π -сигма представлена на рисунке 3.

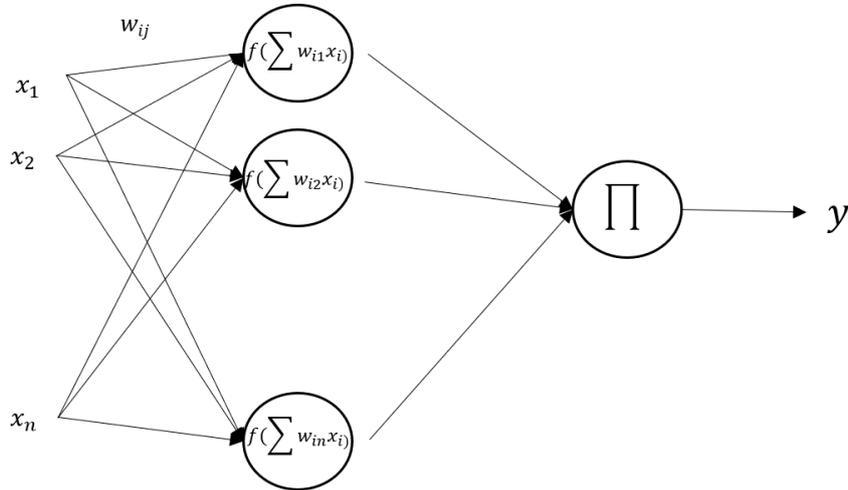


Рис. 3. Схема ИНС типа Π -сигма

В математическом представлении такую ИНС можно записать в следующем виде [13]:

$$y = \sigma\left(\prod_j \left(\sum_i w_{ij} x_i + \theta_{ij}\right)\right). \quad (6)$$

Хорником вместе с соавторами [11] были сформулированы и доказаны универсальные теоремы аппроксимации для сетей Π -сигма. Прежде чем привести данные теоремы, необходимо ввести некоторые определения.

Определение 3. Для любого $r \in N \equiv \{1, 2, \dots\}$ A^r — множество всех аффинных функций от R^r до R , т. е. множество всех функций вида $A(x) = \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{x} + b$, где \boldsymbol{w} и \boldsymbol{x} векторы в R^r . « \cdot » обозначает обычное скалярное произведение векторов, $b \in R$ — скаляр.

Фактически в данном определении \boldsymbol{w} — весовые коэффициенты, \boldsymbol{x} — входные данные ИНС, b — смещение.

Следующие определение — это фактически математическая запись классической ИНС.

Определение 4. Для любой (борелевской) измеримой функции $G(\cdot)$, отображающей R в R , и $r \in N$ пусть $\sum_r(G)$ класс функций:

$$\{f : R^r \rightarrow R : f(x) = \sum_{i=1}^q B_i G(A_i(x)), x \in R^r, B_i \in R, A_i \in A^r, q = 1, 2, \dots\}.$$

Следующее определение необходимо для понимания того, какой класс функций можно использовать в качестве функции активации.

Определение 5. Функция $\psi : R \rightarrow [0, 1]$ — сжимающая функция, если она не убывающая, т. е. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \psi(x) = 1$ и $\lim_{x \rightarrow -\infty} \psi(x) = 0$.

Фактически данное определение повторяет **определение 2**, которое было введено для изложения теоремы Цыбенко. В качестве примера функции, удовлетворяющей **определению 5**, авторы используют пороговые функции, в то время как Цыбенко используются сигмоидальные функции, и, хотя данные функции на бесконечности ведут себя одинаково, стоит отметить, что графики данных

функций различны. Пороговые функции имеют точку разрыва первого рода и фактически принимают только два значения — 0 и 1.

Далее дадим формальное определение П-сигмы, которое используют авторы статьи.

Определение 6. Для любой измеримой функции $G(\cdot)$, отображающей R в R , и $r \in N$ пусть $\sum \prod_r G$ класс функций:

$$\{f : R^r \rightarrow R : f(x) = \sum_{i=1}^q B_i \prod_{k=1}^{l_i} G(A_{ik}(x)), x \in R^r, B_i \in R, A_{ik} \in A^r, l_i \in N, q = 1, 2, \dots\}.$$

Определение 7. Пусть C^r — множество непрерывных функций от R^r до R и пусть M^r — множество борелевских измеримых функций от R^r в R . Обозначим борелевскую σ -алгебру на R^r как B^r .

Определение 8. Подмножество S -метрического пространства (X, ρ) является ρ -плотным в подмножестве T , если для каждого $\varepsilon > 0$ и для каждого $t \in T$ существует $s \in S$, такое, что $\rho(s, t) < \varepsilon$.

Другими словами, элемент S может аппроксимировать элемент T с любой наперед заданной точностью.

В теоремах Хорника T и X соответствуют C^r и M^r , а S — это класс функций $\sum \prod_r G$ или $\sum_r (G)$ для конкретных G , ρ выбирается соответствующим образом, т. е. фактически это метрика для оценки качества обучения ИНС.

Определение 9. Подмножество $S \in C^r$ называется равномерно плотным на компактах в C^r , если для каждого компактного подмножества $K \subset R^r$ S является ρ_k -плотным в C^r , где для $f, g \in C^r$ $\rho_k(f, g) \equiv \sup_{x \in K} |f(x) - g(x)|$. Последовательность функций $\{f_n\}$ сходится к функции f равномерно на компактах, если для всех компактов $K \subset R^r$ $\rho_k(f_n, f) \rightarrow 0$ как $n \rightarrow \infty$.

Далее приведем 1 теорему Хорника для сетей П-сигма.

Теорема Хорника I для сетей П-сигма

Пусть G — любая непрерывная непостоянная функция от R^r в R . Тогда $\sum \prod_r (G)$ равномерно плотная на компактах C^r .

Или, другими словами, сети П-сигма способны сколь угодно точно аппроксимировать любую вещественнозначную непрерывную функцию на компактном множестве.

Требование компактности множества выполняется всякий раз, когда возможные значения входных данных x ограничены. Кроме того, функции активации в таких сетях могут быть любой непрерывной непостоянной функцией.

Для того чтобы представить еще один важный результат из статьи, необходимо ввести следующие два определения.

Определение 10. Пусть μ -мера вероятности на (R^r, B^r) . Если $f \in M^r$ и $g \in M^r$, говорят, что они μ -эквиваленты, если $\mu\{x \in R^r : f(x) = g(x)\} = 1$.

Меру вероятности авторы вводят для удобства, и, строго говоря, их результаты справедливы для любых произвольных конечных мер.

Метрику для классов μ -эквивалентных функций авторы задают следующим образом.

Определение 11. Учитывая меру вероятности μ на (R^r, B^r) , определим метрику ρ_μ от $M^r \times M^r$ до R с помощью $\rho_\mu(f, g) = \inf$

$$\{\varepsilon > 0 : \mu\{x : |f(x) - g(x)| > \varepsilon\} < \varepsilon\}.$$

Т. е. две функции близки в этой метрике тогда и только тогда, когда существует лишь небольшая вероятность того, что они существенно различаются.

Задав метрику, можно приводить следующие теоремы, которые являются главным результатом работы Хорника.

Теорема Хорника II для сетей П-сигма

Для каждой непрерывной непостоянной функции G любой r и любой меры вероятности μ на (R^r, B^r) , $\sum \prod_r (G)$ ρ_μ -плотно в M^r .

Другими словами, данную теорему можно пояснить следующим образом.

Сети прямого доступа с одним скрытым слоем $\sum\Pi$ могут сколь угодно хорошо аппроксимировать любую измеримую функцию, независимо от используемой непрерывной непостоянной функции G , независимо от размерности входного пространства r и независимо от среды входного пространства μ .

Именно в этом точном смысле авторы считают, что сети П-сигма являются универсальными аппроксиматорами.

Теорема Хорника III для сетей П-сигма

Для каждой сжимающей функции ψ , каждого r и каждой меры вероятности μ на (R^r, B^r) , $\sum_r(\psi)$ равномерно плотен на компактах в C^r и p_μ плотен в M^r .

Фактически в данной теореме говорится, что в качестве функции активации должна использоваться сжимающаяся функция или, что одно и то же, сигмоидальная функция, определенная Цыбенко (см. определение 5).

Аналогичную теорему авторы приводят для классических ИНС с сумматором.

Теорема Хорника IV для сетей П-сигма

Для каждой сжимающей функции ψ , каждого r и каждой меры вероятности μ на (R^r, B^r) $\sum_r(\psi)$ равномерно плотен на компактах в C^r и p_μ плотен в M^r .

Т. е. фактически классические ИНС прямого распространения, имея только один скрытый слой, могут равномерно аппроксимировать любую непрерывную функцию на любом компактном множестве и любую измеримую функцию сколь угодно хорошо в метрике p_μ , независимо от сжимающей функции ψ (непрерывной или нет), независимо от размерности входного пространства r и независимо от среды входного пространства μ .

Доказательство своих теорем Хорник с соавторами основывает на теореме Стоуна–Вейерштрасса, в которой говорится о возможности представления любой непрерывной функции на хаусдорфовом пространстве в виде предела равномерно сходящейся последовательности функций особого класса — алгебры Стоуна.

Данные работы являются основными для случая произвольной ширины.

Случай произвольной глубины (и ограниченной ширины)

Предыдущие теоремы показывают возможность применения ИНС с произвольной шириной и ограниченной глубиной, т. е. данные теоремы налагали ограничения на количество слоев, но не делали ограничений для количества нейронов. И фактически количество нейронов могло расти экспоненциально по отношению к размерности входных данных. А следовательно, наличие только одной возможности аппроксимировать функции с помощью ИНС не достаточно для их применения, т. к. сети с большим количеством нейронов в слое требуют дополнительных вычислительных затрат как при обучении, так и для их последующего применения. Поэтому начиная с недавнего времени исследователи ИНС обратили внимание на то, возможно ли заменить сети произвольной ширины с ограниченным числом слоев на сети с произвольной глубиной и ограниченной шириной. Но перед этим ряд ученых задался вопросом о том, существует ли сеть глубины n , которую нельзя представить сетью меньшей глубины. Так, в серии статей [15, 16] этот вопрос исследовался и на него был дан положительный ответ, но, строго говоря, сформулированные в данных работах теоремы неконструктивны.

Рассмотрим работу, в которой авторы приводят универсальную теорему аппроксимации для сетей ReLU с ограниченной шириной [14].

Теорема универсальной аппроксимации сетей с ограниченной шириной и функцией активации ReLU

Для любой интегрируемой по Лебегу функции $f : R^n \rightarrow R$ и любого $\varepsilon > 0$ существуют полносвязные сети A с функцией активации ReLU с шириной (количество нейронов на слое) $d_m \leq n + 4$, такие, что функция F_A , представленная этой сетью, удовлетворяет:

$$\int_{R^n} |f(x) - F_A(x)| dx < \varepsilon.$$

Авторы не приводят доказательств данной теоремы. Вместо этого они явно строят ИНС, описанную в теореме, так, чтобы она могла аппроксимировать функцию с заданной точностью. Конструируемая ими ИНС состоит из многих блоков, каждый из которых удовлетворяет следующим условиям:

- 1) ИНС с глубиной $(4n+1)$ и шириной $(n+4)$ с функциями активации ReLU;
 - 2) он может с высокой точностью аппроксимировать любую интегрируемую по Лебегу функцию, которая равномерно равна нулю вне куба с длиной δ ;
 - 3) он может сохранять выходные данные предыдущего блока, т. е. аппроксимацию других интегрируемых функций Лебега на разных кубах;
 - 4) он может суммировать свое текущее приближение и память предыдущих приближений.
- Один из таких блоков представлен на рисунке 4.

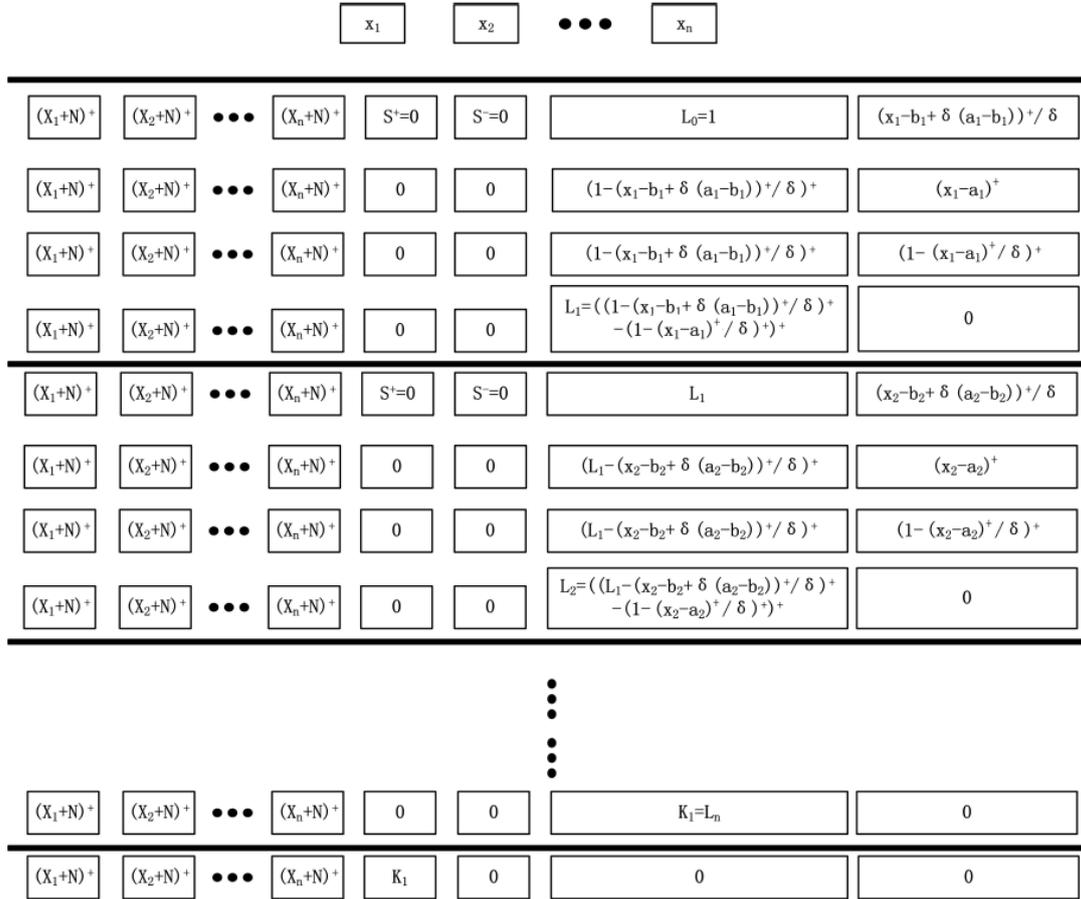


Рис. 4. Один блок ИНС, аппроксимирующей любую интегрируемую функцию по Лебегу [14]

В этом блоке каждый слой содержит $n + 4$ нейрона. Каждый прямоугольник на рисунке 4 представляет собой нейрон, а символы в прямоугольнике описывают выходные данные этого нейрона как функцию блока. Среди $n + 4$ нейронов n нейронов просто передают входные координаты. Для остальных 4 нейронов 2 нейрона сохраняют приближение, выполненное предыдущими блоками. Остальные 2 нейрона помогают выполнить аппроксимацию на текущем кубе. Топология блока довольно проста. Он очень разрежен, каждый нейрон соединяется максимум с 2 нейронами в следующем слое.

В этой же работе авторы приводят теорему, в которой показывают, что, вообще говоря, при уменьшении числа нейронов аппроксимирующая способность ИНС аппроксимировать интегрируемую по Лебегу функцию теряется. Формулировка теоремы представлена ниже.

Теорема о невозможности аппроксимации ИНС с шириной n функции, интегрируемой по Лебегу

Для любой интегрируемой по Лебегу функции $f : R^n \rightarrow R$, удовлетворяющей тому, что $\{x : f(x) \neq 0\}$ является положительной мерой, заданной в мере Лебега, и любая функция F_A , представляющаяся полносвязной сетью A с функцией активации ReLU с шириной (количество нейронов на слое) $d_m \leq n$, выполняется следующее условие:

$$\int_{R^n} |f(x) - F_A(x)| dx = +\infty.$$

Если ограничить функцию на ограниченном множестве, то, как показывают авторы статьи, справедлива следующая теорема.

Теорема об аппроксимации функции ИНС с шириной n

Для любой непрерывной функции $f : [-1, 1]^n \rightarrow \mathbb{R}$, которая не является постоянной ни в одном направлении, существует универсальное значение $\epsilon^* > 0$, такое, что для любой функции F_A , являющейся полносвязной ИНС с функцией активации ReLU с шириной (количество нейронов на слое) $d_m \leq n - 1$, расстояние L^1 между f и F_A равно по меньшей мере:

$$\int_{[-1, 1]^n} |f(x) - F_A(x)| dx \geq \epsilon^*.$$

Основным результатом работы [14] является следующая теорема.

Теорема. Пусть n — входное измерение. Для любого целого числа $k \geq n + 4$ существует $F_A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, являющаяся нейронной сетью \mathcal{A} с функцией активации ReLU с шириной (количество нейронов в слое) $d_m = 2k^2$ и глубиной (количество скрытых слоев) $h = 3$, такой, что для любой константы $b > 0$ существует $\epsilon > 0$ и для любой функции $F_{\mathfrak{B}} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, являющейся нейронной сетью \mathfrak{B} , параметры которой ограничены в $[-b, b]$, с шириной (количество нейронов в слое) $d_m = k^{3/2}$ и глубиной $h \leq k + 2$ (количество скрытых слоев), выполняется следующее неравенство:

$$\int_{\mathbb{R}^n} (F_A - F_{\mathfrak{B}})^2 dx \geq \epsilon.$$

Фактически в данной теореме говорится о том, что существуют сети, в которых уменьшение ширины требует увеличения глубины.

В другой работе [17] был представлен первый результат, полностью характеризующий минимальную ширину сетей ReLU для универсальной аппроксимации, в частности, авторы доказывают теорему, в которой верхняя граница минимальной ширины нейронной сети существенно меньше, чем в других работах похожей тематики, к примеру, другой известный результат представлен в работе [19].

Теорема об аппроксимации L^p функций с помощью ИНС с функцией активации ReLU

Для любого $p \in (1, \infty)$ нейронные сети с функцией активации ReLU шириной w можно аппроксимировать функцию из пространства $L^p(\mathbb{R}^{d_x}, \mathbb{R}^{d_y})$ с любой требуемой точностью тогда и только тогда, когда $w \geq \max(d_x + 1, d_y)$, где d_x — входная размерность нейронной сети, d_y — выходная размерность.

В той же работе показывается, что, строго говоря, для $C(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$ на компакте $\mathcal{K} \subset \mathbb{R}^{d_x}$ данная теорема не выполняется для $d_x = 1$, $d_y = 2$, и в таком случае справедлива следующая теорема.

Теорема. ИНС с функцией активации ReLU и шириной w может аппроксимировать функцию в пространстве $C([0, 1], \mathbb{R}^2)$ с любой требуемой точностью тогда и только тогда, когда $w \geq 3$.

Предыдущие теоремы показывают, что для сетей с функцией активации ReLU, чтобы аппроксимировать функции из $C(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$, требуется большее количество нейронов в слое, чем для аппроксимации функций $L^p(\mathbb{R}^{d_x}, \mathbb{R}^{d_y})$. Но авторы в той же работе показывают, что, если добавить ступенчатую функцию активации (функция Хевисайда), это позволит уменьшить ширину.

Теорема. ИНС с функцией активации ReLU и функцией активации Хевисайда и шириной w может аппроксимировать функцию из $C(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$ тогда и только тогда, когда $w \geq \max(d_x + 1, d_y)$.

Предыдущие теоремы показывают, что минимальная ширина универсальных аппроксимаций зависит от выбора функций активации, что противоречит классическим результатам [20], где показывают, что сети с функцией активации ReLU и двумя слоями являются универсальными аппроксиматорами.

Кроме того, авторы доказывают теорему, в которой они значительно улучшают результат, представленный в работе [19], и показывают верхнюю границу.

Теорема. Пусть $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ — любая непрерывная не полиномиальная функция, непрерывно дифференцируемая по крайней мере в одной точке, с ненулевой производной в этой точке. Тогда ИНС с функцией активации p с шириной w аппроксимирует с любой требуемой точностью функцию из $L^p(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$ для всех $p \in [1, \infty)$, если $w \geq \max(d_x + 2, d_y + 1)$.

Представленные выше теоремы на данный момент являются лучшим, но не единственным результатом, в котором показаны границы на ширину нейронных сетей. Часть результатов, которые могут

быть интересны при исследовании универсальных теорем аппроксимации, представлена в таблице ниже. Указанные там работы рассматривать отдельно не будем, представим только основные результаты, которые сформированы в работах как теоремы и доказаны авторами соответствующих работ.

Таблица

Верхние и нижние границы на ширину нейронной сети для аппроксимации различных классов функций

Ссылка на работу	Класс функций	Функция активации	Верхняя/нижняя граница
14	$L^1(\mathbb{R}^{d_x}, \mathbb{R})$	ReLU	$d_x + 1 \leq \omega_{min} \leq d_x + 4$
14	$L^1(\mathcal{K}, \mathbb{R})$	ReLU	$\omega_{min} \geq d_x$
21	$C(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$	ReLU	$d_x + 1 \leq \omega_{min} \leq d_x + d_y$
22	$C(\mathcal{K}, \mathbb{R})$	Равномерная, непрерывная функция*	$\omega_{min} \geq d_x + 1$
23	$C(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$	Непрерывная не полиномиальная функция**	$\omega_{min} \leq d_x + d_y + 1$
23	$C(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$	Не аффинный полином	$\omega_{min} \leq d_x + d_y + 1$
23	$L^p(\mathbb{R}^{d_x}, \mathbb{R}^{d_y})$	ReLU	$\omega_{min} \leq d_x + d_y + 1$
18	$L^p(\mathbb{R}^{d_x}, \mathbb{R}^{d_y})$	ReLU	$\omega_{min} = \max(d_x + 1, d_y)$
18	$C([0, 1], \mathbb{R}^2)$	ReLU	$\omega_{min} = 3 > \max(d_x + 1, d_y)$
18	$C([0, 1], \mathbb{R}^2)$	ReLU + функция Хевисайда	$\omega_{min} = \max(d_x + 1, d_y)$
18	$L^p(\mathcal{K}, \mathbb{R}^{d_y})$	непрерывная не полиномиальная функция**	$\omega_{min} \leq \max(d_x + 2, d_y + 1)$

* Требуется, чтобы ρ равномерно аппроксимировалось последовательностью взаимно однозначных функций.
 ** Требуется, чтобы ρ было непрерывно дифференцируемо по крайней мере в одной точке (скажем, z), причем $\rho'(z) \neq 0$.

Случай ограниченной глубины и ограниченной ширины

Далее рассмотрим работы, в которых авторы исследовали возможность определения точных размеров нейронной сети не только на глубину или на ширину по отдельности, а универсальную теорему аппроксимации, в которых установлены ограничения одновременно и на ширину, и на глубину.

Первый значимый результат был получен в 1999 году в работе [24], в которой показано существование функции активации, при которой существует нейронная сеть с ограничениями на ширину и глубину.

Теорема универсальной аппроксимации с ограничением по ширине и глубине

Существует функция активации p , которая является аналитической, строго возрастающей, сигмоидальной и обладает следующим свойством: для любого $f \in C[0, 1]^d$ и $\varepsilon > 0$ существуют константы d_i , c_{ij} , θ_{ij} , γ_i и векторы $\mathbf{w}^{ij} \in \mathbb{R}^d$, для которых:

$$\left| f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^{6d+3} d_i p \left(\sum_{j=1}^{3d} c_{ij} p(\mathbf{w}^{ij} \cdot \mathbf{x} - \theta_{ij}) - \gamma_i \right) \right| < \varepsilon.$$

Для всех $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d) \in [0, 1]^d$.

Хоть данный результат и является теоретическим, спустя почти 20 лет в работах [25, 26] был представлен алгоритм, который позволяет строить такие функции активации. В данных работах авторы формулируют теорему, и в качестве ее доказательства приводят построения алгоритма, который позволяет построить функцию активации. Кроме того, авторы дают ссылку на исходный код программы, который позволяет строить такие функции активации. Приведем формулировку теоретического результата.

Теорема о существовании алгоритма построения ИНС с ограничением по ширине и глубине

Пусть $[a, b] \in \mathbb{R}$, $s = b - a$ и λ – любое достаточно малое положительное действительное число. Тогда можно алгоритмически построить вычислимую, бесконечно дифференцируемую, сигмоидальную функцию активации $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, строго возрастающую на $(-\infty, s)$, λ строго возрастает на $[s, +\infty)$ и удовлетворяет следующим свойствам:

для любой непрерывной функции f на d -мерной квадратной области $[a, b]^d$ и $\varepsilon > 0$ существуют константы e_i , c_{ij} , θ_{ij} , γ_i , такие, что неравенство:

$$\left| f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^{2d+2} e_i p \left(\sum_{j=1}^d c_{ij} p(\mathbf{w}^{ij} \cdot \mathbf{x} - \theta_{ij}) - \gamma_i \right) \right| < \varepsilon$$

справедливо для всех $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d) \in [a, b]^d$. Веса \mathbf{w}^j , $j = 1, \dots, d$ фиксированы следующим образом:

$$\mathbf{w}^1 = (1, 0, \dots, 0), \mathbf{w}^2 = (0, 1, \dots, 0), \dots, \mathbf{w}^d = (0, 0, \dots, 1).$$

Кроме того, все коэффициенты e_i , кроме одного, равны.

Т. е. фактически данная теорема говорит о том, что нейронная сеть с глубиной 2 и шириной 2 является универсальным аппроксиматором для одномерных функций, а также нейронная сеть с глубиной 3 и шириной $(2d+2)$ является универсальным аппроксиматором для функций d -переменных при условии правильного выбора функции активации. Алгоритм построения функций активации, при которых указанные нейронные сети являются универсальными аппроксиматорами, описан в [25, 26].

В настоящий момент для различных классов функций создана большая теоретическая база для их аппроксимации с помощью ИНС. Из существующих теорий ясно, что сконструировать одну единственную нейронную сеть, которая будет аппроксимировать любую функцию только лишь путем переопределения весовых коэффициентов, не получится. С другой стороны, уже существует ряд теоретических обоснований, которые позволяют конструировать ИНС не на основе эмпирических правил, а на основе теорем, в которых доказана максимальная размерность сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бетелин В. Б. О проблеме доверия к технологиям искусственного интеллекта. *Успехи кибернетики*. 2021;2(3):6–7. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-3-1.
2. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения. *Докл. АН СССР*. 1957;114(5):953–956.
3. Lorentz G. G. Metric Entropy, Widths, and Superpositions of Functions. *American Mathematical Monthly*. 1962;69(6):469–485. DOI: 10.1080/00029890.1962.11989915.
4. Колмогоров А. Н., Тихомиров В. М. ε -энтропия и ε -емкость множеств в функциональных пространствах. *Успехи мат. наук*. 1959;14(2):3–86.
5. Sprecher D. On the Structure of Continuous Functions of Several Variables. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1965;115(3):340–355. DOI: 10.2307/1994273.
6. Ostrand P. A. Dimension of Metric Spaces and Hilbert's Problem 13. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 1965;71(4):619–623. DOI: 10.1090/s0002-9904-1965-11363-5.
7. Akashi S. Application of ε -entropy Theory to Kolmogorov–Arnold Representation Theorem. *Reports on Mathematical Physics*. 2001;48(1–2):19–26. DOI: 10.1016/s0034-4877(01)80060-4.
8. Girosi F., Poggio T. Representation Properties of Networks: Kolmogorov's Theorem is Irrelevant. *Neural Computation*. 1989;1(4):465–469. DOI: 10.1162/neco.1989.1.4.465.
9. Cybenko G. Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function. *Mathematics of Control, Signals, and Systems*. 1989;2(4):303–314. CiteSeerX: 10.1.1.441.7873. DOI: 10.1007/BF02551274.
10. Funahashi K.-I. On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks. *Neural Networks*. 1989;2(3):183–192. DOI: 10.1016/0893-6080(89)90003-8.
11. Hornik K., Stinchcombe M., White H. Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators. *Neural Networks*. 1989;2(5):359–366. DOI: 10.1016/0893-6080(89)90020-8.

12. Hornik K. Approximation Capabilities of Multilayer Feedforward Networks. *Neural Networks*. 1991;4(2):251–257. DOI: 10.1016/0893-6080(91)90009-T.
13. Husaini N. A., Ghazali R., Nazri M. N., Lokman H. I., Mustafa M. D., Tutut H. Pi-Sigma Neural Network for a One-Step-Ahead Temperature Forecasting. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*. 2014;13(4):1450023. DOI: 10.1142/S1469026814500230.
14. Lu Z., Pu H., Wang F., Hu Z., Wang L. The Expressive Power of Neural Networks: A View from the Width. Режим доступа: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1709.02540>.
15. Eldan R., Shamir O. The Power of Depth for Feedforward Neural Networks. *Proceedings of Machine Learning Research*. 2016;49:907–940.
16. Cohen N., Sharir O., Shashua A. On the Expressive Power of Deep Learning: A Tensor Analysis. *Proceedings of Machine Learning Research*. 2016;49:698–728.
17. Telgarsky M. Benefits of Depth in Neural Networks. *Proceedings of Machine Learning Research*. 2016;49:1517–1539.
18. Park S., Yun C., Lee J., Shin J. Minimum Width for Universal Approximation. Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/2006.08859>.
19. Kidger P., Lyons T. Universal Approximation with Deep Narrow Networks. *Proceedings of Machine Learning Research*. 2020;125:2306–2327.
20. Leshno M., Ya Lin V., Pinkus A., Schocken S. Multilayer Feedforward Networks with a Nonpolynomial Activation Function Can Approximate Any Function. *Neural Networks*. 1993;6(6):861–867.
21. Hanin B., Sellke M. *Approximating Continuous Functions by ReLU Nets of Minimal Width*. Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1710.11278>.
22. Johnson J. *Deep, Skinny Neural Networks are not Universal Approximators*. Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1810.00393>.
23. Kidger P., Lyons T. *Universal Approximation with Deep Narrow Networks*. Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1905.08539>.
24. Maiorov V., Pinkus A. Lower Bounds for Approximation by MLP Neural Networks. *Neurocomputing*. 1999;25(1–3):81–91. DOI: 10.1016/S0925-2312(98)00111-8.
25. Guliyev N., Ismailov V. Approximation Capability of Two Hidden Layer Feedforward Neural Networks with Fixed Weights. *Neurocomputing*. 2018;316:262–269.
26. Guliyev N., Ismailov V. On the Approximation by Single Hidden Layer Feedforward Neural Networks with Fixed Weights. *Neural Networks*. 2018;98:296–304.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-05

ВИЗУАЛЬНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ РЕКУРРЕНТНОГО АНАЛИЗА

Д. В. Горбунов^a, А. В. Гавриленко^b, М. Н. Горбунова^c, О. Ю. Семенов^d
Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a ✉ Gorbunov.dv@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1837-5698>, gavrilenko.anna.v@gmail.com

^c ms.smussi@mail.ru, ^d ous.tutor.phinma@mail.ru

Аннотация: изучение различного рода процессов требует углубленного анализа данных. Для понимания динамики поведения той или иной системы приходится часто использовать различные методы анализа, чтобы определить зависимости и характер поведения системы. В данной работе сконцентрировано внимание на анализе данных с помощью метода нелинейной динамики в виде построения рекуррентных диаграмм и анализа их количественных мер. На основе анализа периодических и непериодических функций были продемонстрированы их визуальные отличия, что в последующих исследованиях позволит определить зависимости и характер поведения динамических систем. Следует отметить, что состояние сложных динамических систем может существенно изменяться с течением времени, что осложняет изучение подобных систем. В этой связи рассматриваемые функции будут модифицироваться с помощью различных коэффициентов, что позволит провести визуальный корреляционный анализ разных функций и влияние на них коэффициентов в виде изменений рекуррентных диаграмм и их количественных мер. Далее подобным образом возможен анализ данных, полученных с разных датчиков или устройств. В этом случае данные могут быть представлены как n-мерный сигнал, как правило, сложной формы, и для упрощения первичного анализа к ним предлагается использовать построение рекуррентных диаграмм.

Ключевые слова: визуальный анализ, корреляционная диаграмма, периодическая функция, непериодическая функция.

Для цитирования: Горбунов Д. В., Гавриленко А. В., Горбунова М. Н., Семенов О. Ю. Визуальный корреляционный анализ периодических и непериодических функций на основе рекуррентного анализа. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):54–61. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-05.

Поступила в редакцию: 04.12.2023.

В окончательном варианте: 07.12.2023.

VISUAL CORRELATION ANALYSIS OF PERIODIC AND APERIODIC FUNCTIONS USING RECURRENCE ANALYSIS

D. V. Gorbunov^a, A. V. Gavrilenko^b, M. N. Gorbunova^c, O. Yu. Semenov^d
Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ✉ Gorbunov.dv@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1837-5698>, gavrilenko.anna.v@gmail.com

^c ms.smussi@mail.ru, ^d ous.tutor.phinma@mail.ru

Abstract: the study of many types of processes requires in-depth data analysis. To understand the dynamics of a system, it is often necessary to use various methods of analysis to determine the relationships and the nature of the system's behavior. This study focuses on data analysis using the method of nonlinear dynamics in the form of constructing recurrence diagrams and analyzing their quantitative measures. Based on the analysis of periodic and aperiodic functions, their visual differences are demonstrated. Subsequent studies will allow to determine the dependencies and the nature of the behavior of dynamic systems. It should be noted that the state of complex dynamic systems can change significantly with time, which complicates the study of such systems. In this regard, the considered functions will be modified with different coefficients, which will allow a visual correlation analysis of different functions and the effect of coefficients on them in the form of changes in recurrence diagrams and their quantitative measures. In addition, a similar analysis is possible for data obtained from different sensors or devices. In this case, the data can be presented as an n-dimensional signal, usually of a complex shape, and to simplify the initial analysis, it is proposed to use the construction of recurrence plots for them.

Keywords: visual analysis, correlation diagram, periodic function, aperiodic function.

Cite this article: Gorbunov D. V., Gavrilenko A. V., Gorbunova M. N., Semenov O. Yu. Visual Correlation Analysis of Periodic and Aperiodic Functions Using Recurrence Analysis. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):54–61. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-05.

Original article submitted: 04.12.2023.

Revision submitted: 07.12.2023.

Введение

В ряде работ, посвященных изучению функциональных систем организма человека, продемонстрировано наличие определенного гомеостаза испытуемых в рамках ограниченной области квазиаттрактора [1–4]. Также следует обратить внимание и на то, что практически любой процесс живой природы очень часто обладает рекуррентным поведением (периодичность и/или иррегулярная цикличность). В этой связи нельзя не упомянуть фундаментальное свойство диссипативных динамических систем, сформулированное и опубликованное (в виде теоремы рекуррентности) выдающимся математиком Пуанкаре [5].

Если система сводит свою динамику к ограниченному подмножеству фазового пространства, то система почти наверняка, т. е. с вероятностью, практически равной 1, сколь угодно близко возвращается к какому-либо изначально заданному режиму.

Яркой демонстрацией данного фундаментального свойства является аттрактор Лоренца. Для технических систем это легко можно продемонстрировать и воспроизвести за счет повторения начальных условий. Проблема появляется, когда нет возможности получить начальные условия или динамика системы такова, что траектория движения постоянно изменяется в рамках ограниченного фазового пространства. В теории, рекуррентный анализ позволяет уточнить динамику поведения системы, но для этого необходимо более детальное изучение визуальных изменений на подобных диаграммах.

В этой связи в рамках данной работы будут рассмотрены примеры периодических и непериодических функций и их рекуррентные диаграммы. Причем к функциям будут применены различные коэффициенты с использованием визуального корреляционного анализа [6, 7].

Рекуррентный анализ

Прежде чем приступать к анализу рекуррентных диаграмм, необходимо понять, как они строятся. Этот способ анализа впервые был представлен в 1987 г. Ж.-П. Экманн с соавторами [8]. Суть метода построения рекуррентных диаграмм заключается в следующем: отображение m -мерной фазовой траектории на квадратную область, т. е. m -мерная фазовая область системы $x(t)$ длиной N преобразуется в двумерную квадратную двоичную матрицу $N \times N$, каждый элемент, равный 1, соответствует повторению состояния системы в момент времени t_i другого момента времени x_j , при этом «совпадение» элементов $x_i \approx x_j$ обычно изображают черной точкой. Как правило, для динамических систем (и тем более хаотической) обнаружение полной рекуррентности невозможно ($x_i \equiv x_j$), поэтому рекуррентность должна определяться как некоторое приближение двух состояний x_i и x_j с заданной точностью ε . Визуализацию рекуррентного поведения траектории фазового пространства можно представить в математической форме:

$$R(i, j) = \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}(i) - \vec{x}(j)\|), \vec{x}_i \in^m, i, j = 1, \dots, N,$$

где N — количество рассматриваемых состояний x_i , ε — размер окрестности точки x_i , $\|\cdot\|$ — норма и $\Theta(\cdot)$ — функция Хэвисайда.

Такой способ анализа систем с рекуррентным поведением является мощным инструментом, т. к. он позволяет оценить повторяемость в динамике поведения системы не точно, а с заданной точностью. Более того, вследствие изложенного выше, это позволит оценить динамические системы с хаотической динамикой (например, функциональные системы организма человека). Во многих исследованиях из разных областей (например, математика, биомедицина) важно находить повторяющиеся структуры, а если динамика поведения системы непериодическая или почти периодическая, то важно найти повторяющиеся структуры с заданной точностью.

Следует отметить, что интерпретация результатов рекуррентных диаграмм может способствовать в поиске особенностей динамики системы. В теории существуют описания некоторых структур, которые могут появиться при построении рекуррентных диаграмм, основные из них представлены ниже [9–11].

- Однородность — свойства не изменяются со временем, т. е. процесс стационарный. В этом случае распределение вероятностей различных состояний системы неизменно на протяжении всего времени наблюдения. В подобных процессах нет тенденции к изменению средних значений или дисперсий со временем.
- Затухание в углах относительно главной диагонали — процесс нестационарный. В таком процессе присутствует тренд или сдвиг.
- Белые полосы — свойства процесса изменяются со временем, т. е. процесс нестационарный. Возникновение подобного рода структур может быть связано с редкими или ненормальными состояниями системы, которые проявляются в процессе перехода.
- Периодические или квазипериодические структуры на рекуррентной диаграмме — явное присутствие цикличности в системе или процессе. Например, неравномерно распределенные диагональные линии характеризуют квазипериодический процесс, а если эти линии равноудалены друг относительно друга, то это периодический процесс.
- Одиночные изолированные точки — сильные колебания в процессе. В этом случае изолированные точки могут характеризовать случайный или антикоррелированный процесс.
- Диагональные линии (параллельны главной диагонали) — изменение состояния процесса происходит в разное время. Процесс может быть хаотическим, если рядом с диагональными линиями присутствуют одиночные изолированные точки.
- Диагональные линии (ортогональные главной диагонали) — развитие процесса происходит в разное время (с реверсивным временем) [11].
- Вертикальные или горизонтальные линии (могут выстраиваться в виде кластеров) — медленно-текущий процесс, также подобное проявление на рекуррентной диаграмме может свидетельствовать о неизменности состояния системы или процесса.
- Изогнутые линии (обычно длинные) — состояние системы может меняться, но эти изменения одинаковы, за исключением их скорости. Следует отметить, что подобные структуры рекуррентных диаграмм могут свидетельствовать и об изменении динамики системы с течением времени. Подобные структуры не относятся к структурам, в которых присутствуют короткие изогнутые линии.

Подводя итог, отметим, что интерпретация рекуррентных диаграмм требует внимательного анализа и может быть полезной для выявления скрытых структур и характера временных рядов или динамических систем. Причем для корректной интерпретации необходимо обладать навыками визуального корреляционного анализа.

Периодические и непериодические функции и их фазовые плоскости

В этом разделе представлены некоторые периодические и непериодические (почти периодические) функции для дальнейшего визуального корреляционного анализа. Функции построены по значениям $x \in [0; 25]$, шаг 0,05. На рис. 1 и рис. 2 представлены периодические функции с их фазовыми портретами: $2 * \sin(x) + 5 * \cos(\frac{x}{4})$, $4 * \sin(2 * x) + 3 * \cos(5 * x)$, $4 * \sin(\frac{x}{3}) + 7 * \cos(x)$, $5 * \sin(3 * \cos(x))$, $5 * \sin(7 * \cos(x))$, $2 * \sin(5 * \cos(x))$.

На основе полученных графиков и фазовых портретов периодических функций, как и ожидалось, можно заметить, что они явно периодические, а также траектории на фазовых плоскостях имеют цикличность.

Аналогично для почти периодических функций были построены графики и фазовые плоскости (рис. 3). Функции были выбраны следующие: $\sin(x^2)$, $\sin(x^3)$, $\sin(2 * x^2)$, $2 * \sin(x) + \sin(x\sqrt{2})$, $\sin(x) + 3 * \sin(2 * x\sqrt{2})$, $2 * \sin(x) + 5 * \sin(x\sqrt{2})$.

На основе визуального корреляционного анализа представленных примеров рис. 1 и рис. 2 можно сделать вывод, что в периодических функциях, в отличие от почти периодических, явно прослеживается траектория движения на фазовой плоскости. Эта информация и знания о поведении этих функций позволят сделать более полный вывод о их рекуррентных диаграммах, которые будут представлены далее.

Рекуррентный анализ периодических и непериодических функций

При построении рекуррентных диаграмм для периодических функций и их фазовых плоскостей, представленных на рис. 1, приближение было выбрано $\varepsilon=1$, т. к. нет никаких конкретных требова-

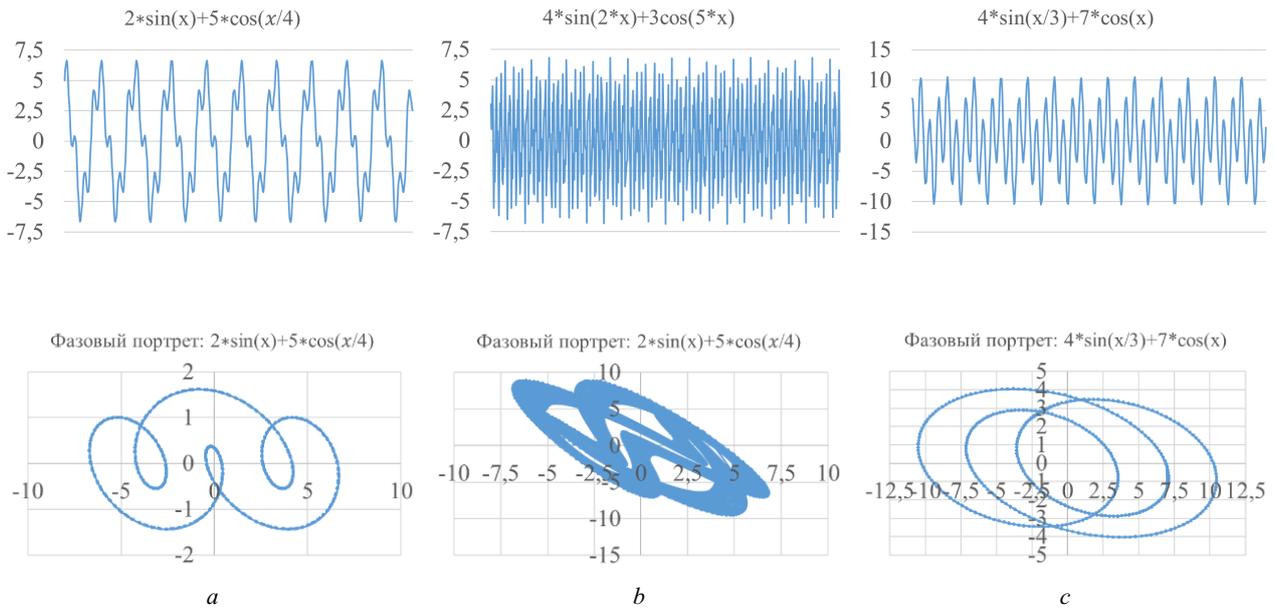


Рис. 1. Периодические функции с их фазовыми портретами: $a - 2 * \sin(x) + 5 * \cos(\frac{x}{4})$, $b - 4 * \sin(2 * x) + 3 * \cos(5 * x)$, $c - 4 * \sin(\frac{x}{3}) + 7 * \cos(x)$

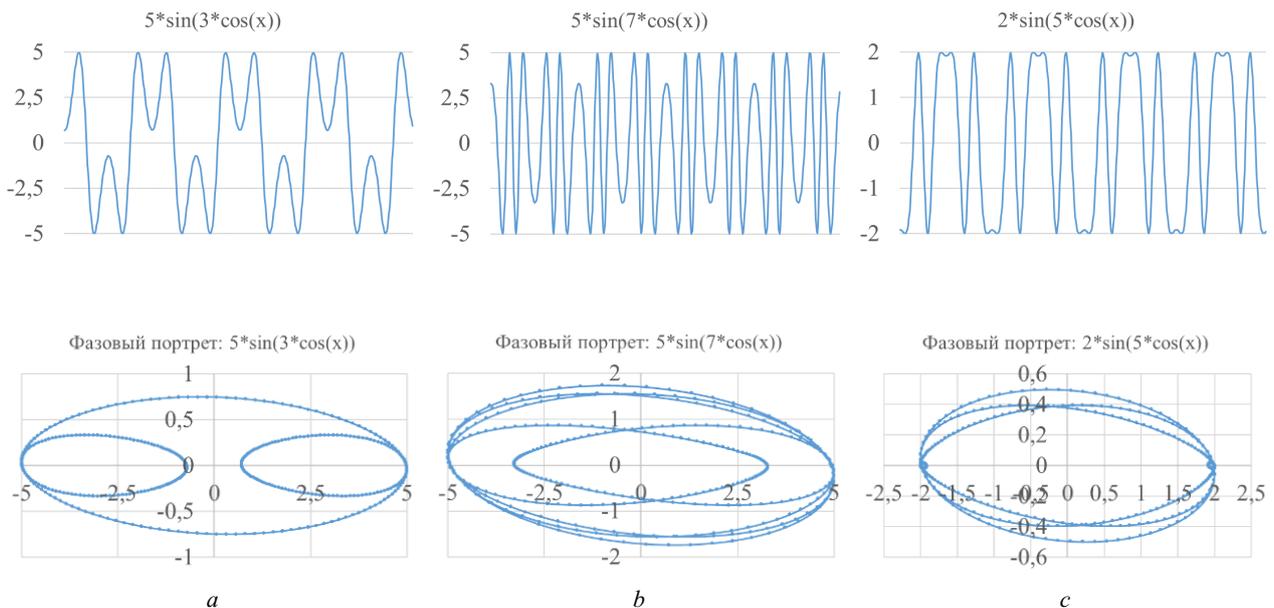


Рис. 2. Периодические функции с их фазовыми портретами: $a - 5 * \sin(3 * \cos(x))$, $b - 5 * \sin(7 * \cos(x))$, $c - 2 * \sin(5 * \cos(x))$

ний к данной величине. Это означает, что если рекуррентность двух состояний системы не превысила значение ϵ , то эта точка считается рекуррентной и на рисунке изображается черным цветом. Как видно из рис. 4 и рис. 5, рекуррентные диаграммы для периодических функций имеют периодические одинаковые сегменты, как и ожидалось. Наибольший интерес представляют непериодические функции, представленные на рис. 6 и рис. 7.

При внимательном изучении рекуррентных диаграмм периодических функций, полученных по одной координате (рис. 4-I, рис. 5-I) и по фазовой плоскости (рис. 4-II, рис. 5-II), можно заметить разницу при визуальном анализе. В основном на всех диаграммах сегменты цикличны, причем на всех из них наблюдаются диагональные линии, параллельные главной диагонали. Это свидетельствует о том, что процессы детерминированные, а периодические структуры говорят о цикличности в процессах.

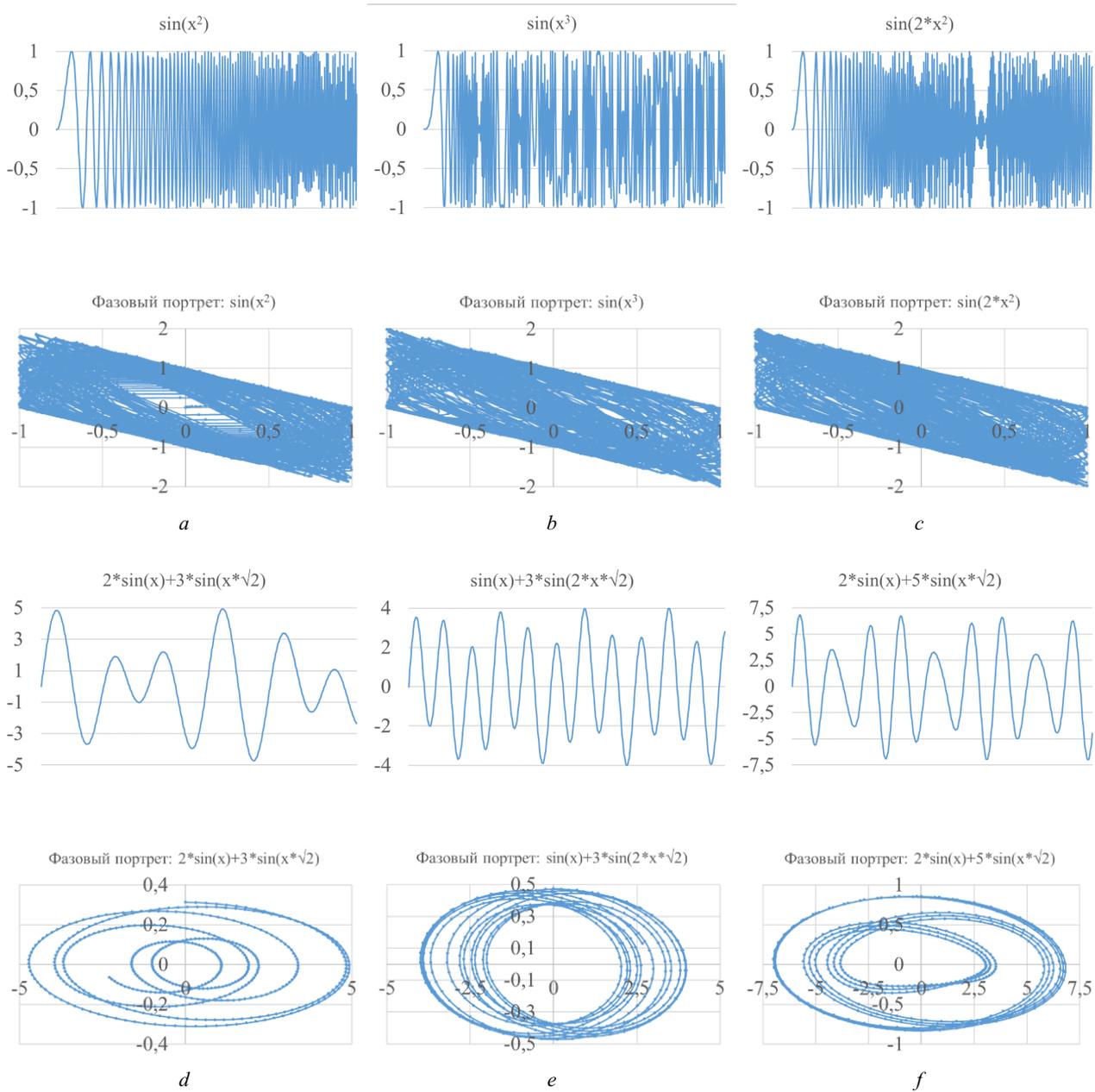


Рис. 3. Почти периодические функции с их фазовыми портретами: $a - \sin(x^2)$, $b - \sin(x^3)$, $c - \sin(2x^2)$, $d - 2\sin(x) + 3\sin(x\sqrt{2})$, $e - \sin(x) + 3\sin(2x\sqrt{2})$, $f - 2\sin(x) + 5\sin(x\sqrt{2})$

Аналогичным образом проводился визуальный корреляционный анализ и для рекуррентных диаграмм, построенных по данным для непериодических (почти периодических) функций. Здесь динамика процессов существенно отличается от динамики периодических функций. Первое, на что можно обратить внимание, — это то, что рис. 6 соответствует нестационарному режиму протекающих процессов, а на рис. 7 наблюдаются длинные изогнутые линии, что свидетельствует об изменчивости динамики системы.

Заключение

На основе проведенного визуального корреляционного анализа рекуррентных диаграмм, полученных на основе периодических и непериодических (почти периодических) функций, можно сделать вывод, что данный метод анализа может существенно помочь классифицировать динамики различных процессов. Следует отметить, что данный метод требует дополнительных исследований для выявления тех или иных закономерностей, соответствующих разным динамикам систем. Также требуется разра-

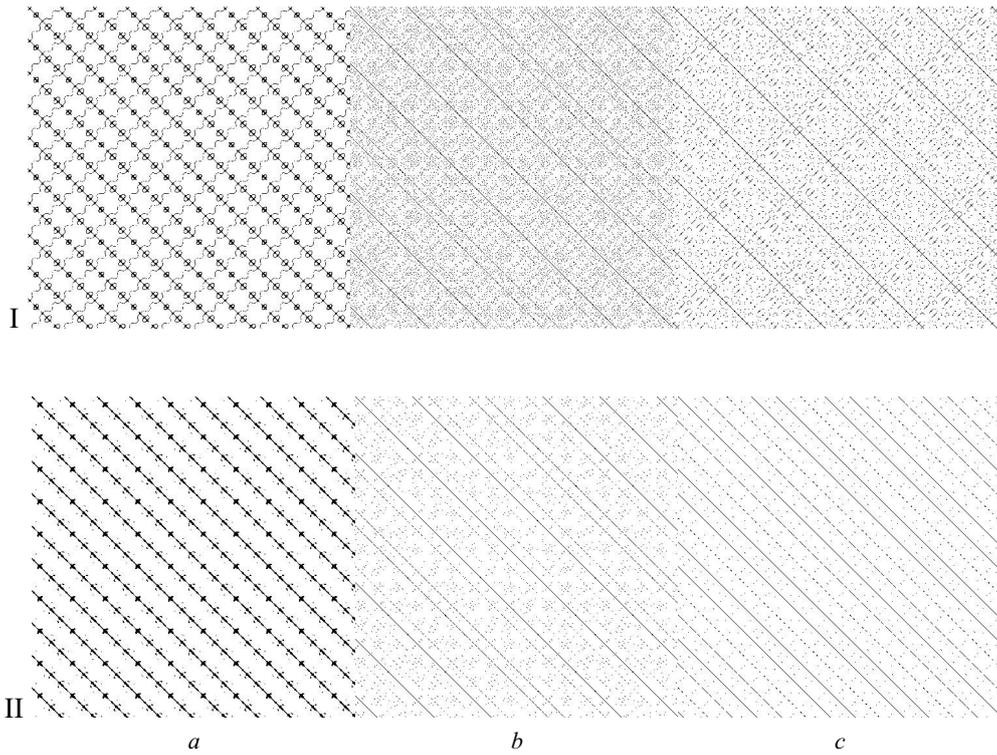


Рис. 4. Рекуррентные диаграммы периодических функций с их фазовыми портретами: I – по параметру x_i , II – по фазовой траектории; a – $2 * \sin(x) + 5 * \cos(\frac{x}{4})$, b – $4 * \sin(2 * x) + 3 * \cos(5 * x)$, c – $4 * \sin(\frac{x}{3}) + 7 * \cos(x)$

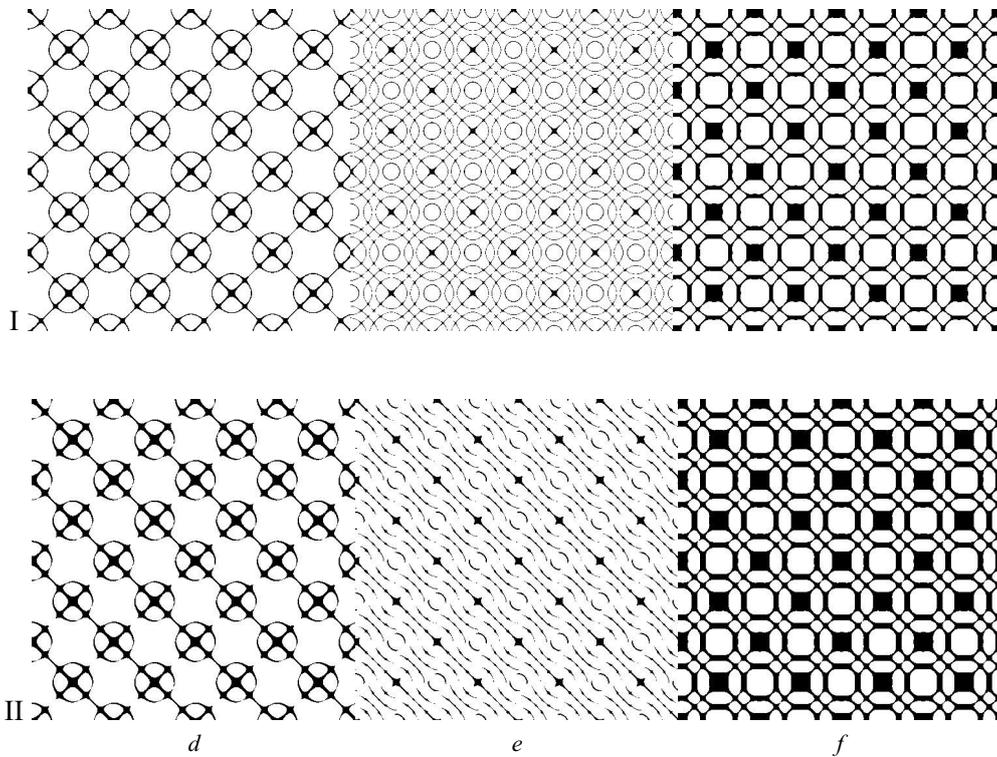


Рис. 5. Рекуррентные диаграммы периодических функций с их фазовыми портретами: I – по параметру x_i , II – по фазовой траектории; d – $5 * \sin(3 * \cos(x))$, e – $5 * \sin(7 * \cos(x))$, f – $2 * \sin(5 * \cos(x))$

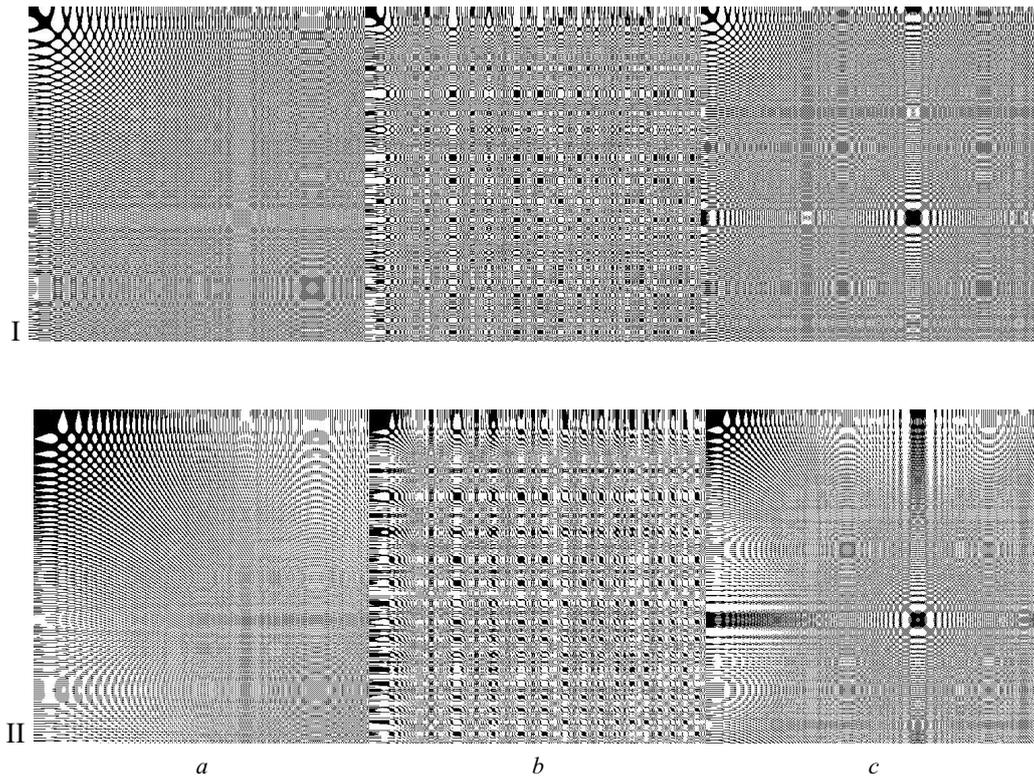


Рис. 6. Почти периодические функции с их фазовыми портретами: I — по параметру x_i , II — по фазовой траектории; a — $\sin(x^2)$, b — $\sin(x^3)$, c — $\sin(2*x^2)$

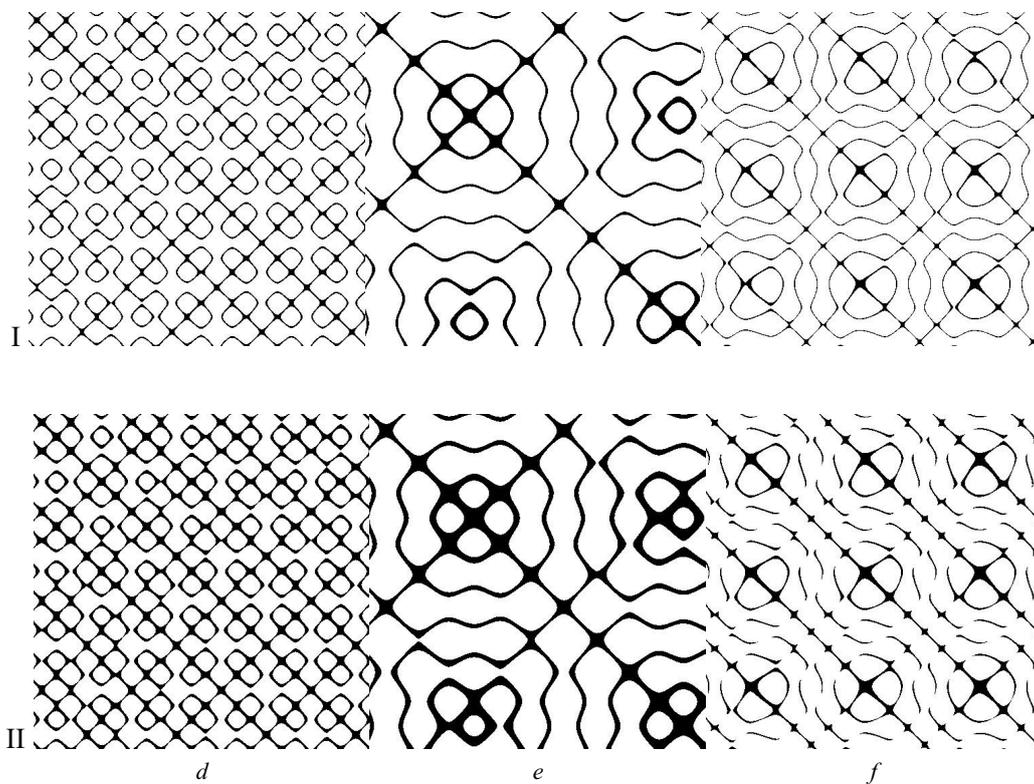


Рис. 7. Почти периодические функции с их фазовыми портретами: I — по параметру x_i , II — по фазовой траектории; d — $2 * \sin(x) + \sin(x\sqrt{2})$, e — $\sin(x) + 3 * \sin(2 * x\sqrt{2})$, f — $2 * \sin(x) + 5 * \sin(x\sqrt{2})$

ботка методики определения значения приближения ε , т. к. результаты рекуррентного анализа могут существенно отличаться для динамических систем при изменении ε . Рекуррентный анализ может быть применим для оценки гомеостаза человека, в том числе при лечении пациентов или функциональной диагностики паталогических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шакирова Л. С., Кухарева А. Ю., Еськов В. М. Неопределенность первого типа параметров сердечно-сосудистой системы девочек Югры. *Вестник новых медицинских технологий*. 2023;30(2):111–114.
2. Галкин В. А., Еськов В. М., Еськов В. В., Шамов К. А. Потеря эргодичности — фундаментальная математическая проблема всех наук о живых системах. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2023;2:56–67.
3. Газя Г. В., Газя Н. Ф., Еськов В. М. Проблема выбора инвариант в биокибернетике с позиций статистики. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):102–109.
4. Зилов В. Г., Хадарцев А. А., Еськов В. М., Иляшенко Л. К. Новый эффект в физиологии нервно-мышечной системы человека. *Бюллетень экспериментальной биологии и медицины*. 2019;167(4):400–404.
5. Пуанкаре А. *Новые методы небесной механики*. Избранные труды. Т. I. М.: Наука; 1971. 771 с.
6. Горбунов Д. В., Гавриленко Т. В. Математическое моделирование динамических процессов организма человека на основе дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. *Успехи кибернетики*. 2023;4(1):15–20.
7. Галкин В. А., Гавриленко Т. В., Смородинов А. Д. Подходы к решению систем линейных алгебраических уравнений с помощью нейронных сетей. *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки*. 2022;40(3):153–164.
8. Eckmann J.-P., Kamphorst S. O., Ruelle D. Recurrence Plots of Dynamical Systems. *Europhysics Letters*. 1987;5:973–977.
9. *Recurrence Quantification Analysis: Theory and Best Practices*. Ed. C. L. Webber, N. Marwan. Springer International Publishing Switzerland; 2015.
10. Manuca R., Savit R. Stationarity and Nonstationarity in Time Series Analysis. *Physica D*. 1996;99(2–3):134–161.
11. Garcia S. R., Romo M. P., Figueroa-Nazuno J. Characterization of Ground Motions Using Recurrence Plots. *Geofisica Internacional*. 2013;52(3):209–227.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-06

АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ КООРДИНАЦИИ ДВИЖЕНИЙ ВЕРХНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ ЧЕЛОВЕКА

Ю. Г. Бурькин

Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»,
г. Сургут, Российская Федерация

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4765-1199>, bionbf@yandex.ru

Аннотация: автором предложен инструментальный способ регистрации движений верхних конечностей человека с количественной оценкой выполнения диагностических тестов, заключающихся в обведении контуров выбранных пользователем графических объектов при помощи устройств ввода графической информации, в частности мыши, графических планшетов и дисплеев со стилусом. С помощью созданного опытного образца аппаратно-программного комплекса была произведена регистрация и оценка кинематических характеристик (траектория и её отклонение от шаблона, скорость, ускорение) движения ведущей верхней конечности у детей дошкольного возраста в процессе формирования графических навыков, а также выполнена количественная оценка двигательной координации в процессе реабилитации после инсульта. Информация о параметрах статической и динамической координации человека актуальна для объективной оценки его психофизиологического состояния в области педагогики, спорта, медицинской диагностики, криминалистике.

Ключевые слова: треморометрия, координациометрия, кинематика, точность движений, диагностика.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН № 0065-2019-0007.

Для цитирования: Бурькин Ю. Г. Аппаратно-программный комплекс для количественной оценки координации движений верхних конечностей человека. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):62–73. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-06.

Поступила в редакцию: 25.09.2023.

В окончательном варианте: 13.12.2023.

EVALUATION OF THE COORDINATION OF THE HUMAN UPPER EXTREMITIES

Yu. G. Burykin

Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4765-1199>, bionbf@yandex.ru

Abstract: we proposed a method for registering human upper limb movements with diagnostic tests. The user outlines geometric shapes using a mouse, tablet, or stylus. The pilot system and software registered the kinematic characteristics (path and its deviation, velocity, acceleration) of the upper limb movements in preschool children as they develop drawing skills, and measured the motor coordination in stroke patients. The static and dynamic coordination characteristics can be used to objectively assess the psychophysiological state of the individual in education, sport, medical diagnostics and forensics.

Keywords: tremorometry, coordinationometry, kinematics, diagnostics, accuracy of movements.

Acknowledgements: this study is a part of the No. 0065-2019-0007 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences.

Cite this article: Burykin Y. G. Evaluation of the Coordination of the Human Upper Extremities. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):62–73. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-06.

Original article submitted: 25.09.2023.

Revision submitted: 13.12.2023.

Введение

Определение понятия «координационные способности» имеет множество интерпретаций различных авторов, обусловленных неоднозначным пониманием сущности координационных способностей. Многие определения понятия «координационные способности» представлены в обзорных статьях ряда исследователей [1, 2].

По мнению О. А. Двейриной [2], основанном на положениях теории Н. А. Бернштейна [3] о многоуровневой системе построения движений и характеристике её отдельных уровней [4] очень ценным для определения сущности координационных способностей является утверждение о том, что движения каждого уровня обеспечивают определенные свойства организма человека. То есть, ключевым понятием при определении механизма координации, по мнению автора [2], следует считать не класс двигательных задач, а свойства организма, которые обеспечивают их решение. Далее автором приводится определение, отражающее суть явления: «Координационные способности – это совокупность свойств организма человека, проявляющаяся в процессе решения двигательных задач разной координационной сложности в соответствии с уровнем построения движений и обуславливающая успешность управления двигательными действиями [2, с. 36].

Большую роль в управлении движениями играет обратная связь, без которой такое становится неэффективным. Информация о текущем положении конечностей в пространстве непрерывно поступает в нервную систему от проприорецепторов, обеспечивающих мышечно-суставную чувствительность: в мышцах – это мышечные веретена; в сухожилиях в местах их соединения с мышцами – сухожильные органы Гольджи; в суставных сумках – это рецепторы типа окончаний Руффини, сухожильных органов Гольджи и, в меньшем числе, рецепторы типа телец Пачини, а также свободные нервные окончания с немиелинизированными афферентами [5, с. 36].

Кроме того, на эффективность управления движениями влияет также информация, поступающая в нервную систему от рецепторов сетчатки глаз при выполнении действий под контролем зрения, например письмо, рисование. В обзорной статье ряда авторов [1] приводится ссылка на В. Н. Платонова, который связывал координацию движений человека с возможностями и эффективной работой зрительного и вестибулярного анализаторов, быстротой прохождения импульсов, поступающих от проприорецепторов и выделял предпосылки к высокому качеству проявления координационных способностей: мышечно-суставную чувствительность; двигательную память, связанную с запоминанием двигательных форм с последующим их воспроизведением; эффективную внутримышечную и межмышечную координацию; совершенство механизма нервно-мышечной передачи импульсов [1].

Координация движений также связана с различительной способностью двигательного анализатора. Методика гониометрии направлена на измерение точности выполнения движений по заданной амплитуде. Порог мышечно-суставной чувствительности определяется минимальной величиной перемещения в суставе, выраженной в угловых градусах, которую испытуемый различает. Для измерения абсолютных и разностных порогов мышечно-суставной чувствительности используют кинематометры различных конструкций: для измерения точности выполнения движений в голеностопном суставе используется педальный кинематометр Шульте; в локтевом, коленном и тазобедренном суставах – кинематометр Жуковского; в плечевом – линейка Петрова [6]. Для определения точности движения кисти разработан механический кинематометр, а для оценки управления пространственными характеристиками движений в предплечье электронный кинематометр конструкции М. Жуковского [7]. Авторами исследований координационных способностей в группах юных танцоров также описана методика минимального приращения пространственного интервала (амплитуды) в лабораторном эксперименте по оценке точности параметров движения (различительной чувствительности пространства) с использованием курвиметра [8].

Динамическая и статическая координация верхних конечностей исследуются с помощью психологических методик диагностики, которые позволяют измерять точность управления движениями при решении двигательных задач, в частности, методика «Контактная треморометрия» позволяет исследовать статический тремор, а с помощью методики «Контактная координациометрия по профилю» проводятся исследования динамического тремора. Контактная треморометрия даёт информацию о среднем количестве касаний в секунду и средней продолжительности касаний, позволяет диагностировать мануальный тремор, координацию и сенсорный контроль над движениями. Контактная координациометрия по профилю даёт информацию о количестве касаний, среднем количестве касаний в секунду, средней продолжительности касаний, времени прохождения лабиринта и позволяет диагностировать мануальный тремор, координацию, сенсорный контроль над движениями и подвижность нервных процессов. Интерпретация результатов обследований испытуемых в норме и при наличии дисфункции опорно-двигательного аппарата, полученных с помощью данных методик представлена в работах ряда авторов [9–11]. В исследовании особенностей проявления пластики и точности движе-

ний женщин авторами [7] предлагается использование электронного тремометра, который позволяет определять точность обведения различных по сложности фигур: в форме квадрата, треугольника, двух концентрических кругов, зигзага, волны и прямой линии.

Наряду с вышеперечисленными способами оценки пространственной точности движений существуют тесты, где точность оценивается по вероятности попадания в заданную область [12], а также существует большое разнообразие тестов, связанных с манипуляциями мелкими предметами [13]. Многообразие видов деятельности, связанных с реализацией пространственной точности при выполнении движений не позволяет оценить их по унифицированному критерию, в связи с чем, рядом авторов [14] были разработаны способы для определения параметров точности движений, учитывающие специфику проявления мануальной точности в условиях конкретной профессии, а именно у будущих врачей-стоматологов. В данной работе [14] приводится описание прибора для измерения пространственно-временной точности двигательных действий в двух плоскостях. При исследовании ведется учет времени контактного взаимодействия щупа (стоматологического зонда) и контактной пластины с точностью до 0,01 с, учитывается динамика изменения количества касаний (темпа движений) за каждые 10 с выполнения тестирования.

Также авторами [14] описан способ контактной треморометрии, адаптированной для исследования координации врачей-стоматологов. Испытуемому во время обследования в положении стоя с прямой рукой, предлагалось вставить металлический щуп (стоматологический зонд с затупленным рабочим концом, имеющим диаметр 1 мм) в отверстие, расположенное на уровне груди диаметром 6 мм и продержат, стараясь не касаться краев отверстия в течение 30 с. Регистрировалось количество касаний и их продолжительность.

Наряду с регистрирующими устройствами для определения координации врачей-стоматологов использовались пространственный тест на миллиметровой бумаге и штырьковый тест. Тест на миллиметровой бумаге позволял определить величину ошибки при контролируемом перемещении руки из одной точки в другую на горизонтальной плоскости вправо, а штырьковый тест выполнялся путем перемещения штырей длиной 30 мм и диаметром 1,6 мм из ёмкости в сквозные отверстия диаметром 2 мм в форме, имитирующей расположение зубов на нижней челюсти человека [14].

Получение количественных данных о координации движений верхних конечностей человека инструментальными методами актуально для объективной оценки психомоторного развития детей, оценки координационных навыков спортсменов, в профессиональном и спортивном отборе, экспресс-диагностики психоэмоционального состояния человека-оператора, а также в целях медицинской диагностики в области неврологии и при патологиях со стороны опорно-двигательного аппарата.

Целью данной работы была разработка способа объективной оценки динамической и статической координации конечностей человека инструментальными методами и создание опытного образца аппаратно-программного комплекса для проведения диагностики. В ходе работы решались задачи, связанные с выбором наиболее информативных параметров оценки двигательной координации и реализацией вычислительных алгоритмов.

Основополагающими критериями оценки координационных способностей В. И. Лях считал: правильность, быстроту, рациональность и находчивость. В свою очередь вышеперечисленные критерии имеют количественные и качественные характеристики. К количественным характеристикам автор относит точность, скорость, экономичность и стабильность, к качественным характеристикам – адекватность, своевременность, целесообразность и инициативность [15].

При разработке аппаратно-программного комплекса для количественной оценки координации движений верхних конечностей человека предъявлялись требования максимально учитывающие количественные характеристики вышеперечисленных критериев, в частности, в диагностическом отчете, полученном после выполнения тестовых заданий содержатся сведения о точности (отклонении от координат точек шаблона), скорости, дисперсии и сигмы. Последние два параметра характеризуют стабильность двигательной координации.

Оснащение для проведения диагностического исследования

Количественная оценка двигательных функций посредством аппаратно-программных комплексов может применяться для получения объективной информации о сенсомоторной интеграции при проведении диагностических тестов, заключающихся в обведении контуров выбранных пользователем графических объектов при помощи устройств ввода графической информации, в частности мыши,

графических планшетов и дисплеев со стилусом.

Для проведения диагностики в условиях наиболее приближенных по биомеханическим параметрам к письму, рисованию предпочтительнее использовать стилусы, по форме и массе приближающиеся к предметам для письма (ручке, карандашу). В этом случае потребуется следующее оснащение:

- графический планшет (например, XP-Pen Star 03) или графический дисплей (например, XP-Pen Artist 15.6) и другие аналоги;
- стилус удобной формы;
- подставка для планшета с возможностью регулировки угла наклона рабочей поверхности;
- программное обеспечение для оценки координации движений верхней конечности при письме (рисовании).

Предъявление графической информации возможно как на экране в случае использования графического дисплея или монитора, так и на листе бумаги при использовании графического планшета. Графические объекты, выводимые на печать, создаются с помощью генератора изображений, выбираемого в меню программы.

При отсутствии графического планшета потребуется персональный компьютер с монитором, компьютерная мышь и программное обеспечение. Следует отметить, что результаты, полученные при использовании стилуса и мыши несопоставимы, т.к. изменяется биомеханика письма или рисования.

Области применения:

- оценка координации при формировании графических навыков у детей дошкольного и младшего школьного возраста (возможно проведение контрольных срезов в различные периоды обучения);
- количественная оценка показателей зрительно-моторной координации у детей, занимающихся художественным творчеством;
- оценка координации верхних конечностей после выполнения различных физических упражнений у детей и взрослых, занимающихся спортом (координационная проба с физической нагрузкой);
- оценка межмышечной и внутримышечной координации в процессе выполнения движений в условиях статической нагрузки на верхнюю конечность (актуально для силовых видов спорта, а также стрелков при длительном статическом удержании оружия в процессе тренировки);
- профессиональный отбор;
- спортивный отбор;
- оценка координации верхних конечностей у человека-оператора для допуска к работе;
- оценка восстановления двигательных функций верхних и нижних конечностей (стилус зажимается между пальцами ноги) в процессе реабилитации;
- определение межполушарной асимметрии по соотношению суммарных отклонений, полученных для правой и левой верхних конечностей.

Подготовительный этап

До начала диагностики необходимо создать комфортные условия: обеспечить оптимальный уровень освещённости и посторонних шумов, удобно расположить обследуемого за столом, соблюдая расстояние от графического объекта до глаз не менее 35–40 см. Планшет или коврик для мыши должен находиться на чистой ровной горизонтальной поверхности или на поверхности подставки под заданным углом наклона.

В случае использования графического планшета необходимо поместить распечатанное для проведения тестирования изображение под плёнку, как показано на рисунке 1. При использовании графического дисплея или монитора графический объект выбирается в меню пользователя из имеющихся в базе изображений.

Если необходимый графический объект отсутствует, то возможно создать его, используя вкладку меню: генератор изображений. Изображение сохраняется в нескольких вариантах, в программу необходимо загрузить тот, у которого отсутствует фон. Для оценки статической координации рекомендуется генерировать точку, относительно которой будут вычисляться среднее отклонение и другие параметры.



Рис. 1. Внешний вид аппаратно-программного комплекса при использовании графического планшета XP-Pen Star 03

Калибровка

Работа с программой начинается с ввода Ф.И.О. обследующего, Ф.И.О. обследуемого, даты рождения последнего. В меню программы выбирается вкладка: загрузить изображение. Выбор изображения, выводимого на экран монитора ПК, производится в соответствии с изображением, распечатанным на листе бумаги и размещённым под плёнкой на рабочей поверхности графического планшета. Для более точного определения местоположения изображения и нахождения среднего между координатами указанных точек используется четыре точки по углам листа бумаги.

Калибровка выполняется по следующему алгоритму:

- нажатие пробела для начала операции калибровки;
- последовательное касание стилусом в четырех точках по часовой стрелке, начиная с правого верхнего угла листа бумаги, расположенного под плёнкой графического планшета;
- по указанным точкам получаем позицию изображения, его ширину и длину.

Касание стилусом планшета в четырёх точках, соответствующих углам листа бумаги с изображением, позволяет более точно определять местоположение графического объекта по среднему между координатами указанных точек.

В случае использования графического дисплея или монитора ПК, выполнение калибровки не требуется, т.к. изображение графического объекта выводится непосредственно на экран.

Вычисление угла наклона изображения производится по нижеприведённому алгоритму, представленному на рисунке 2.

```
float angle1 = (float)(Math.Atan2(fp2.Y - fp1.Y, fp2.X - fp1.X) * (180 / Math.PI));
float angle2 = (float)(Math.Atan2(fp3.Y - fp4.Y, fp3.X - fp4.X) * (180 / Math.PI));

Console.WriteLine(angle1 + " " + angle2);
pictureBox1.Image = RotateImage(pictureBox1.Image, (angle1 + angle2) / 2);
```

Рис. 2. Вычисление угла наклона изображения

Поворачивание исходного изображения на найденный угол и его отображение на экране монитора (и графического дисплея) производится в соответствии с алгоритмом приведённым на рисунке 3.

```
public Image RotateImage(Image img, float rotationAngle)
{
    Bitmap bmp = new Bitmap(img.Width, img.Height);
    Graphics gfx = Graphics.FromImage(bmp);

    gfx.TranslateTransform((float)bmp.Width / 2, (float)bmp.Height / 2);
    gfx.RotateTransform(rotationAngle);
    gfx.TranslateTransform(-(float)bmp.Width / 2, -(float)bmp.Height / 2);
    gfx.InterpolationMode = InterpolationMode.HighQualityBicubic;
    gfx.DrawImage(img, new Point(0, 0));
    gfx.Dispose();

    return bmp;
}
```

Рис. 3. Поворачивание исходного изображения на найденный угол и его отображение на экране монитора

Настройка параметров

В процессе обведения контура графического объекта изображение в частности принимает вид, представленный на рисунке 4. Синим цветом выделены сегменты, которые отображаются через каждые n пикселей, проходимых стилусом или мышкой. Количество пикселей, которые являются промежутком, задаёт пользователь, как и размер сегмента.

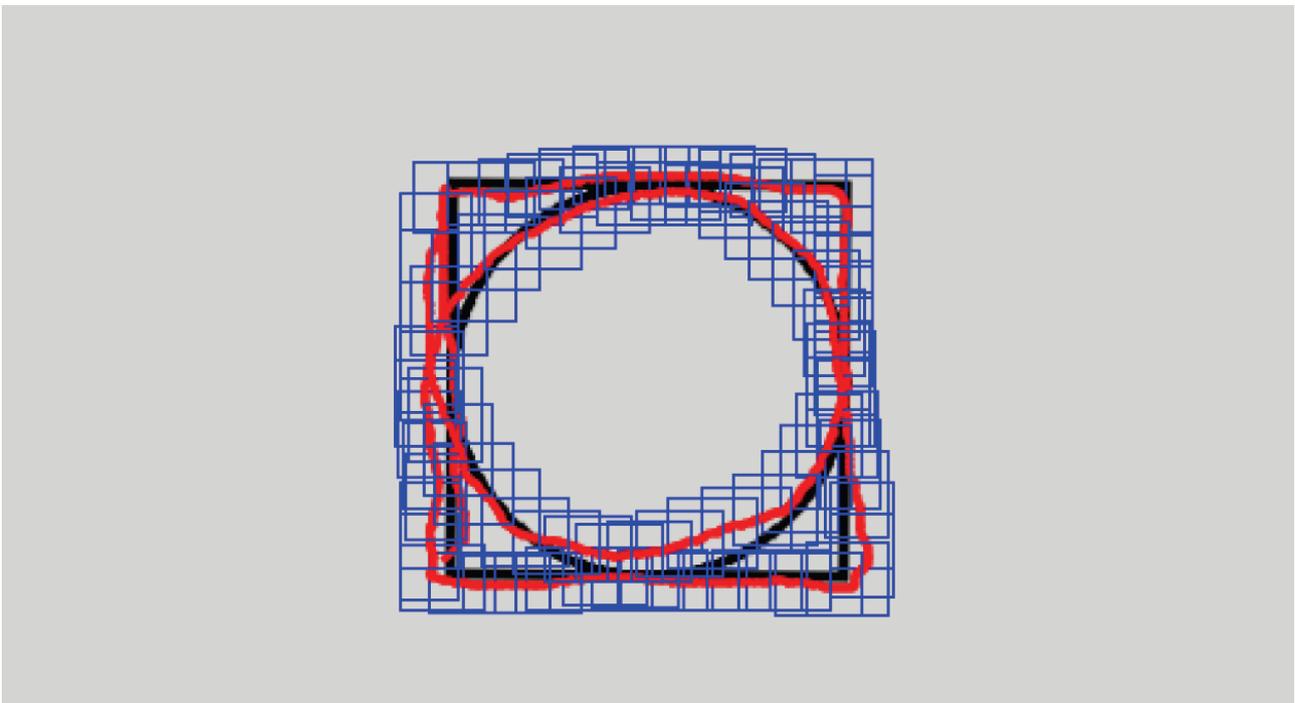


Рис. 4. Пример обведения контура графического объекта с отображением сегментов

На рисунке 5 представлены настройки параметров, задаваемые пользователем перед проведением обследования. При отключении функции «выводить сегменты» отображаться будет только траектория движения стилуса и исходный объект. Цвета линий и фона выбираются из палитры. Пользователем также задается шаг (в настройках обозначена как граница «прыжка») для исключения разрывов между графическими объектами, например, словами. Перенос стилуса между объектами в этом случае не учитывается как отклонение, в противном случае при вычислении отклонения и других параметров будут

вноситься погрешности. Размер шага также задается пользователем с учётом конкретной ситуации, т.е. расстояния между объектами.

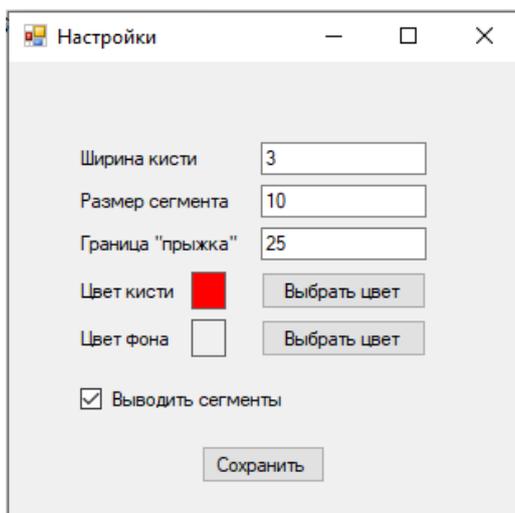


Рис. 5. Настройки параметров пользователем, задаваемые перед проведением обследования

Сегмент строится следующим образом: берется начальная точка, а после прохождения расстояния в n пикселей, устанавливается вторая точка. Далее вычисляются ещё две точки (рис. 6).

```
int maxPointX = Math.Max(analysPoint1.X, analysPoint2.X) + frameWidth;
int maxPointY = Math.Max(analysPoint1.Y, analysPoint2.Y) + frameWidth;
int minPointX = Math.Min(analysPoint1.X, analysPoint2.X) - frameWidth;
int minPointY = Math.Min(analysPoint1.Y, analysPoint2.Y) - frameWidth;
```

Рис. 6. Алгоритм построения сегмента

Описание процедуры диагностики

На мониторе ПК или дисплее графического планшета, расположенном под различными углами появляется графическая информация (изображение букв, цифр, простых или сложных геометрических фигур), которую, как можно точнее должен воспроизвести обследуемый. Графическое построение выполняется при помощи стилуса или мыши. При этом поверхность, на которой выполняется движение рукой при письме, рисовании располагается под различными углами наклона рабочей поверхности подставки. Тестирование выполняется в следующих условиях:

- при различных углах наклона плоскости графического планшета, расположенного на подставке;
- в произвольном режиме (письмо, рисование с индивидуальной скоростью);
- в условиях статической нагрузки (с отягощением, фиксируемом на активной верхней конечности);
- в условиях шумовых акустических и зрительных помех;
- для выявления асимметрии в управлении движениями правой и левой верхними конечностями обследуемого;

Обследуемый обводит стилусом или мышкой контур изображения, расположенного под пленкой графического планшета (на экране графического дисплея, монитора). Касание стилусом графического планшета или графического дисплея аналогично ведению курсора мыши с зажатой левой кнопкой в случае проведения тестирования с использованием экрана монитора ПК.

Полученные после обследования первичные данные сохраняются в два файла с расширением txt. В файле RawData сохраняются: номер отсчёта; время в миллисекундах; координаты точек на плоскости (x , y), полученных при движении стилусом или мышкой во времени. В файл SegmentData записываются: номер сегмента; время для каждого сегмента в миллисекундах; общее время тестирования; отклонение, полученное в каждом сегменте изображения.

Вычисление отклонения и статистических параметров

Конструктор класса `bitImage` работает в несколько этапов.

1. Получение исходного изображения из файла через диалоговое окно выбора файла.
2. Формирование матрицы `sourceTable` из исходного изображения по следующим принципам:
 - размер матрицы равен высоте и ширине изображения в пикселях;
 - элемент матрицы принимает значение 0, если прозрачность (альфа) пикселя меньше или равна 200;
 - элемент матрицы принимает значение 1, если прозрачность (альфа) пикселя больше 200.

3. Создание второй матрицы `newBitmap`, имеющей такой же размер, что и матрица `sourceTable`, все значения которой изначально равны 0. Во время тестирования, в `bitImage.newBitmap`, в зависимости от места рисования, нули матрицы заменяются на единицы.

Точки обрабатываются классом `bitImage` в `PushData`. На рисунке 7 приведен программный код, по которому вычисляется отклонение.

```
for(int x = point1.X; x < point2.X; x++)
{
    for(int y = point1.Y; y < point2.Y; y++)
    {
        pixelCount += newBitmap.GetPixel(x, y).ToArgb() == penColor.ToArgb() ? 1 : 0;
        temp += (newBitmap.GetPixel(x, y).ToArgb() == penColor.ToArgb()) ^ sourceTable[x, y] ? sourceTable[x, y] ? 0 : 1 : 0;
    }
}
analysTimeSet.Add(elapsedTime);
analysDataSet.Add(temp);
newBitmap = new Bitmap(sizeN, sizeM);
```

Рис. 7. Алгоритм вычисления отклонения

На рисунке 8 изображен принцип вычисления отклонения от шаблона, где последнее выделено желтым цветом. Черным цветом обозначена линия, принадлежащая графическому объекту (шаблону), красным цветом – траектория движения стилуса или мыши.

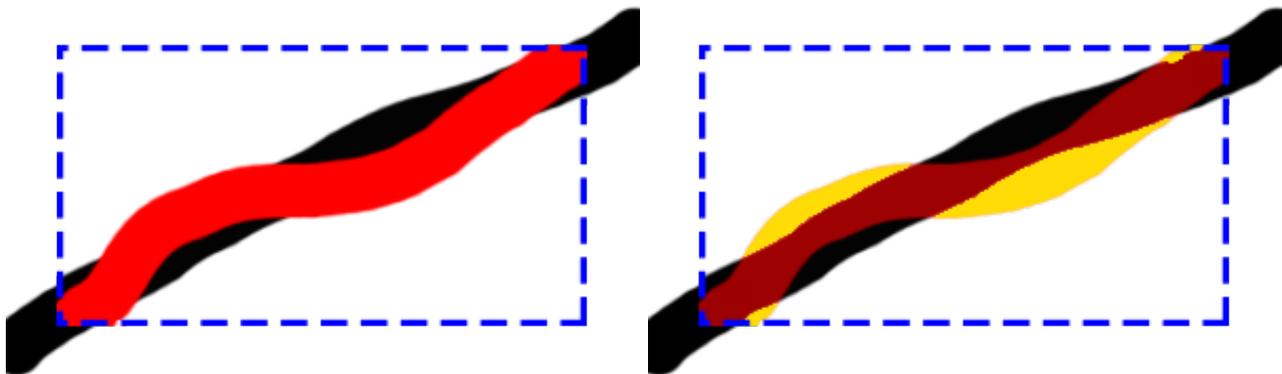


Рис. 8. Принцип вычисления отклонения

Для вычисления отклонения между матрицами `newBitmap` и `sourceTable` проводится вычисление побитового «или». Проверяется принадлежность пикселя из `sourceTable` матрице `newBitmap`. То есть, если оба элемента матриц с координатами (x_1, y_1) являются 1, то значение будет равно 0. Если только элемент исходной матрицы равен 1, то значение также будет 0. Только в случае, когда в исходной матрице стоит 0, а в нарисованной 1, получается 1. Все вычисленные по этим правилам значения (0 или 1) складываются между собой. Эта сумма и представляет собой отклонение.

Далее, в поля класса `analysDataSet` для каждого сегмента записывается его отклонение и время, за которое он отрисовывался. В процессе тестирования, время, за которое отрисовывался каждый сегмент, фиксируется. Нарисованная матрица обнуляется.

Далее данные передаются в прототип класса `DataSet`, после работы которого мы получаем следующие статистические параметры: выборка, минимальное отклонение, среднее отклонение, максимальное отклонение, дисперсия, сигма, средняя скорость, мода, медиана.

Диагностический отчёт

В диагностическом отчёте, полученном в результате проведения тестирования отображаются статистические параметры, представленные на рисунке 9.

Выборка: 27
Минимальное отклонение: 13
Среднее отклонение: 43,444
Максимальное отклонение: 97
Дисперсия: 563,58
Сигма: 23,74
Средняя скорость: 102,7715
Мода: 35
Медиана: 35
Время рисования: 3,181 сек.

Рис. 9. Основные статистические параметры, получаемые в результате обследования

Для более наглядного представления данных, строятся графики, представленные на рисунках 10–14.

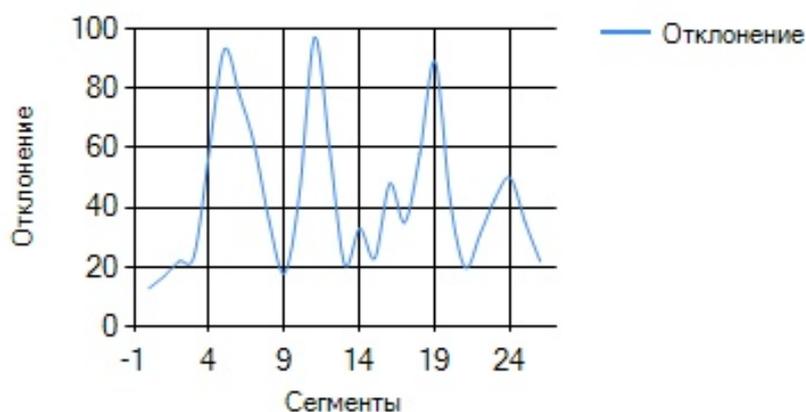


Рис. 10. График отклонений относительно сегментов

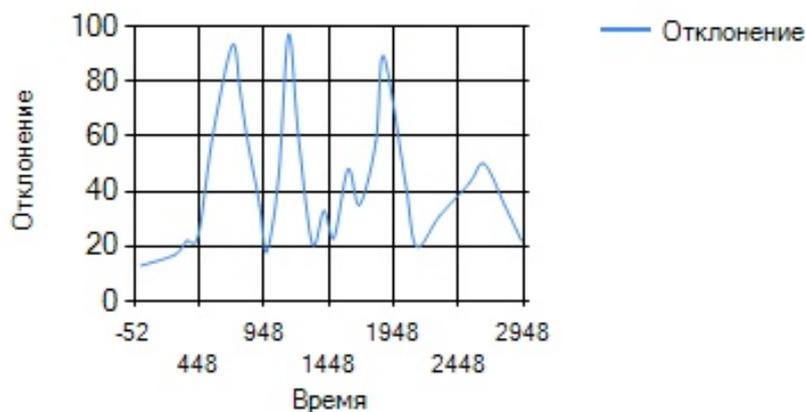


Рис. 11. График отклонений во времени (временная развертка)

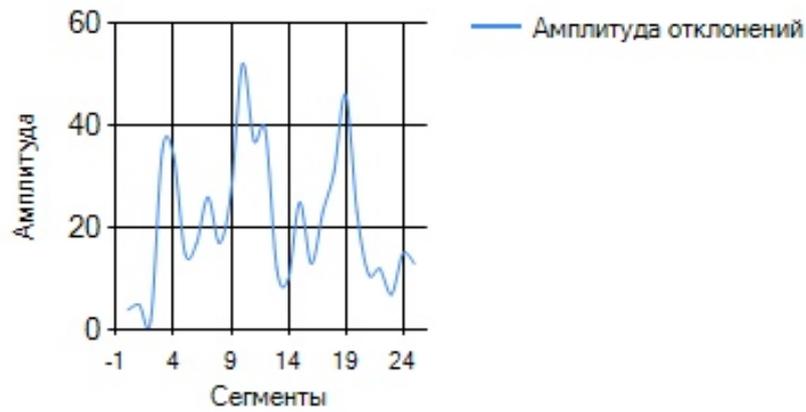


Рис. 12. График амплитуд отклонений относительно сегментов



Рис. 13. График скорости и ускорения относительно сегментов

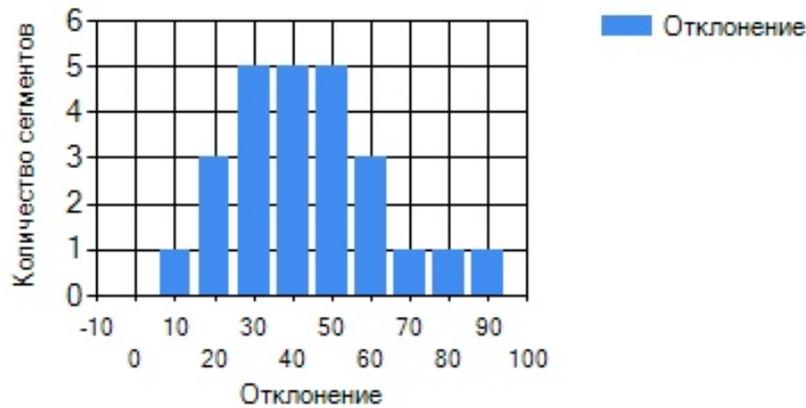


Рис. 14. Гистограмма частоты отклонений

Диагностические данные возможно сохранить в виде отчета в формате pdf. В отчет входят Ф.И.О. обследующего, Ф.И.О. обследуемого, дата рождения последнего и дата проведения диагностики, исходное изображение, итоговое изображение, вышеприведённые статистические данные и графики.

В качестве иллюстративного примера на рисунке 15 показаны данные из реального диагностического отчета (фрагмент отчета), полученные при обследовании детей дошкольного возраста в процессе освоении ими графических навыков и имеющих различный уровень динамической координации движений верхних конечностей.

Выборка: 174
Минимальное отклонение: 0
Среднее отклонение: 5,649
Максимальное отклонение: 17
Дисперсия: 11,17
Сигма: 3,342
Средняя скорость: 21,7781
Мода: 7
Медиана: 7
Время рисования: 77,343 сек.

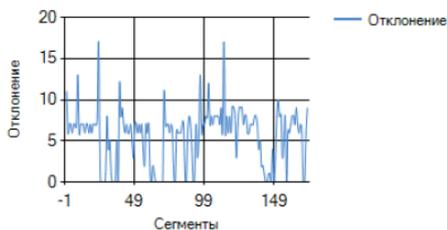


Рис. 1. График отклонений относительно сегментов

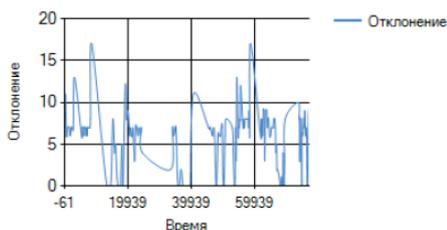


Рис. 2. График отклонений относительно времени

Выборка: 170
Минимальное отклонение: 0
Среднее отклонение: 4,182
Максимальное отклонение: 14
Дисперсия: 13,337
Сигма: 3,652
Средняя скорость: 38,6516
Мода: 0
Медиана: 5
Время рисования: 38,268 сек.

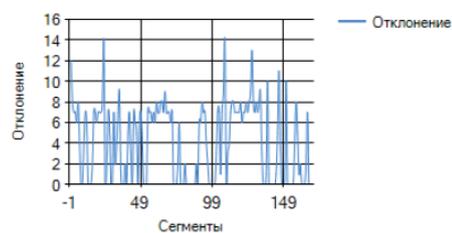


Рис. 1. График отклонений относительно сегментов

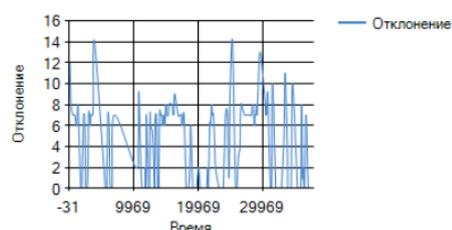


Рис. 2. График отклонений относительно времени

Рис. 15. Фрагменты диагностических отчетов при оценке динамической координации у двух детей дошкольного возраста при обведении ими квадрата и круга

Выборка: 219
Минимальное отклонение: 0
Среднее отклонение: 9,489
Максимальное отклонение: 34
Дисперсия: 58,98
Сигма: 7,68
Средняя скорость: 21,1955
Мода: 0
Медиана: 8
Время рисования: 64,471 сек.

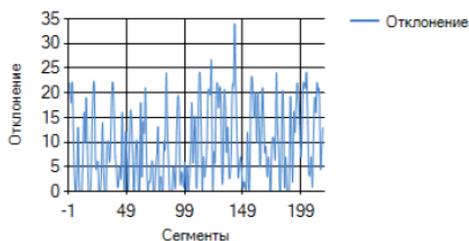


Рис. 1. График отклонений относительно сегментов

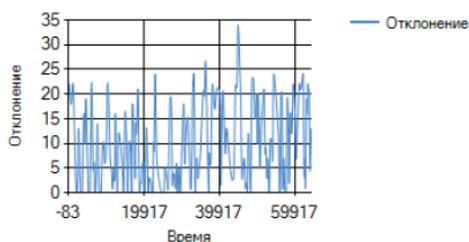


Рис. 2. График отклонений относительно времени

Выборка: 214
Минимальное отклонение: 0
Среднее отклонение: 8,051
Максимальное отклонение: 35
Дисперсия: 58,946
Сигма: 7,678
Средняя скорость: 26,6567
Мода: 0
Медиана: 6
Время рисования: 52,812 сек.

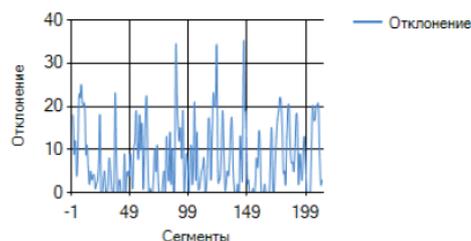


Рис. 1. График отклонений относительно сегментов

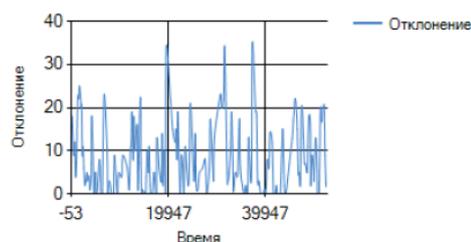


Рис. 2. График отклонений относительно времени

Рис. 16. Фрагменты диагностических отчетов при оценке динамической координации левой верхней конечности у пациента с правосторонним гемипарезом в разные периоды времени

На рисунке 16 Приведены данные обследования пациента, находящегося на реабилитации после инсульта в разные периоды времени. Пациент путем тренировки осваивал письмо левой верхней конечностью вследствие отсутствия необходимого объема движений и координации в правой. Регистрация произведена 27.03.2023 и 15.05.2023 года. Отмечается незначительная динамика при выполнении задания по одному шаблону в виде прописи.

Заключение

В ходе проведенной работы была создан опытный образец аппаратно-программного комплекса для проведения диагностики и объективной оценки динамической и статической координации конечностей человека. Полученные предварительные данные количественно показывают различия в функциональном состоянии обследуемых, отражают процесс изменения динамической координации, что создаёт предпосылки для проведения углубленных исследований в различных областях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серикова Ю. Н., Александрова В. А., Нечаева А. Ю. Координационные способности: определение, основные подходы к изучению, современные средства и методы развития. *Ученые записки университета имени П. Ф. Лесгафта*. 2018;6(160):224–231.
2. Двейрина О. А. Координационные способности: определения, классификация форм проявления. *Научно-теоретический журнал «Ученые записки»*. 2008;1(35):35–38.
3. Бернштейн Н. А. *О построении движений*. М.: Медгиз; 1947. 255 с.
4. Бернштейн Н. А. *Биомеханика и физиология движений: избранные психологические труды* / под ред. В. П. Зинченко. 2-е изд. М.: издательство Московского психолого-социального института; Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК»; 2004. 688 с. (Серия «Психологи России»).
5. Вартамян И. А. *Физиология сенсорных систем: Руководство*. Серия «Мир медицины». СПб.: Издательство «Лань»; 1999. 224 с.
6. Тугунова Я. П. Повышение эффективности процесса обучения юных фигуристов с использованием специально подобранных средств. *Научно-теоретический журнал «Ученые записки»*. 2014;4(110):171–175. DOI: 10.5930/issn.1994-4683.2014.04.110.p171-175.
7. Акоюн Е. С., Чатинян А. А., Ковалева А. А. Особенности проявления пластики и точности движений женщин: возрастной аспект и взаимосвязи. *Наука и спорт: современные тенденции*. 2021;1(9): 44-52. DOI: 10.36028/2308-8826-2021-9-1-43-51.
8. Садовникова А. М., Афанасьева Н. В., Болотова Н. А. Сравнительный анализ уровня координационных способностей в группах юных танцоров, имеющих разный стаж занятий спортивными танцами. *Северный регион: наука, образование, культура*. 2012;1–2:105–108.
9. Баранов С. Н. Контактная треморометрия и контактная координациометрия по профилю как методы диагностики точности движения рук, нарушений нервной системы и психического состояния человека. *Интерактивная наука*. 2017;5(15):65–67. DOI 10.21661/r-130119.
10. Белоусова Н. А., Мальцев В. П., Матушак А. Ф., Солдатова Е. Л., Горелова Г. Г. Психофизиологические закономерности адаптации подростков с дисфункцией опорно-двигательного аппарата (профессионально-образовательный аспект). *Человек. Спорт. Медицина*. 2017;S(17):43–54. DOI: 10.14529/hsm17s05.
11. Васильева Ю. А. Уровень тремора и силы нервных процессов у лиц с различным исходным тоном вегетативной нервной системы. *Вестник Курганского государственного университета. Серия «физиология, психология медицина»*. 2016;2(41):11–14.
12. Голомазов С. В. *Кинезиология точностных действий человека*. М.: СпортАкадемПресс; 2003. 228 с.
13. Козлов Р. С. О взаимосвязи показателей силы и точности движений рук у подростков 13–14 лет. *Ученые записки университета им. П. Ф. Лесгафта*. 2011;8(78):87–90.
14. Миронов И. С., Правдов М. А., Правдов Д. М. Способы оценки точности движений студентов-стоматологов и их взаимосвязь. *Ученые записки университета имени П.Ф. Лесгафта*. 2014;10:93–98. DOI: 10.5930/issn.1994-4683.2014.10.116.p93-98.
15. Лях В. И. *Координационные способности: диагностика и развитие*. М.: ТВТ Дивизион; 2006. 290 с.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-07

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ РАЗРАБОТКИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ФИНАНСОВОГО РИСК-МЕНЕДЖМЕНТА НЕФИНАНСОВЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ**В. А. Востров^{1,a}, Т. В. Гавриленко^{1,2,b}, Э. М. Исмаилов^{3,c}**¹ Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация³ Сургутский научно-исследовательский и проектный институт «СургутНИПИнефть», г. Сургут, Российская Федерация^a  ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1647-4416>, valeriy-v-mail@mail.ru^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com^c ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9913-3283>, trol.8@inbox.ru

Аннотация: в сложившихся условиях экономической среды для гармоничного развития и роста бизнеса нефинансовым организациям необходимо совершенствовать подходы к управлению финансовыми рисками, так как существующие средства и методы обработки информации и принятия решений в данной области не в полной мере отвечают современным требованиям. Активно применяемые банками их собственные разработки и технологические решения в указанном направлении в большинстве случаев являются недоступными для других компаний. В статье рассмотрены подходы и технологии в области искусственного интеллекта, применение которых возможно при оценке кредитных рисков, прогнозировании рыночных трендов, решении задач анализа большого объема данных и управлении инвестициями для нефинансовых компаний.

Ключевые слова: методы искусственного интеллекта, интеллектуальные модели финансового риск-менеджмента, управление инвестициями на базе искусственного интеллекта, искусственный интеллект в сфере финансов.

Для цитирования: Востров В. А., Гавриленко Т. В., Исмаилов Э. М. Некоторые аспекты разработки интеллектуальной модели для финансового риск-менеджмента нефинансовых организаций. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):74–80. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-07.

Поступила в редакцию: 30.11.2023.*В окончательном варианте:* 19.12.2023.**INTELLECTUAL MODEL FOR FINANCIAL RISK MANAGEMENT IN NON-FINANCIAL ORGANIZATIONS****V. A. Vostrov^{1,a}, T. V. Gavrilenko^{1,2,b}, E. M. Ismailov^{3,c}**¹ Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation² Surgut State University, Surgut, Russian Federation³ Surgutnippineft Surgut Research and Design Institute of the Oil Industry, Surgut, Russian Federation^a  ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1647-4416>, valeriy-v-mail@mail.ru^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com^c ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9913-3283>, trol.8@inbox.ru

Abstract: in the current conditions of the economic environment for the harmonious development and growth of business, non-financial organizations need to improve approaches to financial risk management, since the existing means and methods of information processing and decision-making in this area do not fully meet modern requirements. Although they are actively used by banks, their developments and technology solutions are mostly inaccessible to other companies. This paper discusses the approaches and technologies in the field of artificial intelligence, which can be used in assessing credit risks, forecasting market trends, solving problems of analyzing large amounts of data and investment management for non-financial companies.

Keywords: artificial intelligence methods, intelligent models of financial risk management, investment management based on artificial intelligence, artificial intelligence in finance.

Cite this article: Vostrov V. A., Gavrilenko T. V., Ismailov E. M. Intellectual Model for Financial Risk Management in Non-Financial Organizations. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):74–80. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-07.

Original article submitted: 30.11.2023.

Revision submitted: 19.12.2023.

Введение

На сегодняшний день для функционирования многих компаний свойственны неопределенность и неоднозначность ситуации, в которой они ведут бизнес, вызванные целым рядом причин:

- ростом геополитической напряженности;
- разрывом старых и налаживанием новых цепочек поставок;
- выходом на новые рынки сбыта;
- изменением логистических маршрутов;
- уходом с рынков опытных зарубежных игроков в сфере финансов, консалтинга, информационных технологий;
- переносом бизнеса целиком либо отдельных его подразделений в другие страны;
- введением государственными регуляторами ограничений на движение капитала, оказание финансовых, страховых, транспортных услуг;
- заморозкой активов иностранных инвесторов и контрагентов;
- усилением процедур комплаенса;
- резким ростом волатильности активов;
- отклонением показателей инфляции от целевых уровней в значительном количестве стран;
- снижением темпов экономического роста.

Следствием этих процессов является высокая степень изменчивости экономической эффективности и финансовых результатов деятельности компаний. При этом современные экономические системы являются довольно сложными и взаимосвязанными, что способствует распространению воздействия изначального изменения на более широкую область экономики и приводит к возрастанию рисков и неопределенности для большого количества субъектов бизнеса. В связи с этим возникает потребность в идентификации, оценке и минимизации возможных убытков или негативных последствий реализации рисков — в управлении рисками.

Управление рисками включает в себя не только мониторинг ключевых параметров, но также и постоянное обновление стратегии их контроля на основе новых данных и меняющихся условий.

Указанные выше факторы, представляющие собой коммерческие, производственные, политические, рыночные и иные виды рисков, на следующем уровне формируют риски финансовых потерь, выражаемых как в прямых убытках, так и в недостижении плановых показателей прибыли — финансовые риски. Таким образом, финансовый риск — это величина, характеризующая объем и вероятность финансовых потерь [1].

Очевидно, что финансовые риски присущи не только финансовым компаниям. Нефинансовые организации (НФО), помимо основной деятельности, осуществляют управление своими финансовыми активами, и этот процесс также подвержен рискам. Например, один из самых распространенных способов хранения и размещения временно свободных денежных средств — банковский счет или депозит — также представляет собой рискованную финансовую операцию, что наглядно демонстрирует история банкротств кредитных организаций. И в случае недостаточности собственных средств банка для покрытия его обязательств, клиенты таких кредитных организаций несут финансовые потери.

В таких обстоятельствах становится очевидным, что размещение средств даже в инструменты с относительно невысоким риском, такие как банковские счета и вклады, требует применения механизмов управления рисками. Особенную важность такой подход приобретает, когда объемы размещаемых компанией средств сопоставимы с капиталом самого банка. Кроме того, оценку кредитных рисков, генерируемых банком, необходимо проводить в случае использования и других банковских продуктов, по которым банк отвечает собственными средствами, например, облигаций, банковских гарантий, аккредитивов и т. д. Также финансовую надежность банка необходимо оценить и при открытии кредитной линии для финансирования долгосрочных и капиталоемких проектов, т. к. в данном случае необходимо

гарантировать способность банка предоставить необходимые средства и поддерживать ликвидность в течение срока реализации проекта.

Для НФО, обладающих значительными финансовыми вложениями, обеспечение безопасности транзакций и самих вложений является одним из важнейших приоритетов, реализация которого на должном уровне требует высококачественного финансового риск-менеджмента, в том числе с применением передовых технологий.

При этом необходимо отметить, что в настоящее время условия бизнес-среды представляют собой отклонение от практики, сложившейся в предыдущие годы: существующие средства и методы обработки информации и принятия решений в области управления рисками не в полной мере отвечают современным требованиям. В этой связи возникает вопрос: как компаниям, не специализирующимся на финансовом секторе экономики, убедиться в том, что финансовое состояние партнеров удовлетворительное и сотрудничество с ними не принесет проблем? Как достичь приемлемого уровня прогнозируемости рынков и обеспечить успех инвестиций? Возможно ли убедиться, что банк, выдавший гарантию оплаты или в котором размещены денежные средства, находится в удовлетворительном состоянии?

Состояние проблемы

Эффективным решением указанной проблемы может явиться финансовый риск-менеджмент на основе технологий искусственного интеллекта (ИИ) или интеллектуальный финансовый риск-менеджмент (ИФРМ).

В Федеральном законе [2] под ИИ понимаются технологии, основанные на использовании ИИ, включая компьютерное зрение, обработку естественного языка, распознавание и синтез речи, интеллектуальную поддержку принятия решений и перспективные методы ИИ.

В настоящее время в публичном информационном пространстве отсутствуют сведения о применении ИФРМ для НФО. Интеллектуальные модели, применяемые банками для прогнозирования рыночных трендов и торговли на финансовых рынках, в большинстве случаев являются собственностью этих банков, и широкий доступ к ним не предоставляется. Скоринговые модели оценки кредитных рисков, применяемые банками, также представляют собой коммерческую тайну. Поэтому очевидно, что разработка интеллектуальных моделей для финансового риск-менеджмента является актуальной задачей, решение которой востребовано. Для реализации данной задачи представляется целесообразным изучить подходы и принципы, применяемые в финансовом секторе, с целью определения возможности их экстраполяции.

Аспекты, которые представляется целесообразным учесть при разработке ИФРМ для НФО

1. Доступность разработок.

На основе анализа последних тенденций можно сделать вывод, что период доступа к программному обеспечению или проектам, где исходный код открыт для общего использования, изучения, модификации и распространения, может закончиться. Растущая конкуренция в области ИИ приводит некоторые компании к мысли, что больше не нужно выкладывать результаты в opensource [3].

Однако этому явлению, которое повышает порог доступности к разработке и совершенствованию систем ИИ, можно противопоставить другой тренд, способствующий расширению круга пользователей технологий ИИ и повышению ее доступности, – это распространение сервисов Low-code и No-code. Эти сервисы обеспечивают вовлечение малого и среднего бизнеса в применение и развитие ИИ и методологии автоматического машинного обучения (AutoML), не требующих от пользователя глубоких специализированных знаний в области машинного обучения и делающих их более доступными даже для непрофильных специалистов [4].

2. Обработка больших данных и машинное обучение.

В настоящее время объем «оцифрованной» информации растет очень высокими темпами. Крупнейшие представители финансового сектора – банки – имеют доступ к такой «оцифрованной» информации в виде финансовых транзакций своих клиентов, финансовой отчетности компаний, котировок биржевых активов, макроэкономических показателей, статистических данных о производстве, торговле и потреблении – большим данным. В условиях резкого расширения объема информации, которую необходимо быстро и качественно обрабатывать в целях принятия взвешенных и эффективных решений, ее анализ представляет для финансовых учреждений множество сложных задач, в решении

которых технологии ИИ демонстрируют гораздо более высокую эффективность, по сравнению с людьми [5].

В указанном направлении одной из важных технологий ИИ является машинное обучение, которое представляет собой создание алгоритмов для анализа больших объемов данных, обнаружения взаимосвязей, построения предиктивных моделей и обучения на основе полученных результатов. Основной особенностью машинного обучения является способность машин самостоятельно учиться и улучшать исходные алгоритмы для достижения наилучших результатов. Наиболее простой формой машинного обучения является создание регрессионных моделей, которые позволяют предсказывать значения переменных на основе имеющихся данных [6].

При этом в качестве базовой информации для формирования прогнозов, выявления трендов и паттернов все чаще применяются «альтернативные данные».

Некоторые банки в настоящее время для оценки своих кредитных рисков в скоринговых интеллектуальных моделях, где сосредоточены наиболее продвинутое решения [7], используют так называемые «альтернативные данные». Такой подход позволяет повысить эффективность принимаемых решений, анализируя не только сугубо финансовую информацию, но и иные данные о клиенте: сведения из социальных сетей, геолокацию, статистику использования мобильных приложений и т. п. Статистика применения нетрадиционных данных кредитными организациями, использующими интеллектуальные скоринговые модели, которые позволяют на основе косвенных признаков оценить кредитные риски, приведена на рисунке 1.



Рис. 1. Наиболее широко используемые альтернативные виды данных [8]

Подобный подход с использованием «альтернативных» данных или косвенных признаков кредитного качества и надежности контрагентов возможно заметить и в ИФРМ для НФО. Применение моделей ИИ на сегодняшний день является, вероятно, самым эффективным инструментом обнаружения новых взаимосвязей или скрытых зависимостей.

3. Управление инвестициями.

При управлении инвестиционными портфелями для прогнозирования и предсказания будущих результатов или поведения финансовых активов сейчас применяются предиктивные модели. Они используются для анализа и интерпретации исторических данных, паттернов и трендов, а также для оценки вероятностей и рисков, связанных с различными инвестиционными решениями.

Такие алгоритмы обладают способностью более быстро прогнозировать доходность инструментов, по сравнению с традиционными методами, что позволяет оперативно создавать дополнительное экспертное мнение, формировать рекомендации при составлении и ребалансировке портфеля, а также автоматизировать технический и фундаментальный анализ.

В совокупности с технологиями распознавания натурального языка (Natural Language Processing, NLP), которые могут извлекать экономически значимую информацию из корпоративной отчетности или построить регрессионную модель для оценки различных показателей, как на общеэкономическом уровне, так и для отдельных компаний, эффективность интеллектуальных моделей управления инвестициями существенно увеличится. Подобные модели способны учитывать изменения веса

и роли различных факторов на разных этапах анализа, таких как природные факторы, изменение темпов роста ведущих мировых экономик и т. д. [9].

Модели ИИ проявляют высокую эффективность в анализе временных рядов и прогнозировании тенденций движения акций, а также в предсказании значений котировок, близких к фактическим. Такие модели могут быть использованы не только для прогнозирования общего тренда, но также для прогнозирования диапазона колебания рыночной стоимости биржевых активов в пределах анализируемого временного интервала. Кроме того, модель может быть адаптирована и переобучена для прогнозирования минимальных и максимальных значений котировок с целью определения торгового диапазона внутри дня [10].

4. Доверенные системы.

Другой важнейшей характеристикой интеллектуальных систем, которые традиционные компании смогут допустить к участию в управлении финансовыми ресурсами, является доверие к этим системам. Базой для такого доверия может выступать возможность объяснить и интерпретировать решения, принимаемые моделью. Объяснимый ИИ обеспечивает возможность для пользователя или наблюдателя со стороны понять, каким образом было принято конкретное решение. Такие методы заменяют принцип «черного ящика», где даже создатели ИИ не всегда способны объяснить принципы его работы. Объяснимый ИИ является важной частью общего тренда на доверие к алгоритмам и расширение его применения [11].

В рамках попытки выработки общих правил применения ИИ в сфере глобальных финансов сформулированы Вольфсбергские принципы использования ИИ, подписанные ведущими мировыми банками. В них была подчеркнута важность проектирования систем ИИ и машинного обучения на базе четкого определения предполагаемых результатов и обеспечения возможности их адекватного объяснения или подтверждения результатов с учетом входных данных [12].

5. Оценка достоверности информации.

Также значимым аспектом в современном информационном пространстве является увеличение рисков неправильных управленческих и инвестиционных решений, связанных с дезинформацией на основе синтетического контента, который может включать в себя синтез изображений, видео, аудио, текста или других медиа-элементов без прямого участия человека [13].

Учитывая скорость влияния информационного фона на динамику стоимости активов на финансовых рынках и необходимую скорость принятия инвестиционных решений, наиболее эффективным подходом в управлении таким риском представляется применение интеллектуальных моделей анализа контента на предмет выявления фейков. Такие модели могут включать инструменты, способные обнаруживать и проверять подлинность контента – проводить фактчекинг; они могут создаваться, например, на основе технологии машинного обучения.

Кроме того, модели, созданные с применением методов машинного обучения, могут успешно выявлять финансовые мошенничества в отчетности, сохраняя актуальность даже в условиях постоянного развития новых видов мошенничества [14].

Заключение

Применение интеллектуальных моделей на базе технологий ИИ для финансового риск-менеджмента НФО позволит повысить качество и скорость как оценки финансовых рисков, так и принятия управленческих решений в НФО по следующим направлениям:

1. Оценка кредитных рисков контрагентов по финансовым и хозяйственным сделкам на основе финансовой отчетности компаний, а также анализа сведений, содержащихся в открытых источниках с верификацией этих источников на основе ретроспективного анализа с использованием технологий обработки естественного языка.
2. Управление финансовыми активами с применением ИИ и машинного обучения для анализа больших данных об исторических ценовых показателях в целях выявления трендов и оптимизации параметров риск/доходность.
3. Скоринг эмитентов инвестиционных инструментов и банков.
4. Вычисление попыток манипуляции на рынке посредством непрерывного анализа информационного потока (новостного фона) на основе технологий обработки естественного языка.

Алгоритмы ИИ позволяют анализировать исторические данные, рыночные тренды, макроэкономические факторы и другую информацию для оценки вероятности возникновения различных рис-

ков. Благодаря возможности быстро анализировать большие объемы данных и использовать сложные модели, ИИ обнаруживает скрытые паттерны и связи, что позволяет сделать прогнозирование более точным и надежным. При этом скорость анализа и оценки входящих данных у систем с применением ИИ значительно выше, чем у традиционных. ИИ позволяет снизить вероятность ошибок, связанных с субъективностью или утомлением аналитиков, а возможность осуществления мониторинга биржевой информации и новостного фона в круглосуточном режиме обеспечит принятие упреждающих решений, направленных на купирование критических рисков и своевременное принятие инвестиционных и бизнес-решений в области финансов.

Это позволит инвесторам реагировать на потенциальные риски еще до их активного проявления и предпринимать соответствующие меры по управлению ими.

Учитывая изложенное, можно сделать вывод о том, что использование интеллектуальных моделей для финансового риск-менеджмента НФО имеет большой потенциал для снижения рисков и формирования предпосылок для их более устойчивого и стабильного развития.

ЛИТЕРАТУРА

1. Слепухина Ю. Э. *Риск-менеджмент на финансовых рынках*. Екатеринбург: Изд-во Уральского университета; 2015. 216 с. Режим доступа: <https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/34716/1/978-5-7996-1522-2.pdf>.
2. *О проведении эксперимента по установлению специального регулирования в целях создания необходимых условий для разработки и внедрения технологий искусственного интеллекта в субъекте Российской Федерации – городе федерального значения Москве и внесении изменений в статьи 6 и 10 Федерального закона «О персональных данных»*. Федеральный закон № 123-ФЗ от 24.04.2020. Режим доступа: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/45475>.
3. *Индекс 2022 года. Искусственный интеллект. Аналитический сборник № 12*. Альманах. М.: МФТИ; 2023. 47 с. Режим доступа: https://aireport.ru/ai_index_russia-2022.
4. *Применение технологий искусственного интеллекта на финансовом рынке*. Ассоциация ФинТех. 2023. 79 с. Режим доступа: <https://www.fintechru.org/analytics/issledovanie-aft-primenenie-tekhnologiy-iskusstvennogo-intellekta-na-finansovom-rynke-rasshirennaya/>.
5. Кашеварова Н. А., Панова Д. А. Анализ современной практики применения технологии искусственного интеллекта в финансовой сфере и его влияния на трансформацию финансовой экосистемы. *Креативная экономика*. 2020;14(8):1565–1580. DOI: 10.18334/ce.14.8.110708.
6. Бердышев А. В. Искусственный интеллект как технологическая основа развития банков. *Вестник Финансового университета при Правительстве Российской Федерации*. 2018;5:91–94. DOI: 10.26425/1816-4277-2018-5-91-94.
7. *The Use of Artificial Intelligence Technologies in the Financial Market. The Main Conclusions*. Ассоциация ФинТех. 2023. 15 с. Режим доступа: <https://www.fintechru.org/analytics/issledovanie-primenenie-tekhnologiy-iskusstvennogo-intellekta-na-finansovom-rynke/>.
8. Ryll L. et al. Transforming Paradigms: A Global AI in Financial Services Survey. *SSRN Electronic Journal*. 10.2139/ssrn.3532038.
9. *Применение искусственного интеллекта на финансовом рынке*. Доклад для общественных консультаций / Центральный банк Российской Федерации. М.; 2023. 51 с. Режим доступа: https://cbr.ru/content/document/file/156061/consultation_paper_03112023.pdf.
10. Кузнецов Р. С., Тумарова Т. Г. Прогнозирование котировок акций ПАО Газпром с использованием нейронных сетей LSTM. *Вестник Института экономики Российской академии наук*. 2023;3:84–98. DOI: 10.52180/2073-6487_2023_3_84_98.
11. Аверкин А. Н. Объяснимый искусственный интеллект как часть искусственного интеллекта третьего поколения. *Речевые технологии*. 2023;1:4–10. Режим доступа: <https://speechtechnology.ru/assets/files/1-2023.pdf>.
12. *Wolfsberg Principles for Using Artificial Intelligence and Machine Learning in Financial Crime Compliance*. The Wolfsberg Group; 2022. 3 p. Режим доступа: <https://db.wolfsberg-group.org/assets/f956f457-fea2-40b6-a471-b416d86b84ec/%20Wolfsberg%20Principles%252>.
13. Lorenz P., Perset K., Berryhill J. Initial Policy Considerations for Generative Artificial Intelligence. *OECD Artificial Intelligence Papers*. 2023;1. DOI: <https://doi.org/10.1787/fae2d1e6-en>.

14. Зубарев И. С. Использование искусственного интеллекта в решении проблем асимметрии финансовой отчетности. *Управленческий учет*. 2021;11(3):764–770. Режим доступа: <https://uprav-uchet.ru/index.php/journal/article/view/1418/895>.

Сетевое издание. Полные тексты статей размещаются на официальном сайте издания jcyb.ru.

Адрес учредителя и издателя:

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»,
117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1. Телефон: +7 (495) 718-21-10.

Дата выхода в свет 29.12.2023.

Формат 60 × 84/8.

Усл. печ. л. 5,2. Уч.-изд. л. 7,7.

Цена свободная.