

ISSN 2712-9942

УСПЕХИ КИБЕРНЕТИКИ

RUSSIAN JOURNAL OF CYBERNETICS

Выпуск посвящён 10-летию Сургутского филиала
Федерального государственного учреждения
«Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных
исследований Российской академии наук»

* * *

Dedicated to 10th Anniversary of the Surgut
Branch of Federal State Institute
“Scientific Research Institute for System
Analysis of the Russian Academy of Sciences”

2023
T. 4 № 3

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СИСТЕМНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

Успехи кибернетики

Russian Journal of Cybernetics

**Том 4
№ 3**

**Vol. 4
No. 3**

Москва
2023

Учредитель и издатель

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»
(ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН)

«Успехи кибернетики» — это рецензируемый научный журнал, в котором публикуются научные статьи по следующим специальностям (физико-математические, технические науки):

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;
- 2.2.2. Электронная компонентная база микро- и нанoeлектроники, квантовых устройств;
- 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации.

Миссия журнала — развитие научных направлений по заявленной тематике в России и за рубежом, соответствующих приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации, а также перечню критических технологий РФ.

Журнал ориентирован на пропаганду передовых идей в области физики, математики, технических наук, участие в реализации задач, сформулированных Президентом РФ в Указе от 01.12.2016 № 642, по научно-технологическому развитию РФ, а также импортозамещению по приоритетным направлениям стратегического развития страны, соответствующим тематике журнала, обеспечение печатными площадями высококвалифицированных кадров, повышение качества диссертационных исследований в данных отраслях путем развития механизма профессионального и общественного обсуждения их научных результатов, воспитание молодого поколения ученых.

Журнал принимает к публикации оригинальные статьи; переводы статей, опубликованных в зарубежных журналах (при согласии правообладателя на перевод и публикацию); обзоры; эссе; комментарии; другие информационные материалы.

Издание будет полезно ученым, работающим в соответствующих областях наук, а также аспирантам и студентам.

Главный редактор

Бетелин Владимир Борисович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Заместитель главного редактора

Галкин Валерий Алексеевич, д. ф.-м. н., профессор, директор, Сургутский филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Сургут

Члены редакционной коллегии

Власов Сергей Евгеньевич, д. т. н., директор, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Панченко Владислав Яковлевич, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, председатель Совета, Российский фонд фундаментальных исследований; заведующий кафедрой медицинской физики, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Савин Геннадий Иванович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, Межведомственный суперкомпьютерный центр РАН — филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Соифер Виктор Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории автоматизированных систем научных исследований, Самарский национальный исследовательский университет им. ак. С. П. Королева, Институт систем обработки изображений РАН, Самара

Чубариков Владимир Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой математических и компьютерных методов анализа,

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Чаплыгин Юрий Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, Московский институт электронной техники, Москва

Петров Игорь Борисович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой информатики, Московский физико-технический институт, Москва

Смирнов Николай Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заместитель декана механико-математического факультета, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,

заместитель директора по стратегическим информационным технологиям, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Тишкин Владимир Федорович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры вычислительных методов,

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Губайдуллин Амир Анварович, д. ф.-м. н., профессор, директор, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения РАН, Тюмень

Яковлевский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Шагалиев Рашид Мирзахалиевич, д. ф.-м. н.

Старков Сергей Олегович, д. ф.-м. н., профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем, Обнинский институт атомной энергетики, Обнинск

Есков Валерий Матвеевич, д. ф.-м. н., д. б. н., профессор, заведующий отделом, Сургутский филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Сургут

Лаврентьев Михаил Михайлович, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт автоматизации и электрометрии Сибирского отделения РАН, Новосибирск

Пятков Сергей Григорьевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск

Ильин Валерий Павлович, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры прикладной математики, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

Крыжановский Борис Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., руководитель, Центр оптико-нейронных технологий ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва

Нагорнов Олег Викторович, д. ф.-м. н., профессор, первый проректор, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Земто Ясунари, PhD (Physics), Университет Хосэй, Токио, Япония

Пападопулос Атанас, Doctorat d'Etat (Habilitation), mathematics, Университет Страсбурга, Национальный центр научных исследований Франции, Страсбург, Франция

Ответственный секретарь

Гавриленко Тарас Владимирович, к. т. н.

Ответственный редактор

Чалова Анна Петровна, к. филол. н.

Технические редакторы

Моргун Дмитрий Алексеевич, к. ф.-м. н., доцент

Бобровская Ольга Павловна

Салыков Тимур Нанлевич

Рассадин Александр Андреевич

Переводчик

Троицкий Дмитрий Игоревич, к. т. н., доцент

Художественное оформление обложки

© Горбунов Александр Сергеевич

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77-78857 от 04.08.2020.

Решением Высшей аттестационной комиссии с 27 июня 2022 года журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Издается с 2020 года. Выпускается 4 раза в год.

Адрес редакции:

ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1.

Телефон: +7 9226-54-57-88, факс: +7 (495) 719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Сайт: jcyb.ru.

Founder and Publisher

Federal State Institution

Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences (SRISA)

Russian Journal of Cybernetics is peer-reviewed.

The journal publishes papers on physics, mathematics, and engineering. The key areas of interest are:

- simulation, numerical methods, and simulation software
- electronic components for micro- and nanoelectronics, and quantum devices
- system analysis, control, and information processing.

Our mission is advancing these research areas in Russia and globally, supporting the national priority fields of research and development, and the critical technologies.

The Journal promotes advanced concepts in physics, mathematics, engineering, and facilitates the national research and technology development under the Russian President Decree No. 642 dated 01.12.2016, and phasing out strategic imports. We offer an opportunity for professional researchers to publish. We improve the doctorate research quality through public peer review and educate the new generation of researchers.

The Journal accepts original papers; translations of papers from international journals (consent of the right holders for the translation and publication is required); reviews; essays; remarks, and event reports.

The Journal is intended for researchers, university, and doctorate students.

Chief Editor

Prof. *Vladimir B. Betelin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Academic Director, SRISA, Moscow

Vice Chief Editor

Prof. *Valery A. Galkin*, Doctor of Science (Phys&Math), Director, SRISA, Surgut Branch, Surgut

Editorial Board

- Prof. *Sergey E. Vlasov*, Doctor of Science (Engineering), Director, SRISA, Moscow
- Prof. *Vladislav Ya. Panchenko*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Chairman of the Council, Russian Foundation for Basic Research, Chairperson of the Department of Medical Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow
- Prof. *Gennady I. Savin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Academic Director, Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences, SRISA subdivision, Moscow
- Prof. *Viktor A. Soifer*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, Chief Researcher Lab for Automated Research Systems, Korolev Samara National Research University, Academic Director, Institute of Image Processing Systems, RAS, Samara
- Prof. *Vladimir N. Chubarikov*, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Mathematical and Computer Analysis Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow
- Prof. *Yuri A. Chaplygin*, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, National Research University of Electronic Technology, Moscow
- Prof. *Igor B. Petrov*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Informatics, Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow
- Prof. *Nikolay N. Smirnov*, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Dean, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Deputy Director for Strategic Information Technology, SRISA, Moscow
- Prof. *Vladimir F. Tishkin*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Computational Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow
- Prof. *Amir A. Gubaidullin*, Doctor of Science (Phys&Math), Director, Tyumen Division, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, RAS Siberian Branch, Tyumen
- Prof. *Mikhail V. Iakobovskii*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow
- Prof. *Rashit M. Shagaliyev*, Doctor of Science (Phys&Math)
- Prof. *Sergey O. Starkov*, Doctor of Science (Phys&Math), Head, Division of Intelligent Cybernetic Systems, Obninsk Institute of Atomic Energy, Obninsk
- Prof. *Valery M. Eskov*, Doctor of Science (Phys&Math), Doctor of Science (Biology), Head of Division, SRISA, Surgut Branch, Surgut
- Prof. *Mikhail M. Lavrentiev*, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Institute of Automation and Electrometry, RAS Siberian Branch, Novosibirsk
- Prof. *Sergey G. Pyatkov*, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Further Mathematics, Yurga State University, Khanty-Mansiysk
- Prof. *Valerii P. Ilyin*, Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Applied Mathematics, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk
- Prof. *Boris V. Kryzhanovskii*, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Director, Opto-neural Technologies Center, Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences (SRISA), Moscow
- Prof. *Oleg V. Nagornov*, Doctor of Science (Phys&Math), First Vice-Rector, National Research Nuclear University MEPhI, Moscow
- Prof. *Yasunari Zempo*, PhD (Physics), Hosei University, Tokyo, Japan
- Prof. *Athanase Papadopoulos*, Doctorat d'Etat (Habilitation), Mathematics, University of Strasbourg, French National Centre for Scientific Research, Strasbourg, France

Executive Editor

Taras V. Gavrilenko, Ph.D. (Engineering)

Managing Editor

Anna P. Chalova, Ph.D. (Linguistics)

Technical Editors

Dmitry A. Morgun, Ph.D. (Phys&Math), Assoc. Prof.

Olga P. Bobrovskaya

Timur N. Sadykov

Alexander A. Rassadin

Translator

Dmitry I. Troitsky, Ph.D. (Engineering), Assoc. Prof.

Cover Design

© Alexander S. Gorbunov

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.

Mass media registration certificate EL No. FS 77-78857 dated on 04.08.2020.

On June 27, 2022 the National Board for Academic Degrees and Titles put the Russian Journal of Cybernetics on the list of leading journals for publishing papers by doctorate students.

Published since 2020. 4 issues per year.

Editorial Board Address:

SRISA, Russia 117218, Moscow, Nakhimovsky pr., 36/1.

Tel.: +7(922)654-5788, fax: +7(495)719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Web: jcyb.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

ХII Всероссийская конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и механики» с международным участием, посвященная памяти академика А. Ф. Сидорова Б. В. Крыжановский, В. И. Егоров Критические показатели спиновой модели на полносвязном графе при наличии антиферромагнитного взаимодействия И. В. Бычин, А. В. Гореликов, А. В. Ряховский Численное исследование эволюции режимов гидромагнитного динамо во вращающемся сферическом слое при различных начальных условиях Т. Н. Садыков, В. А. Галкин, Д. А. Моргун Использование Python для численного решения начально-краевых задач уравнения теплопроводности и визуализации результатов О. П. Бобровская, Т. В. Гавриленко Проблемы моделирования смешанного транспортного потока А. Д. Смородинов, Т. В. Гавриленко, А. А. Рассадин Исследование применимости сверточных нейронных сетей для задачи идентификации типа зависимости в наборах данных Г. В. Газя, А. Ю. Кухарева, Е. Г. Мельникова, Н. Ф. Газя Проблема эргодичности — фундаментальная проблема всех наук о живых системах Б. А. Богатых Природа психического и парадигма числового поля В. Ф. Никитин, Е. И. Скрылева, А. Н. Манахова Учет неустойчивости фронта течения жидкости сквозь пористую среду в условиях пониженной гравитации и при наличии химических взаимодействий между фазами П. Н. Анохин Статистическая уязвимость средних цен автоматических маркет-мейкеров с постоянным производением А. Я. Бигун, В. В. Рыжаков, Л. В. Владимиров, Ю. Е. Дроздова Уточнение потерь энергии в линиях электропередачи путем учета изменения сопротивления линий во времени А. Ю. Кухарева, Е. Г. Мельникова, И. А. Байтуев, М. А. Филатов Существует ли связь между «many-worlds interpretation» и «many-minds interpretation» в биокибернетике?	6 7 19 31 39 47 55 65 72 86 95 101
---	--

CONTENTS

XII All-Russian Conference “Actual Problems of Applied Mathematics and Mechanics” with International Participation, Dedicated to the Memory of Academician A. F. Sidorov	6
B. V. Kryzhanovsky, V. I. Egorov	
Critical Variables of the Spin Model on The Complete Graph in the Presence of Antiferromagnetic Interaction	7
I. V. Bychin, A. V. Gorelikov, A. V. Ryakhovskij	
Dynamic Simulation of the Hydromagnetic Dynamo Behavior in a Rotating Spherical Layer under Various Initial Conditions	19
T. N. Sadykov, V. A. Galkin, D. A. Morgun	
Using Python for Numerical Solution of the Heat Equation Initial Boundary Value Problems and Visualization	31
O. P. Bobrovskaya, T. V. Gavrilenko	
Simulation of Mixed Traffic Flows	39
A. D. Smorodinov, T. V. Gavrilenko, A. A. Rassadin	
Applicability of Convolutional Neural Networks to the Dataset Fitting Problem	47
A. Yu. Kukhareva, E. G. Melnikova, N. F. Gazya	
Ergodicity as a Basic Problem of Life Science	55
B. A. Bogatykh	
The Nature of the Psychic and the Paradigm of the Numerical Field	65
V. F. Nikitin, E. I. Skryleva, A. N. Manakhova	
Effects of the Fluid Flow Front Instability as It Passes through a Porous Medium under Reduced Gravity and with Chemical Interactions between the Phases	72
P. N. Anokhin	
Statistical Vulnerability of Mean Prices in Automated Constant Product Market Makers	86
A. Ya. Bigun, V. V. Ryzhakov, L. V. Vladimirov, Yu. E. Drozdova	
Accurate Estimation of Energy Losses in Power Lines Considering the Resistance Variation in Time	95
A. Yu. Kukhareva, E. G. Melnikova, I. A. Baituev, M. A. Filatov	
Is there a Relationship Between “Many-Worlds Interpretation” and “Many-Minds Interpretation” in Biocybernetics?	101

**ХII ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ» С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ, ПОСВЯЩЕННАЯ
ПАМЯТИ АКАДЕМИКА А. Ф. СИДОРОВА**



Анатолий Фёдорович Сидоров
30.03.1933–30.03.1999

С 4 по 10 сентября 2023 года состоялась XII Всероссийская конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и механики» с международным участием, посвященная памяти академика А. Ф. Сидорова, с элементами школы молодых ученых (сайт конференции: <http://afsid.uran.ru/>). Конференция проводилась на базе пансионата «Джанхот», расположенного в чарующем уголке Кавказа посреди живописного ущелья на самом берегу бухты, в окружении бора пицундской сосны. В порядке подготовки к конференции были изданы сборники тезисов докладов и программа конференции. Сборник тезисов докладов участников конференции размещен в РИНЦ (<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54496603&selid=54496670>). В работе конференции приняли очное участие 64 ученых, из них 14 молодых ученых (до 35 лет). В научную программу конференции было включено около 100 докладов и лекций, часть из которых была сделана заочно с представлением презентаций докладов. В работе конференции приняли участие ученые из 18 городов (Алматы, Благовещенска, Воронежа, Екатеринбурга, Казани, Калуги, Красноярска, Москвы, Новосибирска, Перми, Санкт-Петербурга, Снежинска, Сургута, Томска, Троицка, Уфы, Челябинска, Хабаровска).

Среди очных участников 1 член-корреспондент РАН, 20 докторов наук, 23 кандидата наук. Было прочитано 7 лекций ведущими российскими учеными в области прикладной математики, математического моделирования и информационных технологий, сделано 55 докладов.

Подводя итоги проведенной конференции, участники отмечают: высокий научный уровень представленных докладов, разнообразие тематик и новые оригинальные подходы к построению математических моделей и их численному исследованию; возросший интерес к участию в работе конференции молодых ученых.

Проведение следующей, XIII Всероссийской конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», посвященной памяти академика А. Ф. Сидорова, запланировано **со 2 по 8 сентября 2024 года**. Информация о новой конференции будет размещена в 2024 году на сайте конференции и в журнале «Успехи кибернетики».

Оргкомитет конференции

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-01

КРИТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ СПИНОВОЙ МОДЕЛИ НА ПОЛНОСВЯЗНОМ ГРАФЕ ПРИ НАЛИЧИИ АНТИФЕРРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Б. В. Крыжановский^a, В. И. Егоров^b

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация

^a kryzhanov@mail.ru, ^b rvladegorov@rambler.ru

Аннотация: рассмотрена спиновая система на полномсвязном графе, состоящая из двух взаимодействующих подансамблей: спины, принадлежащие одну и тому же подансамблю, взаимодействуют ферромагнитным образом, а перекрестное взаимодействие между спинами разных подансамблей – антиферромагнитное. Введено условие сбалансированности системы, означающее, что число ближайших соседей для спина первого подансамбля равно числу ближайших соседей у спина во втором подансамбле. Показано, что критические показатели и функция скейлинга сбалансированной системы кардинально отличаются от классических, присущих несбалансированной системе. Полученные результаты подтверждаются Монте-Карло симуляцией трехмерной слоистой спиновой модели, проведенной для сбалансированной и несбалансированной систем.

Ключевые слова: фазовый переход, слоистая среда, критическая температура, антиферромагнетик, полномсвязный граф.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН по теме № FNEF-2022-0003.

Для цитирования: Крыжановский Б. В., Егоров В. И. Критические показатели спиновой модели на полномсвязном графе при наличии антиферромагнитного взаимодействия. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):7–18. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-01.

Поступила в редакцию: 28.07.2023.

В окончательном варианте: 10.09.2023.

CRITICAL VARIABLES OF THE SPIN MODEL ON THE COMPLETE GRAPH IN THE PRESENCE OF ANTIFERROMAGNETIC INTERACTION

B. V. Kryzhanovsky^a, V. I. Egorov^b

Federal State Institution “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Moscow, Russian Federation

^a kryzhanov@mail.ru, ^b rvladegorov@rambler.ru

Abstract: we studied the spin system on the complete graph consisting of two interacting sub-ensembles. The spins that belong to the same ensemble have ferromagnetic interactions; the inter-ensemble interactions are antiferromagnetic. We introduced the “balanced system” term, which defines the equality of the number of the nearest neighbors for spins of different sub-ensembles. It is shown that the critical variables and the scaling function are different from the classical ones of the unbalanced system. These results are confirmed by the Monte-Carlo simulation of the 3D layered spin model for both balanced and unbalanced systems.

Keywords: phase transitions, layered media, critical temperature, antiferromagnetic material, complete graph.

Acknowledgements: this study is a part of the FNEF-2022-0003 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences.

Cite this article: Kryzhanovsky B. V., Egorov V. I. Critical Variables of the Spin Model on The Complete Graph in the Presence of Antiferromagnetic Interaction. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):7–18. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-01.

Original article submitted: 28.07.2023.

Revision submitted: 10.09.2023.

Введение

Магнитные свойства многослоевых суперрешеток активно изучаются как теоретически, так и экспериментально. Особое внимание уделяется многослойным структурам, состоящим из тонких слоев различных ферромагнитных и антиферромагнитных материалов [1–3]. Примером такой структуры

являются материалы с чередованием ферромагнитных и неферромагнитных слоев. При этом толщина неферромагнитного слоя подбирается таким образом, чтобы дальнodelствующее обменное взаимодействие между ферромагнитными слоями имело антиферромагнитный характер [4]. Материалы такого типа обладают гигантским магнитосопротивлением. В работах [5, 6] представлено теоретическое исследование на основе модели Гейзенберга ферромагнитных слоистых структур с антиферромагнитным межслоевым взаимодействием. В этих работах показано, что в данной системе может существовать множество различных фаз: ферромагнитная, антиферромагнитная, парамагнитная, завихренная. В работах [7, 8] было исследовано влияние слабого взаимодействия между двумя квадратными изинговыми решетками на фазовые переходы в них. Если в материале чередуются слои различных ферромагнитных материалов, то возможно возникновение температуры компенсации, то есть температуры ниже критической, при которой полная намагниченность решетки равна нулю [9–11].

В последнее время большое внимание уделяется исследованию спиновых систем с конкурирующими ферро- и антиферромагнитными взаимодействиями или наличием разупорядывающих взаимодействий между различными группами спинов [12–15]. Такие системы обычно имеют очень сложную поверхность свободной энергии с множеством локальных минимумов, отделенных от глобального глубокими потенциальными барьерами.

В данной работе рассмотрена спиновая система на полносвязном графе, имеющая, помимо глобального, ещё и локальный минимум энергии. Спины исследуемой системы разделены на две подгруппы (подансамбля). Взаимодействие спинов внутри подансамбля полагается ферромагнитным, а спины разных подансамблей могут взаимодействовать как ферромагнитно, так и антиферромагнитно. Для сравнения свойств рассматриваемой модели с реальными решетками было проведено Монте-Карло моделирование слоистой модели, где взаимодействие внутри слоя является ферромагнитным, а взаимодействие между спинами разных групп – антиферромагнитным. Результаты компьютерной симуляции подтверждают предсказания рассмотренной здесь модели.

Описание модели

Рассмотрим спиновую систему, определенную на полносвязном графе, разбитую на две группы I и II с числом спинов p_1N и p_2N в каждой ($N = p_1N + p_2N$, $p_1 + p_2 = 1$). Связь между спинами в первой группе задана величиной $J_{11} = a_1/N$, связи во второй группе – величиной $J_{22} = a_2/N$, а перекрестные связи между спинами первой и второй групп – величиной $J_{12} = c/N$.

Для определенности дальнейших рассуждений будем считать, что взаимодействие спинов внутри каждой из групп ферромагнитное, между спинами разных групп – антиферромагнитное, а направление внешнего магнитного поля H выбираем положительным: $a_1 \geq 0$, $a_2 \geq 0$, $c \leq 0$, $H \geq 0$. Случай $c > 0$ мы не рассматриваем, так как он детально исследован во множестве работ (см. ссылки в [17–19]).

Энергия такой системы, приходящая на один спин, имеет вид:

$$E = -\frac{1}{2} \left(a_1 p_1^2 m_1^2 + 2c p_1 p_2 m_1 m_2 + a_2 p_2^2 m_2^2 \right) - H(p_1 m_1 + p_2 m_2), \quad (1)$$

где

$$m_1 = \frac{1}{N p_1} \sum_{i=1}^{N p_1} \sigma_i, \quad m_2 = \frac{1}{N p_2} \sum_{j=1}^{N p_2} \sigma'_j, \quad M = p_1 m_1 + p_2 m_2. \quad (2)$$

Здесь $\sigma = \pm 1$ и $\sigma' = \pm 1$ – значения спинов групп I и II, соответственно, m_1 и m_2 – парциальные намагниченности этих групп, а M – полная намагниченность системы. Суммы в (2) берутся по всем спинам соответствующих групп. Отметим, что выражение (1) в точности повторяет вид гамильтониана, исследуемого в теории среднего поля [17]. Соответственно, все получаемые здесь выражения мы будем сравнивать с теорией среднего поля.

Свободная энергия (нормированная на один спин) задается выражением [18]:

$$F = p_1 S_1 + p_2 S_2 + K E, \quad (3)$$

где K – обратная температура и введены обозначения:

$$S_i = \frac{1 + m_i}{2} \ln \frac{1 + m_i}{2} + \frac{1 - m_i}{2} \ln \frac{1 - m_i}{2}, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

а уравнения состояния ($\partial F/\partial m_1 = 0$, $\partial F/\partial m_2 = 0$) имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2K} \ln \frac{1+m_1}{1-m_1} &= a_1 p_1 m_1 - |c| p_2 m_2 + H \\ \frac{1}{2K} \ln \frac{1+m_2}{1-m_2} &= a_2 p_2 m_2 - |c| p_1 m_1 + H \end{aligned} \quad (5)$$

Определим критическую температуру фазового перехода K_c . В случае $c \neq 0$, полагая $H = 0$ и $m_1 \rightarrow 0$, $m_2 \rightarrow 0$ ($K \rightarrow K_c$), из (5) получим:

$$K_c = \frac{2}{a_1 p_1 + a_2 p_2 + \sqrt{(a_1 p_1 - a_2 p_2)^2 + 4 p_1 p_2 c^2}}. \quad (6)$$

Случай $c = 0$ мы рассматривать не будем, поскольку это тривиальная задача о системе, разбитой на две не взаимодействующие подсистемы.

Условие баланса. «Критическое» значение $c = \bar{c}$

Сбалансированной мы будем называть систему, в которой эффективное число «ближайших соседей» у спина в первом подансамбле равно эффективному числу «ближайших соседей» у спина во втором подансамбле (здесь и далее мы используем термины из теории среднего поля [17]). Это равенство имеет вид:

$$a_1 p_1 + c p_2 = a_2 p_2 + c p_1. \quad (7)$$

Действительно, спин первого подансамбля имеет $a_1 p_1$ соседей из этого же подансамбля и $c p_2$ соседей из другого подансамбля. Аналогично и для спина из второго подансамбля. Мы используем термин «эффективное» число соседей, поскольку соседи с антиферромагнитным взаимодействием вносят отрицательный вклад в это число.

Условие баланса (7) возможно только при определенном соотношении параметров взаимодействия. Для симметричной системы, в которой $a_1 = a_2$, из (7) следует, что система сбалансирована при любом значении c .

В более общем случае ($p_1 \neq p_2$) условие сбалансированности (7) можно записать в виде $c = \bar{c}$, где $\bar{c} < 0$ есть некоторое «критическое» значение антиферромагнитного взаимодействия:

$$\bar{c} = \frac{a_1 p_1 - a_2 p_2}{p_1 - p_2}, \quad \bar{c} < 0. \quad (8)$$

Отметим, что система может быть сбалансированной только в определенной области изменений параметров $p_{1,2}$ и $a_{1,2}$. Действительно, из (8) следует, что условие антиферромагнитности $\bar{c} < 0$ можно записать в виде:

$$\bar{c} < 0 \quad \text{if} \quad \begin{cases} \frac{a_2}{a_1 + a_2} \leq p_1 < \frac{1}{2}, & a_1 \geq a_2 \\ \frac{1}{2} < p_1 \leq \frac{a_2}{a_1 + a_2}, & a_1 \leq a_2 \end{cases}. \quad (9)$$

Ниже мы будем использовать обозначение $\bar{c}$, чтобы соотношениями $c = \bar{c}$ или $c \neq \bar{c}$ подчеркивать, что описывается сбалансированная или несбалансированная система. Дальнейший анализ показывает, что термодинамические характеристики существенно разнятся у сбалансированной и несбалансированной систем.

Критические показатели

Рассмотрим поведение физических величин вблизи критической температуры, обращая особое внимание на разницу в критических показателях в общем случае ($c \neq \bar{c}$) и в случае «критического» антиферромагнитного взаимодействия ($c = \bar{c}$).

Введем в рассмотрение относительную температуру:

$$t = \frac{T - T_c}{T_c} = \frac{K_c - K}{K}. \quad (10)$$

1. Спонтанная намагниченность. Критический показатель β

i). Случай несбалансированной системы ($c \neq \bar{c}$). Рассмотрим уравнения состояния (5) при $H = 0$ и $m_{1,2} \rightarrow 0$. Проведем там разложение по малым параметрам $m_{1,2}$ с точностью до членов порядка $m_{1,2}^3$ и t . Тогда для парциальных намагниченностей вблизи критической температуры ($K > K_c$) получим:

$$m_1^2 = -3tD_1, \quad m_2^2 = -3tD_2, \quad (11)$$

где

$$D_1 = \frac{p_2(1 - K_c a_2 p_2) [2 - K_c(a_1 p_1 + a_2 p_2)]}{p_1(1 - K_c a_1 p_1)^2 + p_2(1 - K_c a_2 p_2)^2}, \quad (12)$$

$$D_2 = \frac{p_1(1 - K_c a_1 p_1) [2 - K_c(a_1 p_1 + a_2 p_2)]}{p_1(1 - K_c a_1 p_1)^2 + p_2(1 - K_c a_2 p_2)^2}.$$

Полная спонтанная намагниченность M_0 определяется следующим выражением:

$$M_0 = p_1 m_1 + p_2 m_2 = \pm \sqrt{-3t} (p_1 \sqrt{D_1} - p_2 \sqrt{D_2}). \quad (13)$$

Здесь мы учли, что при $H = 0$ и $c < 0$ имеет место соотношение $m_1 m_2 < 0$.

ii). Случай сбалансированной системы ($c = \bar{c}$). В этом случае $p_1 \sqrt{D_1} = p_2 \sqrt{D_2}$ и выражение в скобках в уравнении (13) принимает нулевое значение. Это означает, что в выражениях, получаемых при разложении уравнений состояния (5), необходимо сохранять члены порядка t^2 . Спонтанная намагниченность вблизи критической температуры в этом случае будет описываться выражением:

$$M_0 = \pm (-t)^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{3} p_1 p_2 (p_1 - p_2)}{K_c |\bar{c}| (1 - 3p_1 p_2)^{3/2}}. \quad (14)$$

Таким образом, в несбалансированной системе ($c \neq \bar{c}$) критический показатель имеет вид $\beta = 1/2$, что согласуется с результатами классической теории среднего поля. В сбалансированной системе ($c = \bar{c}$) критический показатель принимает «неклассическое» значение $\beta = 3/2$.

2. Скачок теплоемкости ($H = 0$). Критический показатель α

В критической точке теплоемкость C испытывает конечный скачок. Действительно, при $t > 0$ теплоемкость $C = 0$, а при $t \rightarrow 0^-$ величину $C = -K dE/dK$ легко вычислить, используя выражения (1) и (5). Тогда для скачка теплоемкости в критической точке в общем случае получим:

$$\Delta C = \lim_{t \rightarrow 0^-} C = \frac{3}{2} K_c p_1 p_2 \frac{(a_1 p_1 - a_2 p_2)^2 + 4p_1 p_2 c^2}{p_1 (1 - K_c a_1 p_1)^2 + p_2 (1 - K_c a_2 p_2)^2}. \quad (15)$$

В частном случае сбалансированной системы ($c = \bar{c}$) выражение (15) принимает вид:

$$\Delta C = \frac{3}{2K_c} \frac{p_1 p_2}{p_1^3 + p_2^3}. \quad (16)$$

Так как теплоемкость стремится к конечному значению в критической точке, то классическое определение критического показателя α теряет смысл. В этом случае следует пользоваться альтернативным определением [17]: $F(K_c - t) - F(K + t) \sim t^{2-\alpha}$ при $t \rightarrow 0$. Из этого следует $\alpha = 0$, что согласуется с классической моделью среднего поля. При этом этот результат не зависит от величины антиферромагнитного взаимодействия, т. е. справедлив как при $c = \bar{c}$, так и при $c \neq \bar{c}$.

3. Восприимчивость χ ($H = 0$). Критические показатели γ и γ'

Рассмотрим поведение восприимчивости системы вблизи критической точки при $H = 0$. Определим полную и парциальные восприимчивости следующим образом:

$$\chi = \frac{\partial M(K, H)}{\partial H} = p_1 \chi_1 + p_2 \chi_2, \quad \chi_1 = \frac{\partial m_1(K, H)}{\partial H}, \quad \chi_2 = \frac{\partial m_2(K, H)}{\partial H}. \quad (17)$$

Дифференцируя уравнения состояния (5) по H и разрешая полученные уравнения относительно χ_1 и χ_2 с учетом (11), получим:

$$\begin{cases} \chi_1 = \frac{t + [1 - K_c p_2 (a_2 - c)]}{t \sqrt{(a_1 p_1 - a_2 p_2)^2 + 4 p_1 p_2 c^2}} \\ \chi_2 = \frac{t + [1 - K_c p_1 (a_1 - c)]}{t \sqrt{(a_1 p_1 - a_2 p_2)^2 + 4 p_1 p_2 c^2}} \end{cases} \quad \text{if } t > 0 \quad (18)$$

и

$$\begin{cases} \chi_1 = -K_c \frac{[1 - K_c p_2 (a_2 - c)] - t(1 - 3D_2)}{t [(1 - K_c a_1 p_1)(1 - 3D_1) + (1 - K_c a_2 p_2)(1 - 3D_2)]} \\ \chi_2 = -K_c \frac{[1 - K_c p_1 (a_1 - c)] - t(1 - 3D_1)}{t [(1 - K_c a_1 p_1)(1 - 3D_1) + (1 - K_c a_2 p_2)(1 - 3D_2)]} \end{cases} \quad \text{if } t < 0. \quad (19)$$

i). В случае несбалансированной системы ($c \neq \bar{c}$) члены в квадратных скобках в числителях выражений (18)–(19) отличны от нуля и величиной t в числителях можно пренебречь. Тогда восприимчивость системы $\chi = p_1 \chi_1 + p_2 \chi_2$ принимает классический вид:

$$\chi = \frac{1 - K_c p_1 p_2 (a_1 + a_2 - 2c)}{|t| \sqrt{(a_1 p_1 - a_2 p_2)^2 + 4 p_1 p_2 c^2}} \quad \text{if } t > 0 \text{ or } t < 0, \quad (20)$$

справедливый как при $t > 0$, так и при $t < 0$.

ii). В случае сбалансированной системы ($c = \bar{c}$) имеют место равенства $[1 - K_c p_2 (a_2 - \bar{c})] = [1 - K_c p_1 (a_1 - \bar{c})] = 0$. При этом величины χ_1 и χ_2 в (18) и (19) обращаются в константы, а полная восприимчивость $\chi = p_1 \chi_1 + p_2 \chi_2$ и при $t > 0$, и при $t < 0$ принимает один и тот же «неклассический» вид:

$$\chi = \frac{1}{|\bar{c}|}. \quad (21)$$

Из (20) и (21) для критических параметров вытекает:

$$\begin{cases} \gamma = \gamma' = 1 & \text{if } c \neq \bar{c} \\ \gamma = \gamma' = 0 & \text{if } c = \bar{c} \end{cases}. \quad (22)$$

Стоит отметить, что в сбалансированной системе (7), т. е. при $c = \bar{c}$, значения парциальных восприимчивостей χ_1 и χ_2 испытывают конечный скачок в критической точке, а полная восприимчивость $\chi = \chi(K)$ при этом является непрерывной функцией.

4. Гипотеза подобия. Критический показатель δ

Согласно гипотезе скейлинга, поле H вблизи критической точки является однородной функцией переменных $M^{1/\beta}$ и t . Рассмотрим, как от параметров взаимодействия зависит величина критического показателя δ и вид функции скейлинга.

i). Случай несбалансированной системы ($c \neq \bar{c}$). Разлагая уравнения состояния (5) по малым параметрам m_1, m_2, t и выделив полную намагниченность $M = p_1 m_1 + p_2 m_2$, получим:

$$K_c H = M^3 R_1 + t M R_2, \quad (23)$$

где

$$R_1 = \frac{(1 - K_c a_1 p_1)^2 p_1 + (1 - K_c a_2 p_2)^2 p_2}{3 p_1 p_2 [1 - K_c p_1 p_2 (a_1 + a_2 + 2|c|)]^2}, \quad R_2 = \frac{K_c \sqrt{(a_1 p_1 - a_2 p_2)^2 + 4 p_1 p_2 c^2}}{1 - K_c p_1 p_2 (a_1 + a_2 + 2|c|)}. \quad (24)$$

Нетрудно убедиться, что гипотеза подобия подтверждается в рассматриваемом случае, поскольку при $c \neq \bar{c}$ из (13) имеем $\beta = 1/2$. Действительно, выражение (24) представимо в классическом виде $K_c H = M |M|^{\delta-1} h_s \left(t |M|^{-1/\beta} \right)$ с критическим показателем $\delta = 3$ и функцией скейлинга $h_s(x)$ вида:

$$h_s(x) = R_1 + R_2 x, \quad \text{где } x = t/M^2. \quad (25)$$

ii). Случай сбалансированной системы ($c = \bar{c}$). Проводя аналогичные вычисления с учетом соотношений $1 - K_c p_1 (a_1 + |\bar{c}|) = 1 - K_c p_2 (a_2 + |\bar{c}|) = 0$, имеющих место в случае $c = \bar{c}$, получим:

$$K_c H = \begin{cases} K_c |\bar{c}| M & , \quad t > 0 \\ K_c |\bar{c}| M - |t|^{3/2} R_3 & , \quad t < 0 \end{cases}, \quad \text{где } R_3 = \frac{\sqrt{3} p_1 p_2 |p_1 - p_2|}{(1 - 3 p_1 p_2)^{3/2}}. \quad (26)$$

Для данного случая из (14) имеем $\beta = 3/2$. Соответственно, выражение (26) можно представить в классическом виде $K_c H = M |M|^{\delta-1} h_s \left(t |M|^{-1/\beta} \right)$ с критическим показателем $\delta = 1$ и функцией скейлинга $h_s(x)$ вида:

$$h(x) = \begin{cases} K_c |\bar{c}| & , \quad t > 0 \\ K_c |\bar{c}| - |x|^{3/2} R_3 & , \quad t < 0 \end{cases}, \quad \text{где } x = t/M. \quad (27)$$

Нетрудно заметить, что в рассматриваемом случае $c = \bar{c}$ соотношения Рушбрука $\alpha + 2\beta + \gamma \geq 2$, Видома $\gamma \geq \beta(\delta - 1)$ и Гриффитса $\beta(\delta + 1) \geq 2 - \alpha$ строго выполняются как неравенства. В то же время утверждается [17], что как следствие гипотезы подобия эти соотношения должны обращаться в строгие равенства. Таким образом, справедливость гипотезы скейлинга в случае $c = \bar{c}$ остается под вопросом.

Подводя итог предыдущим пунктам этого раздела, отметим, что критические показатели рассматриваемой модели соответствуют показателям классической модели среднего поля при условии $c \neq \bar{c}$, когда эффективные числа соседей в разных подрешетках не равны друг другу (см. таблицу 1). Однако в сбалансированной системе, когда выполняется условие (7), т. е. $c = \bar{c}$, критические показатели β , γ и δ принимают неклассические значения. При этом нарушается соотношение $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$, являющееся следствием гипотезы скейлинга.

Таблица 1

Критические показатели

Критический показатель	$a_1 p_1 + c p_2 \neq a_2 p_2 + c p_1$ ($c \neq \bar{c}$)	$a_1 p_1 + c p_2 = a_2 p_2 + c p_1$ ($c = \bar{c}$)
α	0	0
β	1/2	3/2
$\gamma = \gamma'$	1	0
δ	3	1
гипотеза скейлинга	подтверждается	?

В заключение раздела покажем, как в случае $c = \bar{c}$ меняются зависимости некоторых физических величин. На рисунке 1а показана зависимость восприимчивости от температуры в отсутствии внешнего поля $\chi(K, 0)$. Видно, что при $c \neq \bar{c}$ восприимчивость расходится в критической точке, как и в случае классической модели среднего поля, а при $c = \bar{c}$ восприимчивость имеет конечное критическое значение, определяемое выражением (21).

При «критическом» значении антиферромагнитного взаимодействия ($c = \bar{c}$) также изменяются и зависимости парциальных намагниченностей от поля при критической температуре $m_1 = m_1(H, K_c)$ и $m_2 = m_2(H, K_c)$. Как видно на рисунке 1б, несбалансированная система ($c \neq \bar{c}$) при малых значениях поля H находится в антиферромагнитном состоянии ($m_1 m_2 < 0$), переходя плавно в ферромагнитное

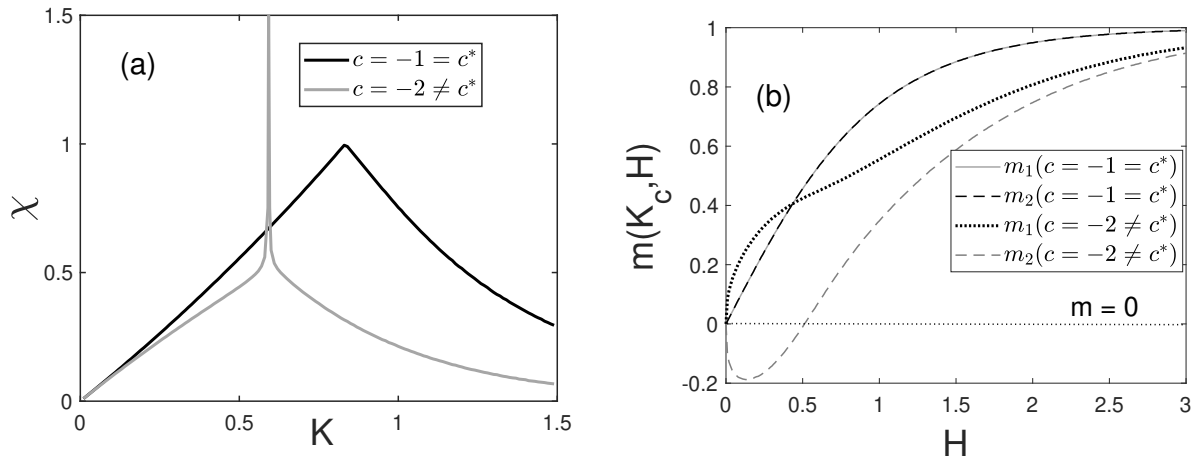


Рис. 1. Изменение характера зависимостей физических величин при «критическом» значении антиферромагнитного взаимодействия: (а) зависимость восприимчивости $\chi = \chi(K, 0)$ при $H = 0$; (б) зависимости парциальных намагниченностей $m_1 = m_1(K_c, H)$ и $m_2 = m_2(K_c, H)$ от поля H в критической точке ($K = K_c$). Кривые построены при $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.4$. На правом рисунке кривые $m_{1,2} = m_{1,2}(K_c, H)$ в случае $c = \bar{c}$ сливаются

($m_1 m_2 > 0$) при дальнейшем увеличении поля. В то же время сбалансированная система ($c = \bar{c}$) находится в ферромагнитном состоянии при любом значении H . При этом парциальные намагниченности равны друг другу ($m_1 = m_2$).

Компьютерное моделирование

Проведем сравнение полученных выше выражений с результатами компьютерного моделирования для решеток с конечным радиусом взаимодействия. Мы хотим убедиться, что в случае «критического» значения антиферромагнитного взаимодействия $c = \bar{c}$, имеющего место при выполнении условия баланса (7), критические показатели принимают неклассические значения, приведенные в таблице 1. Для этого рассмотрим трехмерную кубическую решетку, состоящую из чередующихся двумерных слоев толщиной в один спин. Взаимодействие спинов внутри слоя характеризуется константами взаимодействия $J_{11} > 0$ и $J_{22} > 0$ для четных и нечетных слоев соответственно. Взаимодействие между слоями антиферромагнитное и характеризуется константой $J_{12} < 0$. Учитывалось взаимодействие только между ближайшими соседями.

Данная слоистая модель описывается следующим гамильтонианом:

$$NE = - \left(J_{11} \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j + J_{22} \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma'_i \sigma'_j + J_{12} \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma'_j \right) - H \left(\sum_{i=1}^{N_1} \sigma_i + \sum_{j=1}^{N_2} \sigma'_j \right), \quad (28)$$

где $\langle i, j \rangle$ обозначает множество пар ближайших соседей. Связь констант взаимодействия слоистой модели с параметрами модели среднего поля задавалась выражениями:

$$a_1 = 8J_{11}, \quad a_2 = 8J_{22}, \quad c = 4J_{12}. \quad (29)$$

Используя алгоритм Метрополиса, мы провели расчет термодинамических параметров сбалансированной системы (7), когда $c = \bar{c}$, для решеток размером $N = L \times L \times L$, где L – линейный размер решетки варьировался от 6 до 64.

Основные результаты компьютерного моделирования получены для простейшего случая $p_1 = p_2$, $a_1 = a_2$. Линейный размер решетки L всегда выбирался четным, чтобы можно было обеспечить равенство $p_1 = p_2$. Нами также было проведено предварительное моделирование для случая $p_1 \neq p_2$, однако результаты этого моделирования показали, что в этом случае не удастся добиться равенства

модуля парциальных намагниченностей $|m_1| = |m_2|$ в широком диапазоне температур даже при выполнении условия равенства эффективного числа соседей (7). Возможной причиной такого результата является влияние граничных эффектов. Поэтому, чтобы возможно было изучить случай «критического» антиферромагнитного взаимодействия ($c = \bar{c}$), имеющего место в сбалансированной модели (7), моделирование проводилось только для случая $p_1 = p_2$.

Результаты моделирования представлены на рисунках 2–5 и в таблице 2.

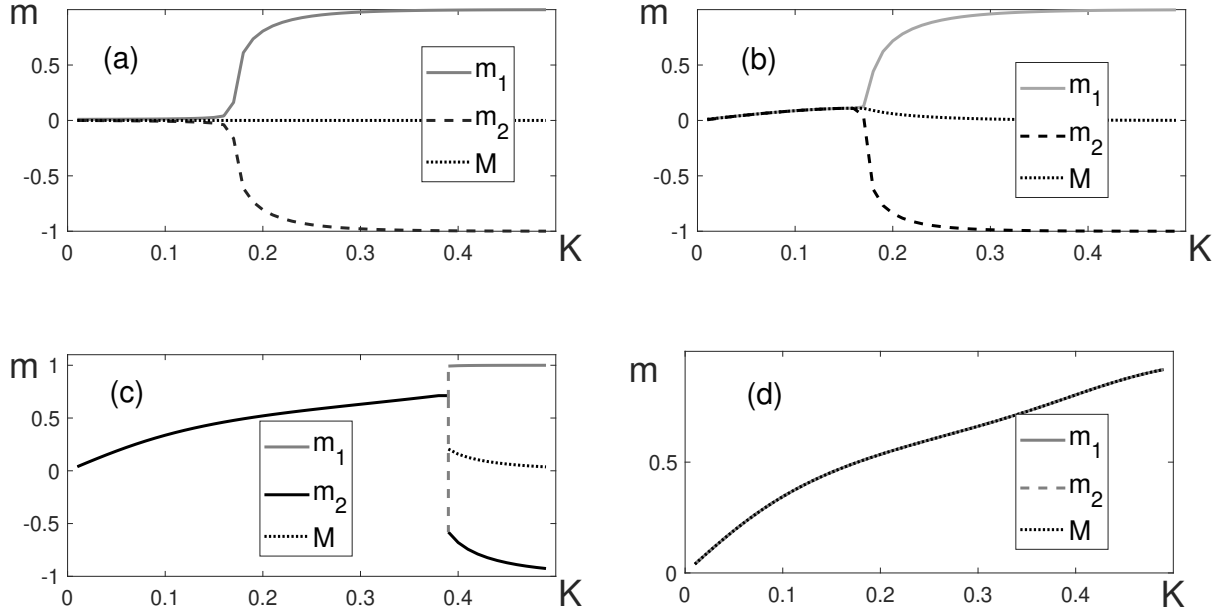


Рис. 2. Вид кривых $m_1 = m_1(K)$, $m_2 = m_2(K)$ и $M = M(K)$ в сбалансированной системе при различных значениях внешнего поля. (a) $H = 0$, (b) $H = 0.25H_c$, (c) $H_c = 0.975H$, (d) $H = 0.9975H_c$. Всюду $L = 24$ и $a_1 = a_2 = 8$, $c = \bar{c} = -8$

i) Зависимости $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ и $M = M(K)$. На рисунке 2 показаны температурные зависимости парциальных и полной намагниченностей слоистой модели, в случае, когда $a_1 = a_2$ и $p_1 = p_2$. Общий характер данных зависимостей аналогичен зависимостям, вытекающих из уравнений состояния (5) в случае сбалансированной системы ($c = \bar{c}$). В зависимости от величины внешнего поля может наблюдаться как «мягкий» сплиттинг (рисунок 2b), когда кривые мягко расходятся при некотором значении температуры $K = K_s$, так и «жесткий» сплиттинг (рисунок 2c), когда при $K \geq K_s$ кривые $m_1 = m_1(K)$ и $m_2 = m_2(K)$ расходятся скачком. Чтобы ход кривых на рисунке 2 стал понятнее, отметим: существует некоторое критическое значение магнитного поля $H_c = |\bar{c}|/2$, при $H < H_c$ основное состояние системы антиферромагнитно ($m_1 = -m_2 = 1$, $M = 0$), а при $H > H_c$ – ферромагнитно ($m_1 = m_2 = 1$, $M = 1$).

В случае, когда размер решетки достаточно большой и внешнее поле H близко, но меньше критического значения H_c , то при охлаждении система не переходит в антиферромагнитную фазу, а остается в локальном минимуме энергии (рисунок 2d). Такая же картина наблюдается и для полностью связанной решетки (аналог модели среднего поля), если рассчитывать термодинамические параметры алгоритмом Метрополиса.

Во избежание недоразумений отметим, что «жесткий» сплиттинг, показанный на рисунке 2c, сопровождающийся скачком намагниченностей, наблюдался в симуляции только при относительно небольших размерах решетки $L \leq 24$, при которых можно преодолеть энергетический барьер между локальным и глобальным минимумами. Однако при больших размерах ($L = 32, 64$) в пределе $K \rightarrow \infty$ система всегда переходила в ферромагнитное состояние с намагниченностью $M = 1$, которое в случае $H < H_c$ является локальным минимумом.

ii) Восприимчивость $\chi = \chi(K)$. На рисунке 3 представлена температурная зависимость восприимчивости $\chi = \chi(K)$ в слоистой модели при отсутствии внешнего поля $H = 0$. Как видим (рисунки

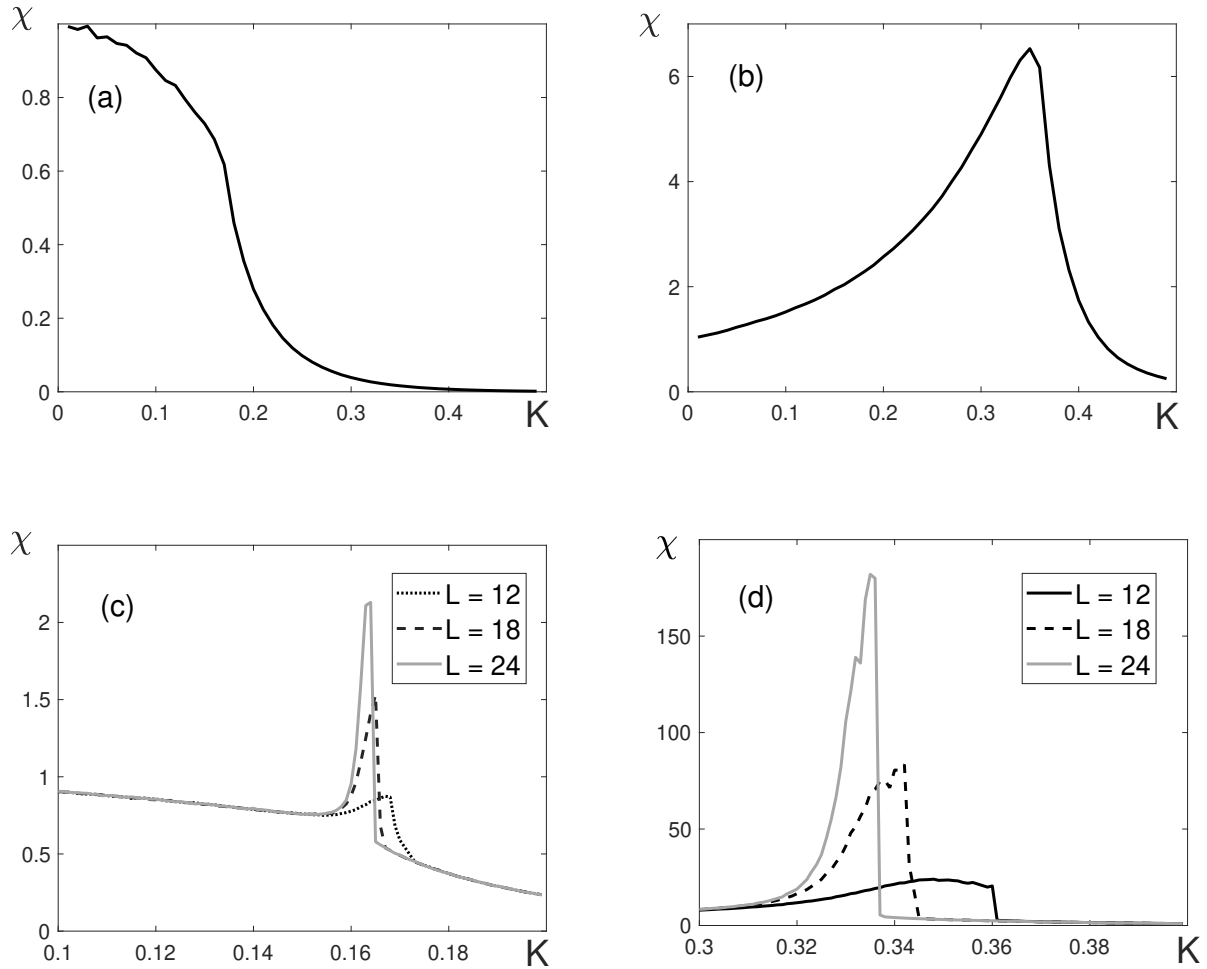


Рис. 3. Зависимость $\chi = \chi(K)$. Сбалансированная система (a) $a_1 = a_2 = 8$, $c = -8$; (b) $a_1 = a_2 = 8$, $c = -0.4$. Несбалансированная система (c) $a_1 = 9.6$, $a_2 = 8$, $c = -8$; (d) $a_1 = 9.6$, $a_2 = 8$, $c = -0.4$. Для (a) и (b) кривые $\chi(K)$ не зависят от размера решетки L

За и 3b), в случае сбалансированной системы ($a_1 = a_2$, т. е. $c = \bar{c}$) вид кривой $\chi = \chi(K)$ не зависит от размера решетки L , и восприимчивость в критической точке принимает конечное значение. При больших значениях $|\bar{c}|$ на графике $\chi(K)$ отсутствует максимум (рисунок 3a). Таким образом, в сбалансированной системе критические показатели $\gamma = \gamma' = 0$, что согласуется с результатами в таблице 1.

Для сравнения проведен эксперимент и на несбалансированной системе для случая $a_1 \neq a_2$. Как и следовало ожидать, в этом случае на кривой $\chi = \chi(K)$ в критической точке наблюдается пик восприимчивости (рисунки 3c и 3d). Высота этого пика увеличивается с ростом размера решетки L , то есть восприимчивость расходится в критической точке. Этот результат соответствует классическим критическим показателям $\gamma = \gamma' = 1$.

iii) Критический показатель δ . Для того, чтобы получить значение критического показателя δ , необходимо сначала оценить значение критической температуры K_c . Оценка критической температуры производилась посредством построения температурных зависимостей кумулянтов Биндера [19] для решеток различных размеров. Асимптотическое значение K_c для случая $L \rightarrow \infty$ определяется как точка пересечения данных зависимостей. Определим кумулянты Биндера для парциальных и полной намагниченностей следующим образом:

$$g_1 = 1 - \frac{\langle m_1^4 \rangle}{3 \langle m_1^2 \rangle^2}, \quad g_2 = 1 - \frac{\langle m_2^4 \rangle}{3 \langle m_2^2 \rangle^2}, \quad g = 1 - \frac{\langle M^4 \rangle}{3 \langle M^2 \rangle^2}. \quad (30)$$

В случае сбалансированной системы ($a_1 = a_2$), полная намагниченность M равна нулю при отсутствии внешнего поля. Поэтому критические температуры пришлось определять по кумулянтам парциальных намагниченностей (рисунок 4а). Результаты, полученные с помощью кумулянтов g_1 и g_2 , дают приблизительные одинаковые значения K_c . Соответственно, это позволяло определять величину показателя $\delta = 1$ с точностью до 10^{-3} (таблица 2).

Таблица 2

Оценка критического показателя δ для слоистой модели

Параметры модели	K_c	δ
Сбалансированная система ($c = \bar{c}$)		
$a_1 = a_2 = 8, c = -0.4$	0.3580	0.9982
$a_1 = a_2 = 8, c = -2$	0.2710	0.9921
$a_1 = a_2 = 8, c = -4$	0.2217	0.9974
$a_1 = a_2 = 8, c = -8$	0.1707	1.0085
$a_1 = a_2 = 8, c = -12$	0.1430	1.0012
Несбалансированная система ($c \neq \bar{c}$)		
$a_1 = 4, a_2 = 8, c = -8$	0.1985	2.2929
$a_1 = 16, a_2 = 8, c = -4$	0.1615	4.4033
$a_1 = 16, a_2 = 8, c = -8$	0.1310	2.5688
$a_1 = 16, a_2 = 8, c = -12$	0.1125	3.1631
$a_1 = 24, a_2 = 8, c = -8$	0.1010	3.1175

Если система не сбалансирована ($a_1 \neq a_2$), то кумулянты g_1 и g_2 дают различные оценки K_c . При этом кумулянты для полной намагниченности g не пересекаются в одной точке (рисунок 4b). Поэтому в данном случае мы оценивали K_c приблизительно как середину интервала, в котором происходит скачок кумулянта g . Как видно из таблицы 2, такая неточность определения величины K_c привела к большому разбросу полученных значений показателя δ .

Для оценки показателя δ были построены зависимости $\ln M$ от $\ln H$ (см. рисунок 5).

Если $a_1 = a_2$, то зависимости $\ln M$ от $\ln H$ для решеток различных размеров L сливаются в одну линию уже при достаточно малых значениях H (см. рисунок 5а). Величина показателя δ оценивалась по уровню наклона данной зависимости. Найдено, что показатель δ не зависит от величины соотношения $a/|c|$ и приблизительно равен 1 (таблица 2). Отклонение от значения 1 составляет порядка 10^{-3} , что сравнимо с погрешностью нашей оценки. Таким образом, значение показателя δ в этом случае полностью совпадает с значением $\delta = 1$ в сбалансированной модели ($c = \bar{c}$).

Если $a_1 \neq a_2$, то кривые $\ln M$ от $\ln H$ выходят на линейную зависимость при некоторой величине поля H , значение которого уменьшается с ростом L (см. рисунок 5b). Значение показателя δ , измеренного по углу наклона данной зависимости, для всех исследованных систем сильно отличается от ожидаемого результата $\delta = 3$ (таблица 2) и зависит от параметров модели.

Обсуждение результатов

Нами была рассмотрена спиновая система на полносвязном графе, состоящая из двух подрешеток, антиферромагнитно взаимодействующих между собой. Получены аналитические выражения для критических показателей такой системы, которые сравниваются с результатами компьютерного моделирования на слоистой модели с конечным радиусом взаимодействия. По результатам работы можно сделать следующие выводы.

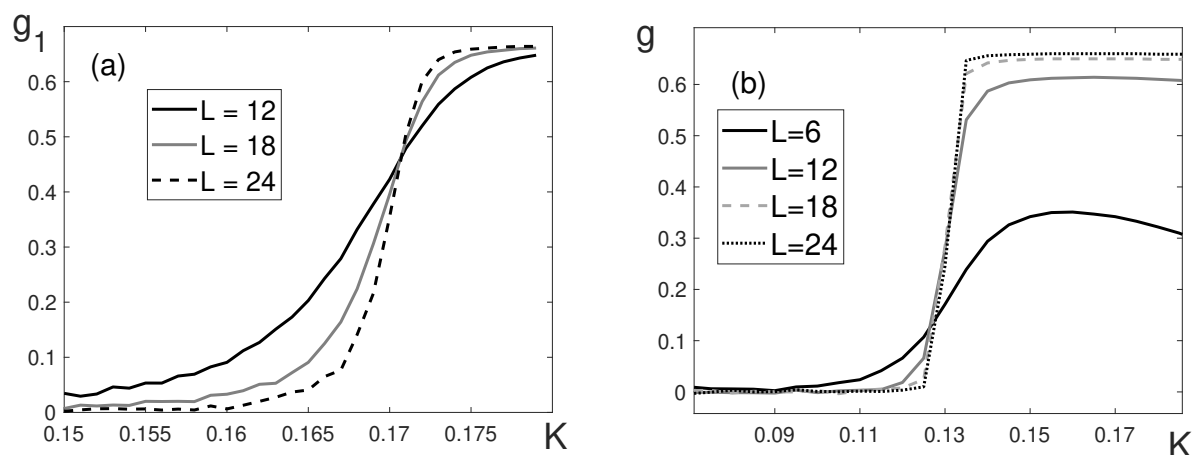


Рис. 4. Кумулянты Биндера: (а) сбалансированная система $a_1 = a_2 = 8$, $c = -8$; (б) несбалансированная система $a_1 = 16$, $a_2 = 8$, $c = -8$

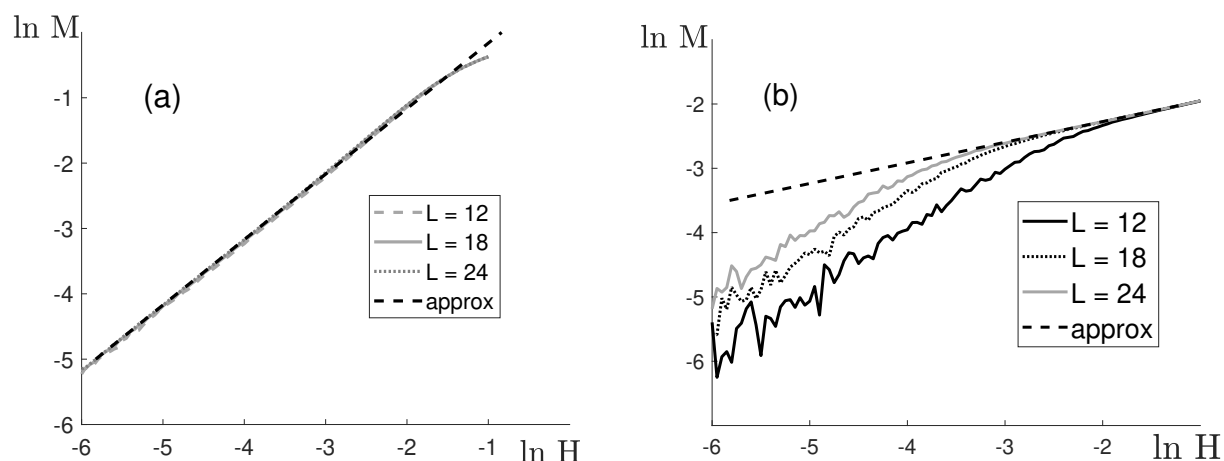


Рис. 5. Зависимости $\ln M$ от $\ln H$. Черная прерывистая линия – линейная аппроксимация, по которой рассчитывался показатель δ . (а) Сбалансированная система $a_1 = a_2 = 8$, $c = -0.4$, что соответствует $c = \bar{c}$; (б) $a_1 = 24$, $a_2 = 8$, $c = -8$, что соответствует $c \neq \bar{c}$

При переходе от несбалансированной системы ($c \neq \bar{c}$) к сбалансированной ($c = \bar{c}$) классический вид критических показателей ($\alpha = 0$, $\beta = 1/2$, $\gamma = \gamma' = 1$, $\delta = 3$) сменяется неклассическим ($\alpha = 0$, $\beta = 3/2$, $\gamma = \gamma' = 0$, $\delta = 1$). Этот результат приведен в таблице 2, из которой также следует, что справедливые при $c \neq \bar{c}$ неравенства $\alpha + 2\beta + \gamma \geq 2$, $\gamma \geq \beta(\delta - 1)$ и $\beta(\delta + 1) \geq 2 - \alpha$ остаются справедливыми и при $c = \bar{c}$. В то же время классический вид функции скейлинга (25), имеющий место при $c \neq \bar{c}$, при $c = \bar{c}$ сменяется «неклассическим» выражением (27).

Изменение критических параметров подтверждается результатами компьютерного моделирования на трехмерной слоистой решетке. В частности, показано, что сбалансированная ($c = \bar{c}$) система (7) действительно обладает следующими критическими показателями $\gamma = \gamma' = 0$ и $\delta = 1$. Приведенные на рисунке 2 зависимости $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ и $M = M(K)$, полученные в ходе компьютерного моделирования, повторяют ход теоретических кривых, вытекающих из уравнений состояния (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ilkovič V. Magnetic Properties of Ising-Type Ferromagnetic Films with a Sandwich Structure. *Physica Status Solidi (b)*. 1998;207(1):131–137.
2. Kuzniak-Glanowska E., Konieczny P., Pe-lka R., Muzio-l T. M., Kozie-l M., Podgajny R. Engineering of the XY Magnetic Layered System with Adeninium Cations: Monocrystalline Angle-Resolved Studies of Nonlinear Magnetic Susceptibility. *Inorganic Chemistry*. 2021;60(14):10186–10198.
3. Grünberg P. Layered Magnetic Structures in Research and Application. *Acta Materialia*. 2000;48(1):239–251.
4. Taborrelli M. et al. Magnetic Coupling of Surface Adlayers: Gd on Fe (100). *Physical Review Letters*. 1986;56(26):2869.
5. Camley R. E., Tilley D. R. Phase Transitions in Magnetic Superlattices. *Physical Review B*. 1988;37(7):3413.
6. Camley R. E. Properties of Magnetic Superlattices with Antiferromagnetic Interfacial Coupling: Magnetization, Susceptibility, and Compensation Points. *Physical Review B*. 1989;39(16):12316.
7. Lipowski A. Critical Temperature in the Two-Layered Ising Model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1998;250(1–4):373–383.
8. Horiguchi T., Lipowski A., Tsushima N. Spin-32 Ising Model and Two-Layer Ising Model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1996;224(3–4):626–638.
9. Diaz I. J. L., Branco N. S. Monte Carlo Simulations of an Ising Bilayer with Non-Equivalent Planes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2017;468:158–170.
10. Diaz I. J. L., Branco N. S. Monte Carlo Study of an Anisotropic Ising Multilayer with Antiferromagnetic Interlayer Couplings. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2018;490:904–917.
11. Gharaibeh M. et al. Compensation and Critical Behavior of Ising Mixed Spin (1-1/2-1) Three Layers System of Cubic Structure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2020;550:124–147.
12. Drovosekov A. B., Kholin D. I., Kreinies N. M. Magnetic Properties of Layered Ferrimagnetic Structures Based on Gd and Transition 3d Metals. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2020;131:149–159.
13. Telford E. J. et al. Layered Antiferromagnetism Induces Large Negative Magnetoresistance in the van der Waals Semiconductor CrSBr. *Advanced Materials*. 2020;32(37):2003240.
14. Wang Y. et al. Topological Semimetal State and Field-Induced Fermi Surface Reconstruction in the Antiferromagnetic Monopnictide NdSb. *Physical Review B*. 2018;97(11):115133.
15. Hansen P. L. et al. Two Coupled Ising Planes: Phase Diagram and Interplanar Force. *Journal of statistical physics*. 1993;73:723–749.
16. Ferrenberg A. M., Landau D. P. Monte Carlo Study of Phase Transitions in Ferromagnetic Bilayers. *Journal of applied physics*. 1991;70(10):6215–6217.
17. Baxter R. J. *Exactly Solved Models in Statistical Mechanics*. London; Academic Press; 1982.
18. Крыжановский Б. В., Литинский Л. Б. Обобщенное уравнение Брегга–Вильямса для систем с произвольным дальним действием. *Доклады АН*. 2014;459(6):680–684.
19. Binder K. Finite Size Scaling Analysis of Ising Model Block Distribution Functions. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*. 1981;43:119–140.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-02

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ РЕЖИМОВ ГИДРОМАГНИТНОГО ДИНАМО ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

И. В. Бычин^{1,2,a}, А. В. Гореликов^{1,2,b}, А. В. Ряховский^{1,2,c}

¹ Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a  bychin_iv@surgu.ru, ^b gorelikov_av@surgu.ru, ^c ryakhovskij_av@surgu.ru

Аннотация: проведено численное исследование влияния начальных условий на характеристики и структуру решений задачи гидромагнитного динамо во вращающемся сферическом слое. Вычислительные эксперименты проводились с помощью разработанного авторами МГД-кода, адаптированного для работы на гибридных вычислительных системах с графическими процессорами. Получены квазистационарные решения с устойчивым уровнем энергии генерируемого магнитного поля. Исследована эволюция решений в зависимости от числа Рейля.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, гидромагнитное динамо, сферический слой.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (Выполнение фундаментальных научных исследований ГП 47) по теме № 0580-2021-0007 «Развитие методов математического моделирования распределенных систем и соответствующих методов вычисления».

Для цитирования: Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Численное исследование эволюции режимов гидромагнитного динамо во вращающемся сферическом слое при различных начальных условиях. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):19–30. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-02.

Поступила в редакцию: 08.08.2023.

В окончательном варианте: 07.09.2023.

DYNAMIC SIMULATION OF THE HYDROMAGNETIC DYNAMO BEHAVIOR IN A ROTATING SPHERICAL LAYER UNDER VARIOUS INITIAL CONDITIONS

I. V. Bychin^{1,2,a}, A. V. Gorelikov^{1,2,b}, A. V. Ryakhovskij^{1,2,c}

¹ Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a  bychin_iv@surgu.ru, ^b gorelikov_av@surgu.ru, ^c ryakhovskij_av@surgu.ru

Abstract: we simulated the effects of initial conditions on the properties and structure of the hydromagnetic dynamo in a rotating spherical layer. We developed an MHD code for the computational experiments adapted for hybrid computing systems with GPUs. We obtained quasi-stationary solutions with the stable energy of the generated magnetic field. The impact of the Rayleigh number on the solutions is also studied.

Keywords: magnetohydrodynamics, hydromagnetic dynamo, spherical shell.

Acknowledgements: this study is a part of the government contract 47 GP with the Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, project No. 0580-2021-0007 Advancing Distribution System Simulation and Computation Methods.

Cite this article: Bychin I. V., Gorelikov A. V., Ryakhovskij A. V. Dynamic Simulation of the Hydromagnetic Dynamo Behavior in a Rotating Spherical Layer under Various Initial Conditions. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):19–30. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-02.

Original article submitted: 08.08.2023.

Revision submitted: 07.09.2023.

Введение

В настоящее время численное моделирование гидромагнитного динамо начинает находить практическое применение. Его результаты могут предоставить ценную недостающую информацию о

динамике геомагнитного поля и, таким образом, сделать возможными расширенные прогнозы будущей эволюции магнитного поля Земли [1]. В связи с этим важным является вопрос о том, воспроизводят ли численные модели «корректный» режим конвекции в ядре Земли, поскольку даже в самых современных вычислительных экспериментах определяющие процесс параметры на порядки отличаются от значений для жидкого ядра Земли. Под «корректным» режимом конвекции обычно понимается порядок слагаемых, входящих в уравнение Навье–Стокса: сила Кориолиса, градиент давления, сила Архимеда и сила Лоренца должны иметь одинаковый порядок величины, а силы вязкости и инерциальная сила должны быть малы по сравнению с ними — так называемый QC-MAC баланс (Quasi Geostrophic — Magneto Archimedian Coriolis balance) [1]. Анализ показывает [1], что ряд современных численных моделей действительно в целом реализует корректный баланс сил [2, 3, 4], хотя силы вязкости и инерции по-прежнему не настолько малы, как в оценках для ядра Земли. Согласно исследованиям, проведенным за последние годы, магнитное поле, получающееся при численном моделировании, оказывается морфологически схожим с магнитным полем Земли при выполнении, по-видимому, двух условий [5]. Во-первых, отношение характерного времени магнитной диффузии $\tau_\eta = \frac{D^2}{\eta}$ к характерному времени конвекции $\tau_U = \frac{D}{U}$ должно быть приблизительно равно аналогичному отношению для ядра Земли, т. е. $Rm = \frac{\tau_\eta}{\tau_U} \approx 1000$, где D — толщина внешнего ядра Земли; U — характерная скорость течения; η — коэффициент магнитной диффузии; Rm — магнитное число Рейнольдса. Во-вторых, время вращения ядра вокруг своей оси $\tau_\Omega = \frac{1}{\Omega}$ должно быть значительно меньше, чем время τ_U , т. е. $Ro = \frac{\tau_\Omega}{\tau_U} \leq 10^{-2}$, здесь τ_Ω — угловая скорость вращения ядра; Ro — число Россби. Кроме того, при приближении параметров к более реалистичным значениям может изменяться динамика режима, например, возникают магнитные волны, скорость которых возрастает с изменением параметров [6]. Связь между численными моделями, в которых выполняется QC - MAC баланс сил, и моделями, которые демонстрируют реалистичную структуру магнитного поля, не является однозначной, однако вероятнее всего, что для решений, морфологически схожих с геомагнитным полем, QC-MAC баланс должен иметь место [7].

Топология магнитного поля может зависеть не только от набора используемых параметров, но и от задаваемых начальных условий. Например, в систематическом исследовании, проведенном Петит-деманжем [8], было показано, что существуют области параметров, в которых могут сосуществовать решения двух различных типов. Так, если интенсивность начального магнитного поля достаточно велика, $\Lambda \approx 10$, где Λ — число Эльзассера, то в магнитном поле доминирует дипольная составляющая. Если же задавать слабое начальное поле, $\Lambda \approx 10^{-2}$, то решение имеет мультипольную структуру. Следует отметить, что данное поведение существенно зависит от параметров модели, например, если число Рэлея и магнитное число Прандтля достаточно велики, то, вне зависимости от начальных условий, получаемое поле имело дипольную структуру.

Таким образом, значительный интерес представляет изучение влияния начальных условий и набора определяющих задачу параметров на структуру течения и топологию магнитного поля в задаче геодинамо. В данной работе численно исследуется влияние начальных условий, а также числа Рэлея на структуру и характеристики квазистационарных решений задачи геодинамо. Результаты, представленные в данной статье, являются продолжением исследований авторов по разработке и модификации численных методов решения задач магнитной гидродинамики (МГД) и созданию программного обеспечения для моделирования геодинамо [9–11].

Постановка задачи и математическая модель

Постановка задачи, математическая модель гидромагнитного динамо и обозначения соответствуют сформулированным в работе [12]. Рассматривается вращающийся вокруг оси Oz с угловой скоростью $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ сферический слой, заполненный вязкой несжимаемой электропроводящей жидкостью. Для моделирования естественной конвекции используется приближение Буссинеска. Сила тяжести направлена к центру слоя и линейно зависит от радиуса. В качестве характерного размера выбирается толщина слоя $H = r_o - r_i$, что делает безразмерные внешний и внутренний радиусы равными $r_o = 20/13$ и $r_i = 7/13$. Система уравнений магнитной гидродинамики в равномерно вращающейся системе отсчета в безразмерной форме имеет вид [12]:

$$r_i < r < r_o, \tau > 0 :$$

$$E \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} - \nabla^2 \vec{u} \right) + 2 \vec{e}_z \times \vec{u} + \nabla P = Ra^* \frac{\vec{r}}{r_o} \Theta + \frac{1}{Pm} \text{rot} \vec{B} \times \vec{B}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau} - \text{rot}(\vec{u} \times \vec{B}) - \frac{1}{Pr} \nabla^2 \vec{B} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + (\vec{u} \nabla \Theta) = \frac{1}{Pr} \nabla^2 \Theta, \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{u} = 0, \quad (4)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0. \quad (5)$$

Здесь $\tau, \vec{r}, \vec{u}, P, \Theta, \vec{B}$ — безразмерные время, радиус-вектор точки, скорость жидкости, давление, температура и вектор индукции магнитного поля соответственно. Безразмерные параметры задачи: $E = \frac{\nu}{\Omega H^2}$ — число Экмана, $Pr = \frac{\nu}{k}$ — число Прандтля, $Ra^* = \frac{\alpha g_0 \Delta T H}{\nu \Omega}$ — модифицированное число Рэлея, $Pm = \frac{\nu}{\eta}$ — магнитное число Прандтля, где ν — кинематическая вязкость, η — коэффициент магнитной диффузии, H — толщина сферического слоя, k — коэффициент температуропроводности, g_0 — ускорение свободного падения на внешнем радиусе, α — коэффициент теплового расширения, Ω — скорость вращения сферического слоя, ΔT — разность температур на внутренней и внешней границах слоя.

Граничные условия для поля температур и поля скоростей:

$$r = r_i : \quad \Theta = 1, \vec{u} = 0;$$

$$r = r_o : \quad \Theta = 0, \vec{u} = 0.$$

Полагается, что вне сферического слоя ($r > r_o$) электропроводность равна нулю, магнитное поле потенциально ($\vec{B} = \nabla \psi$), и, следовательно, потенциал является решением внешней задачи Неймана на уравнение Лапласа:

$$r > r_o : \quad \Delta \psi = 0, \quad \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=r_o} = B_r, \text{ где } \psi \text{ — функция регулярная на бесконечности. Тогда тангенциальные составляющие магнитного поля на внешней границе сферического слоя определяются по формулам (так называемые вакуумные граничные условия):}$$

$$r = r_o : B_\theta = \frac{1}{r_o} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, B_\varphi = \frac{1}{r_o \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}.$$

Начальные условия для компонент вектора индукции магнитного поля (соответствуют case2 из [12]):

$$0 \leq r < r_o, \quad \tau = 0 :$$

$$B_r = 5 \frac{4r_o - 3r}{3 + r_o} \cos \theta$$

$$B_\theta = 5 \frac{9r - 8r_o}{2r_o + 6} \sin \theta, \quad (6)$$

$$B_\varphi = 5 \sin \left(\pi \frac{r}{r_o} \right) \sin(2\theta).$$

Начальные условия на температуру и скорость в сферическом слое:

$$r_i < r < r_o, \quad \tau = 0 :$$

$$\vec{u} = 0, \quad \Theta = \frac{r_o r_i}{r} - r_i + \frac{21}{\sqrt{17920\pi}} \left(1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6 \right) \sin^4 \theta \cos(m\varphi) \quad (7)$$

где $x = 2r - r_i - r_o$, волновое число m — параметр, который определяет азимутальную симметрию начального поля температуры.

Результаты вычислительных экспериментов

Все вычислительные эксперименты проводились для следующих значений безразмерных параметров: $E = 10^{-3}$, $Pr = 1$, $Pm = 5$. Модифицированное число Рэлея Ra^* и волновое число m являлись варьируемыми параметрами. В работе рассматривались решения, обладающие симметрией относительно плоскости экватора ($\theta = \pi/2$), что позволило проводить расчеты только в половине сферического слоя. Для полученных решений вычислялись средние плотности: кинетической энергии E_{kin} , магнитной энергии E_{mag} в жидком сферическом слое G_L и магнитной энергии E_{mag_ic} в твердом внутреннем ядре G_S по формулам:

$$E_{kin} = \frac{1}{2V_L} \int_{G_L} \vec{u}^2 dV_L, E_{mag} = \frac{1}{2V_L E Pm} \int_{G_L} \vec{B}^2 dV_L, E_{mag_ic} = \frac{1}{2V_S E Pm} \int_{G_S} \vec{B}^2 dV_S,$$

где V_L — объем жидкого сферического слоя, V_S — объем твердого внутреннего ядра.

Расчеты проводились с помощью разработанного авторами МГД-кода [9–11], ориентированного для работы на вычислительных системах с графическими ускорителями.

Проведено три серии вычислительных экспериментов по исследованию зависимости режимов генерации магнитного поля от модифицированного числа Рэлея Ra^* , при волновых числах $m = 3, 4, 5$. В каждой серии расчетов, при фиксированном m , сначала было получено решение с постоянным уровнем кинетической и магнитной энергии для $Ra^* = 110$ при начальных условиях (6–7), которое рассматривалось в качестве базового. Все остальные решения получались последовательно, начиная с базового, методом продолжения по параметру, в данном случае по числу Ra^* , с шагом 10. Число Рэлея увеличивалось до тех пор, пока не начинались существенные осцилляции энергий, которые могли бы привести к нарушению экваториальной симметрии решения.

В первой серии расчетов при $m = 3$ число Рэлея варьировалось в диапазоне от 110 до 150. Рисунки 1–2 демонстрируют характер изменения средней плотности кинетической E_{kin} и магнитной энергий E_{mag} , которые ожидаемо увеличиваются по мере увеличения числа Рэлея. При $Ra^* = 150$ значения энергий начинают осциллировать. На рисунках 3–6 представлены некоторые результаты для $Ra^* = 140$, демонстрирующие трехлучевую симметрию решения.

Решения, полученные при $m = 4$, обладают четырехлучевой симметрией, и результаты второй серии расчетов в целом схожи с предыдущей.

В третьей серии расчетов ($m = 5$) уже при $Ra^* = 130$ решение с пятилучевой симметрией (см. рисунки 10–13) становится неустойчивым (см. рисунки 7–9) и перестраивается на устойчивое решение с трехлучевой симметрией. На рисунках 10–13 представлены некоторые результаты для $Ra^* = 120$, демонстрирующие пятилучевую симметрию квазистационарного решения.

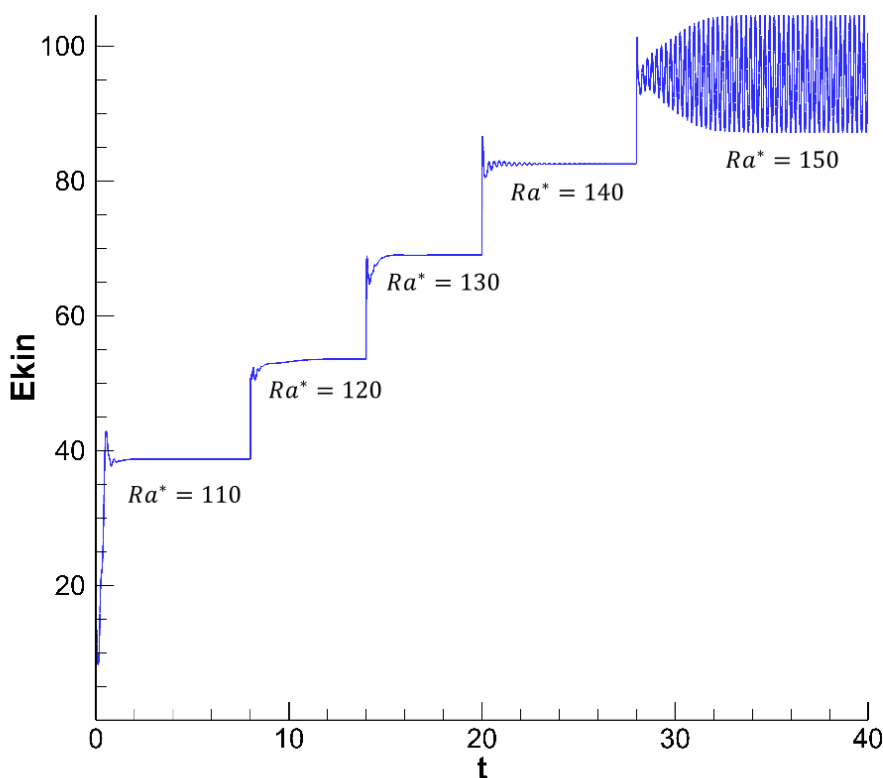


Рис. 1. График средней плотности кинетической E_{kin} энергии в жидком проводящем слое ($m = 3$)

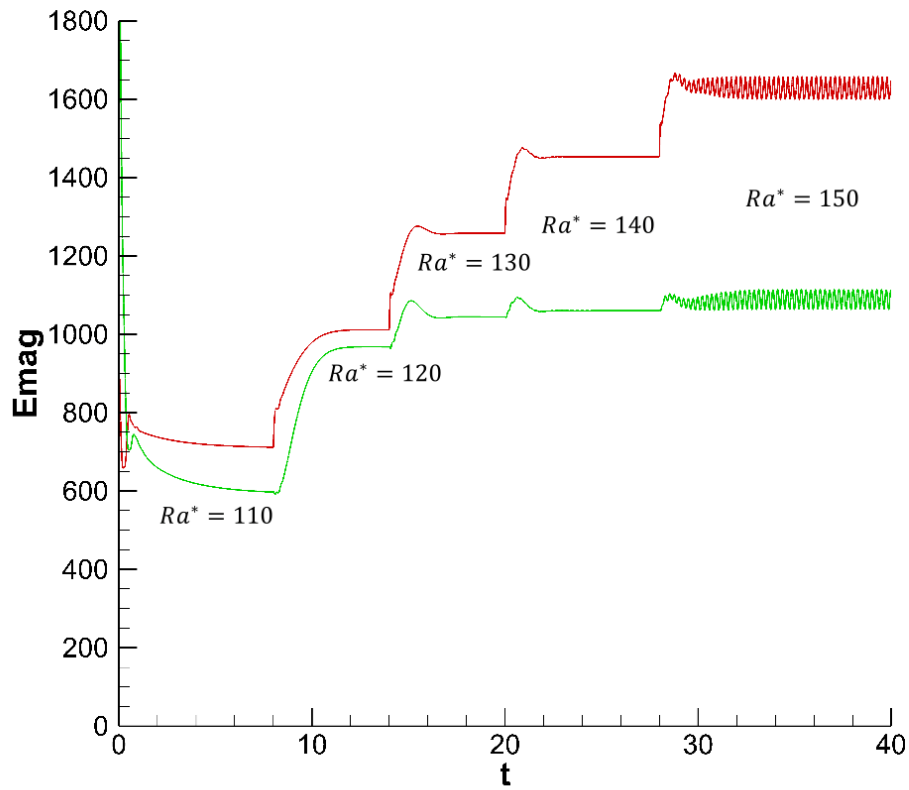


Рис. 2. График средней плотности магнитной энергии в жидком проводящем слое (красная линия) и в твердом внутреннем проводящем ядре (зеленая линия) ($m = 3$)

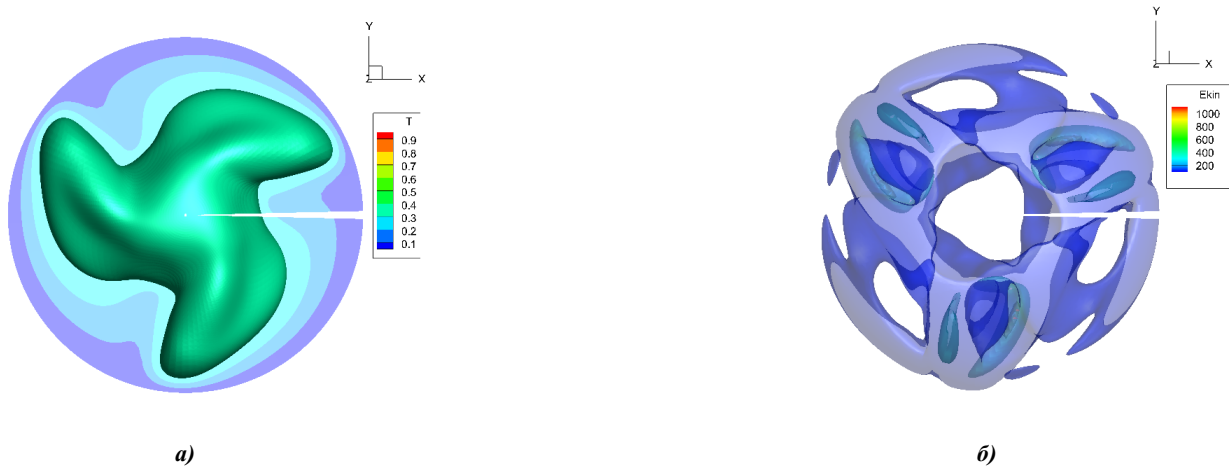


Рис. 3. Изоповерхность температуры ($\Theta = 0.25$; б) Распределение кинетической энергии ($m = 3, Ra^* = 140$)

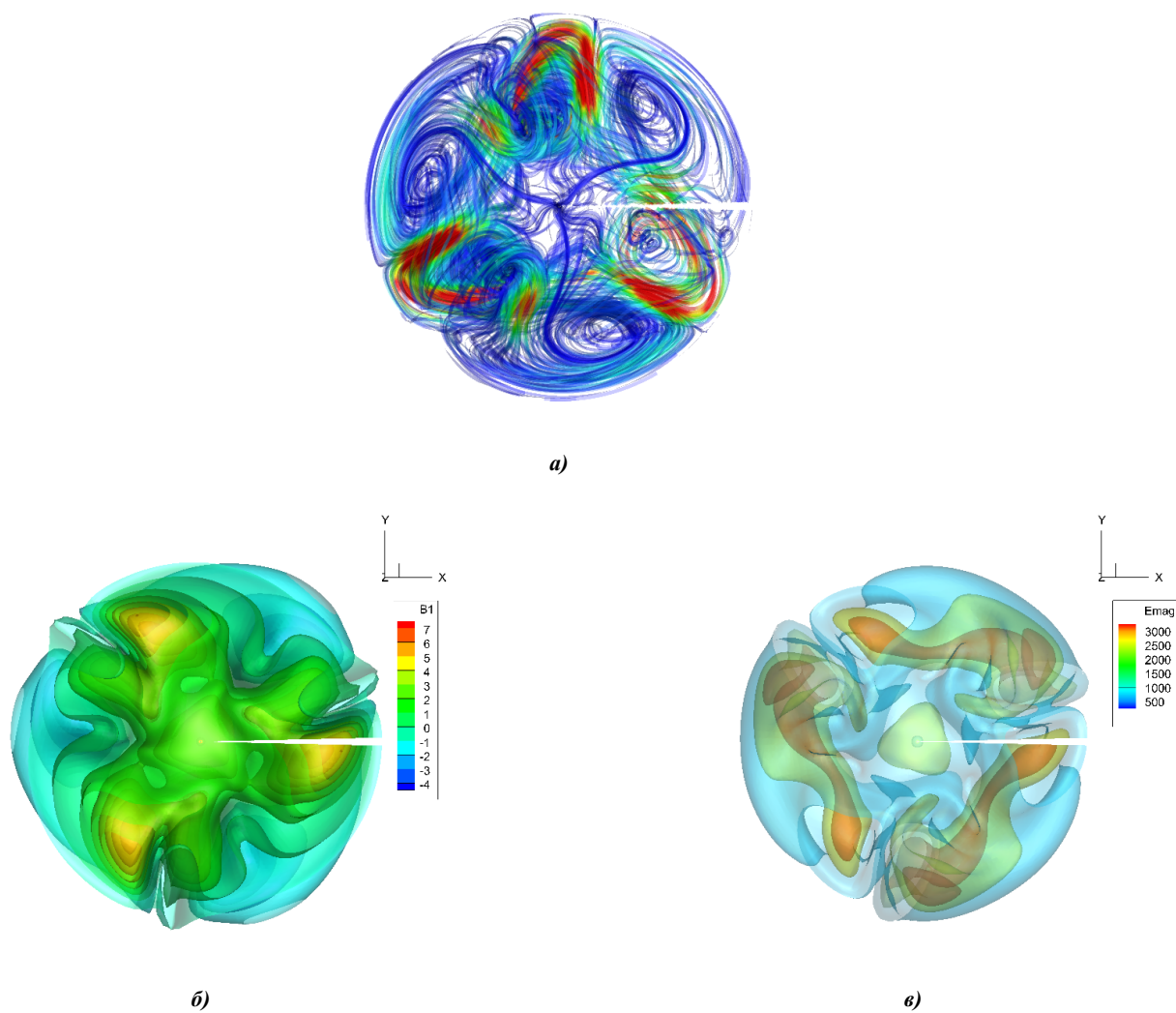


Рис. 4. Структура квазистационарного течения; б) Изоповерхности радиальной компоненты индукции магнитного поля; в) Изоповерхности магнитной энергии ($m = 3$, $Ra^* = 140$)

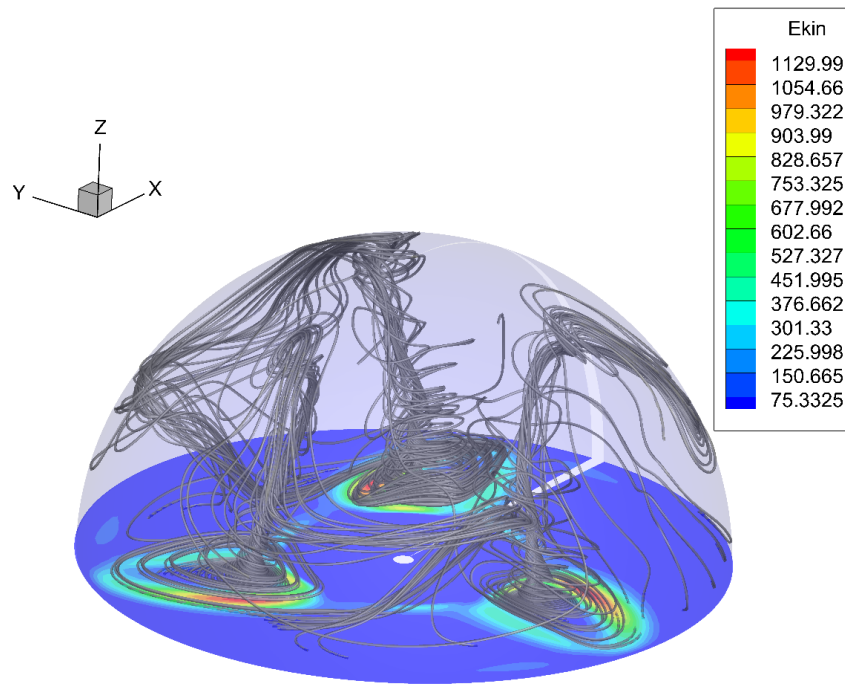


Рис. 5. Система циклонов при установившемся квазистационарном режиме МГД-конвекции ($m = 3$, $Ra^* = 140$)

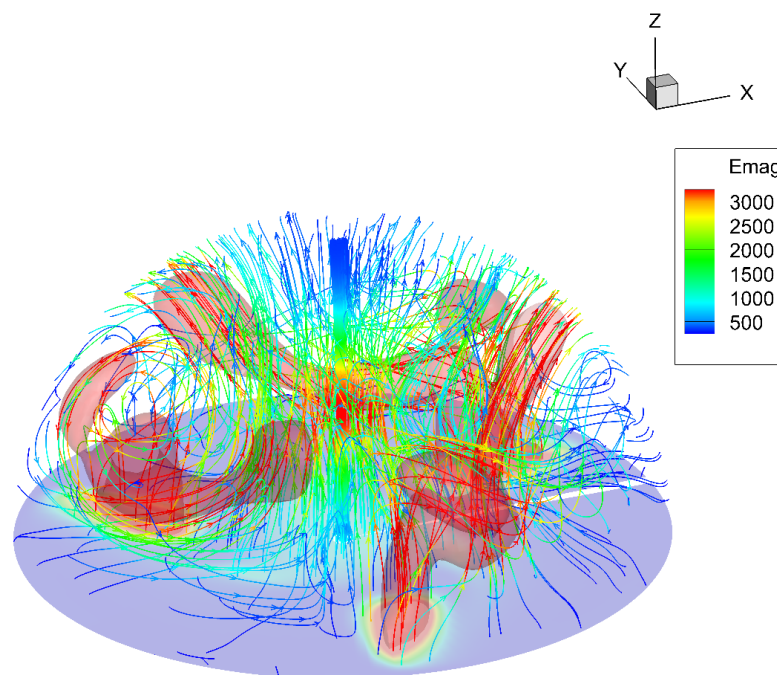


Рис. 6. Силовые линии индукции магнитного поля ($m = 3$, $Ra^* = 140$)

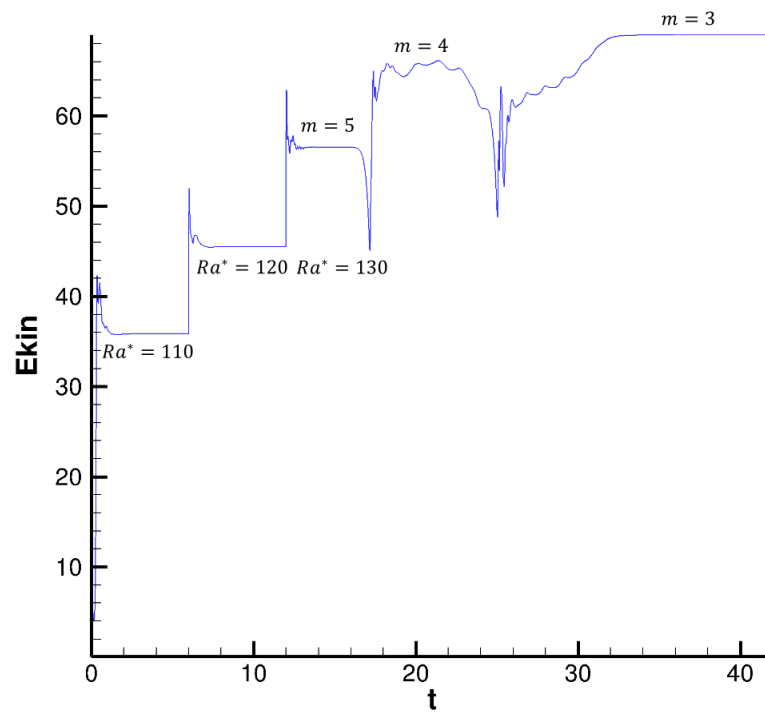


Рис. 7. График средней плотности кинетической E_{kin} энергии в жидком проводящем слое $m = 5$

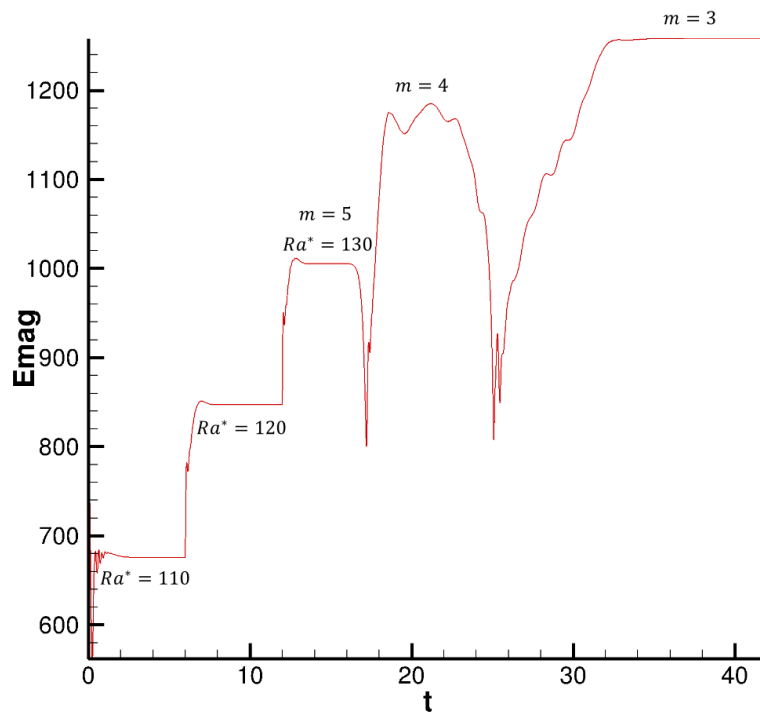


Рис. 8. График средней плотности магнитной энергии в жидком проводящем слое $m = 5$

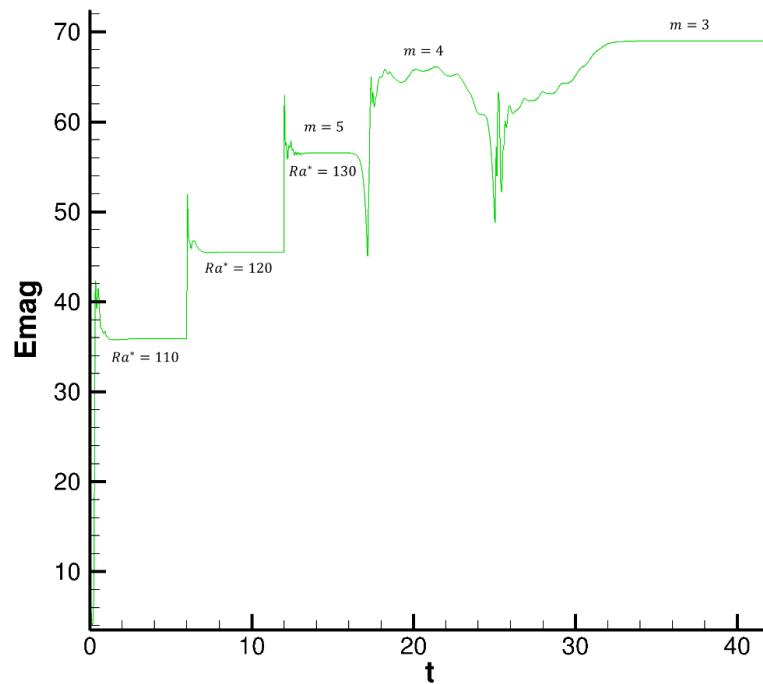


Рис. 9. График средней плотности магнитной энергии в твердом внутреннем проводящем ядре $m = 5$

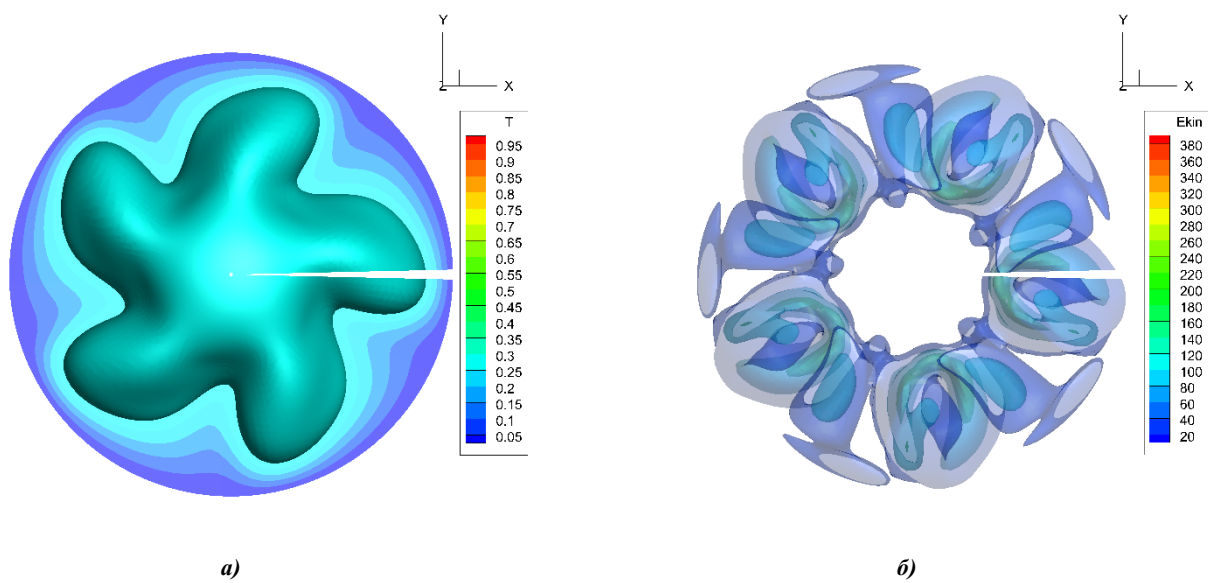


Рис. 10. а) Изоповерхность температуры ($\Theta = 0.25$); б) Распределение кинетической энергии ($m = 5$, $Ra^* = 120$)

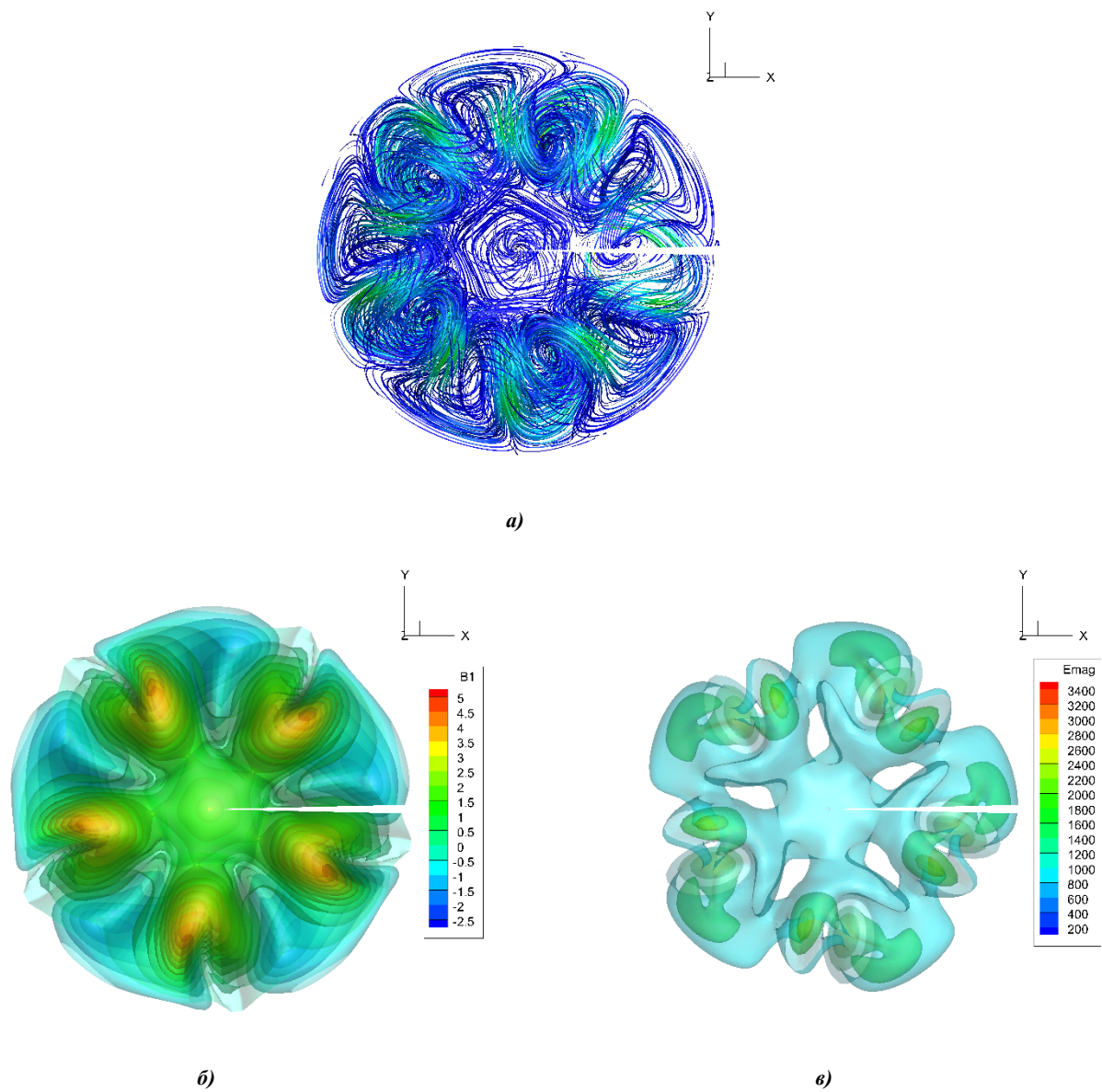


Рис. 11. а) Структура квазистационарного течения; б) Изоповерхности радиальной компоненты индукции магнитного поля; в) Изоповерхности магнитной энергии ($m = 5$, $Ra^* = 120$)

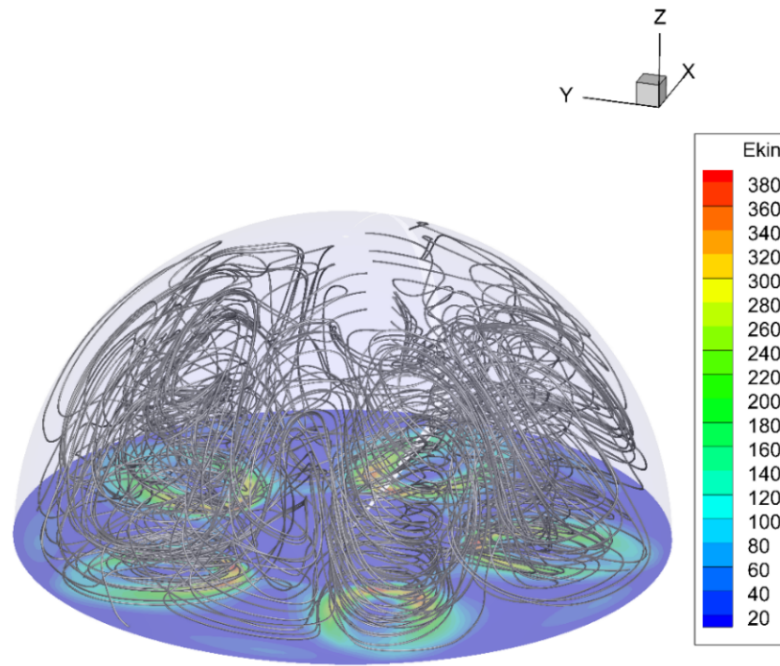


Рис. 12. Система циклонов при установившемся квазистационарном режиме МГД-конвекции ($m = 5$, $Ra^* = 120$)

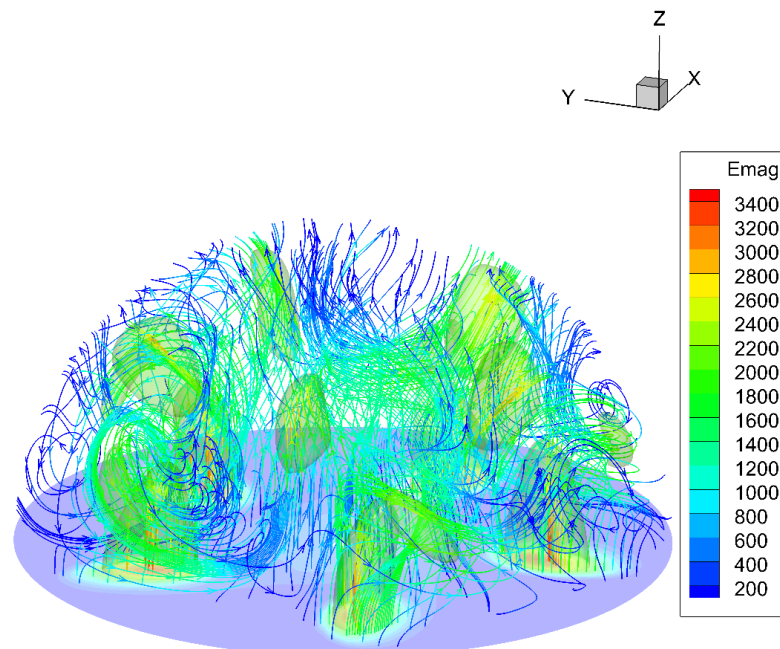


Рис. 13. Силовые линии индукции магнитного поля ($m = 5$, $Ra^* = 120$)

Заключение

Для волновых чисел $m = 3, 4, 5$ и различных значений числа Рэлея получен ряд квазистационарных решений задачи гидромагнитного динамо во вращающемся сферическом слое с вакуумными граничными условиями, в которых реализуется устойчивый уровень энергии генерируемого магнитного поля. Для каждого значения волнового числа получены зависимости плотностей кинетической и магнитной энергий от числа Рэлея. Установлено, что увеличение числа Рэлея может приводить к изменению структуры и симметрии решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wicht J., Sanchez S. Advances in Geodynamo Modelling. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*. 2019;113(1–2):2–50. DOI: 10.1080/03091929.2019.1597074.
2. Yadav R. K., Gastine T., Christensen U. R., Wolk S. J., Poppenhaeger K. Approaching a Realistic Force Balance in Geodynamo Simulations. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2016;113(43):12065–12070. DOI: 10.1073/pnas.1608998113.
3. Aubert J., Gastine T., Fournier A. Spherical Convective Dynamos in the Rapidly Rotating Asymptotic Regime. *Journal of Fluid Mechanics*. 2017;813:558–593. DOI: 10.1017/jfm.2016.789.
4. Schaeffer N., Jault D., Nataf H. C., Fournier A. Turbulent Geodynamo Simulations: a Leap Towards Earth's Core. *Geophysical Journal International*. 2017;211:1–29. DOI: 10.1093/gji/ggx265.
5. Aubert J. State and Evolution of the Geodynamo from Numerical Models Reaching the Physical Conditions of Earth's Core. *Geophysical Journal International*. 2023;235(1):468–487. DOI: 10.1093/gji/ggad229.
6. Aubert J. Geomagnetic Acceleration and Rapid Hydromagnetic Wave Dynamics in Advanced Numerical Simulations of the Geodynamo. *Geophysical Journal International*. 2018;214(1):531–547. DOI: 10.1093/gji/ggy161.
7. Nakagawa T., Davies C. J. Combined Dynamical and Morphological Characterisation of Geodynamo Simulations. *Earth and Planetary Science Letters*. 2022;594:117752. DOI: 10.1016/j.epsl.2022.117752.
8. Petitdemange L. Systematic Parameter Study of Dynamo Bifurcations in Geodynamo Simulations. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2018;277:113–132. DOI: 10.1016/j.pepi.2018.02.001.
9. Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Численное решение начально-краевой задачи с вакуумными граничными условиями для уравнения индукции магнитного поля в шаре. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2020;64:15–30.
10. Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Схема дискретизации уравнения индукции на смещенных сетках в ортогональных криволинейных координатах. *Успехи кибернетики*. 2022;3(2):60–73. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-2-8.
11. Бычин И. В. Тестирование магнитогидродинамического кода на задачах естественной конвекции и геодинамо. *Успехи кибернетики*. 2021;2(1):6–13. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-1-1.
12. Christensen U. R., Aubert J., Cardin P., Dormy E., Gibbons S. A Numerical Dynamo Benchmark. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2001;128:25–34. DOI: 10.1016/S0031-9201(01)00275-8.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-03

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ PYTHON ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Т. Н. Садыков^{1,a}, В. А. Галкин^{1,2,b}, Д. А. Моргун^{1,c}

¹ Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-2794-6524>,  t.sadykov2015@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9721-4026>, val-gal@yandex.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0692-1583>, morgun_da@office.niisi.tech

Аннотация: в работе описана реализация численного метода контрольного объема для решения одного класса трехмерных начально-краевых задач теплопроводности в шаре на языке программирования Python. Проведено тестирование на задаче с аналитическим решением и выполнена визуализация результатов расчета средствами Python.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, метод контрольного объема, Python.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (выполнение фундаментальных научных исследований ГП 47) по теме № 0580-2021-0007 «Развитие методов математического моделирования распределенных систем и соответствующих методов вычисления».

Для цитирования: Садыков Т. Н., Галкин В. А., Моргун Д. А. Использование Python для численного решения начально-краевых задач уравнения теплопроводности и визуализации результатов. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):31–38. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-03.

Поступила в редакцию: 24.06.2023.

В окончательном варианте: 25.07.2023.

USING PYTHON FOR NUMERICAL SOLUTION OF THE HEAT EQUATION INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS AND VISUALIZATION

T. N. Sadykov^{1,a}, V. A. Galkin^{1,2,b}, D. A. Morgun^{1,c}

¹ Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-2794-6524>,  t.sadykov2015@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9721-4026>, val-gal@yandex.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0692-1583>, morgun_da@office.niisi.tech

Abstract: this study uses the control volume method for solving a class of 3D initial-boundary value problems of the heat equation in a ball with Python. The code was tested with an analytically solvable problem, and the results were visualized.

Keywords: heat equation, control volume method, Python.

Acknowledgements: this study is a part of the government contract 47 GP with the Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, project No. 0580-2021-0007 Advancing Distribution System Simulation and Computation Methods.

Cite this article: Sadykov T. N., Galkin V. A., Morgun D. A. Using Python for Numerical Solution of the Heat Equation Initial Boundary Value Problems and Visualization. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):31–38. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-03.

Original article submitted: 24.06.2023.

Revision submitted: 25.07.2023.

Введение

Многие задачи гидродинамики, теплообмена и массопереноса, с которыми в настоящее время приходится сталкиваться в разных областях науки, не поддаются аналитическому решению, и единственная возможность их теоретического анализа — получение численного решения. Одной из таких

задач является решение начально-краевой задачи теплопроводности, которая возникает при изучении теплообмена в различных материалах и конструкциях.

Язык программирования Python выделяется большим и активным сообществом научных расчетов. Использование Python для этой цели в промышленных и академических кругах значительно расширилось с начала 2000-х годов. Перспективным является его применение для численного решения задач математической физики [1]. Хотя он имеет репутацию медленного языка, этот недостаток восполняют скорость написания программ и удобство синтаксиса, но главное — наличие большого количества специально написанных для инженерных и математических расчетов оптимизированных библиотек, по скорости работы сопоставимых с C++ и Java [2].

Целью этой работы является программная реализация численного метода контрольного объема для решения класса трехмерных начально-краевых задач теплопроводности на языке программирования Python, тестирование на задачах с аналитическим решением и визуализация результатов расчета средствами Python.

Начально-краевая задача

Решается однородное уравнение теплопроводности в шаре B радиуса r_0 с условием теплоизоляции на его поверхности и заданным начальным распределением температуры внутри области:

$$\left. \begin{aligned} B : r < r_0 \\ T(r, \theta, \varphi, t) : \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \Delta T \\ \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{\partial B} = 0 \\ T|_{t=0} = T_0(r, \theta, \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Аналитическим решением задачи (1) является линейная комбинация собственных функций, имеющих вид [3]:

$$u_{n,m,k}(r, \theta, \varphi, t) = \exp \left(- \left(\mu_n^k \frac{\alpha}{r_0} \right)^2 t \right) j_n \left(\mu_n^k \frac{r}{r_0} \right) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (2)$$

$$n, m, k \in \mathbb{Z}, \quad n \geq 0, \quad -n \leq m \leq n, \quad k \geq 1.$$

Здесь $j_n(\cdot)$ — сферическая функция Бесселя порядка n :

$$j_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+\frac{1}{2}}(z),$$

$J_{n+\frac{1}{2}}(\cdot)$ — функция Бесселя порядка $n + \frac{1}{2}$,

μ_n^k — k -ый корень производной сферической функции Бесселя n -ого порядка:

$$j'_n(\mu_n^k) = 0, \quad (3)$$

$Y_n^m(\theta, \varphi)$ — сферическая функция.

Численный метод

Для численного решения используется метод контрольных объемов с полностью неявной схемой и схемой Кранка-Николсона [4]. Сущность метода заключается в следующем: на каждой итерации по времени в каждой расчетной точке рассчитываются коэффициенты дискретного аналога и решается заданная ими система линейных уравнений с начальным значением с предыдущего временного слоя, если таковое требуется.

На рис. 1 приведены используемые обозначения для одного условного контрольного объема. Точками обозначены расчетные точки, линиями – границы контрольных объемов. Буквой P обозначена расчетная точка внутри рассматриваемого контрольного объема, напрямую соседствующие обозначаются буквами U, D, N, S, W, E , соответственно: сверху (*Up*), снизу (*Down*), к северу (*North*), к югу (*South*), к западу (*West*), к востоку (*East*) от точки P . Грани контрольного объема обозначаются строчной версией буквы соседней точки напротив.

Пусть A – соседняя точка, ξ – координата. Тогда:

$\Delta\xi$ – размер контрольного объема вдоль координаты ξ ;

$\delta\xi_a = \|\xi_P - \xi_A\|$ – расстояние между точками P и A вдоль координаты ξ .

Также всегда $\delta\theta = \Delta\theta$, $\delta\varphi = \Delta\varphi$, но $\delta r = \Delta r$ только для внутренних объемов.

По переменной φ крайние половинки являются частями одного объема, замыкая область.

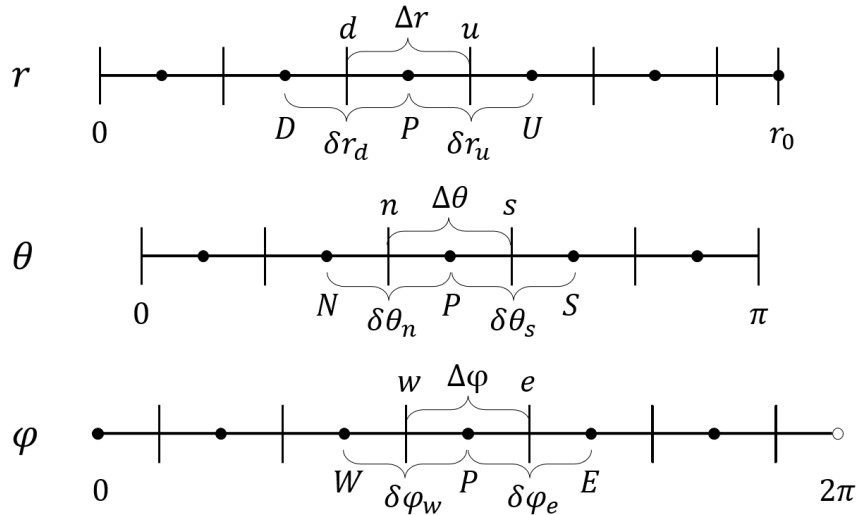


Рис. 1. Распределение контрольных объемов по каждой из переменных

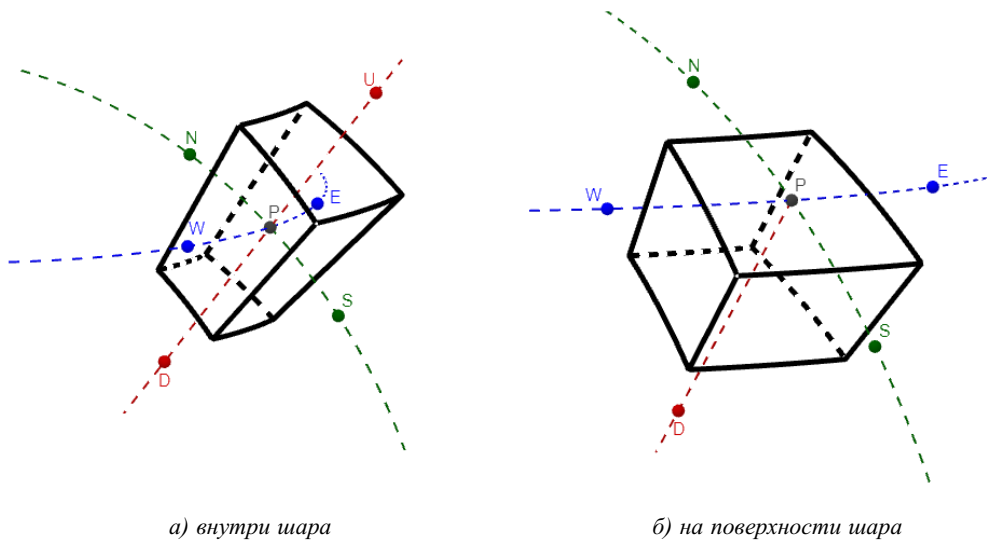


Рис. 2. Виды контрольного объема

На рис. 2 показан вид контрольного объема внутри шара и на его поверхности. Во внешнем контрольном объеме точка P лежит на грани u .

Дискретный аналог

Уравнения дискретного аналога записываются в виде:

$$a_P T_P = a_U T_U + a_D T_D + a_S T_S + a_N T_N + a_E T_E + a_W T_W + b_P.$$

В этой работе его коэффициенты были выведены применительно к задаче (1) на равномерной сетке в сферической системе координат.

Коэффициенты полностью неявной схемы:

$$\begin{aligned}
 a_U &= \frac{2}{\delta r} r_u^2 \sin \theta_P \sin \frac{\Delta \theta}{2} \Delta \varphi, \\
 a_D &= \frac{2}{\delta r} r_d^2 \sin \theta_P \sin \frac{\Delta \theta}{2} \Delta \varphi, \\
 a_S &= \frac{1}{\delta \theta} \sin \theta_s \Delta r \Delta \varphi, \\
 a_N &= \frac{1}{\delta \theta} \sin \theta_n \Delta r \Delta \varphi, \\
 a_E &= \frac{1}{\delta \varphi} \frac{1}{\sin \theta_P} \Delta r \Delta \theta, \\
 a_W &= \frac{1}{\delta \varphi} \frac{1}{\sin \theta_P} \Delta r \Delta \theta, \\
 \Delta V &= \frac{2}{3} (r_u^2 + r_u r_d + r_d^2) \sin \theta_P \sin \frac{\Delta \theta}{2} \Delta r \Delta \varphi, \\
 a_P^0 &= \frac{\Delta V}{\alpha^2 \Delta t}, \\
 a_P &= a_P^0 + a_U + a_D + a_S + a_N + a_E + a_W, \\
 b_P &= a_P^0 T_P^0, \\
 r &= r_0 : a_U = 0.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты схемы Кранка-Николсона:

$$\begin{aligned}
 a_U \dots a_W & \text{ — те же, что в полностью неявной схеме,} \\
 a_P^0 &= \frac{2 \Delta V}{\alpha^2 \Delta t}, \\
 a_P &= a_P^0 + a_U + a_D + a_S + a_N + a_E + a_W, \\
 d^0 &= a_U (T_U^0 - T_P^0) + a_D (T_D^0 - T_P^0) + a_S (T_S^0 - T_P^0) + a_N (T_N^0 - T_P^0) + a_E (T_E^0 - T_P^0) + a_W (T_W^0 - T_P^0), \\
 b_P &= a_P^0 T_P^0 + d^0, \\
 r &= r_0 : a_U = 0.
 \end{aligned}$$

Значения температуры с верхним индексом 0 ($T_{\dots}^0$) берутся с предыдущего временного слоя.

Решение системы линейных уравнений

Система решается методом переменных направлений, комбинацией метода Гаусса-Зейделя и метода прогонки. На каждой итерации последовательно выбирается одно направление, по которому температура на текущем слое рассчитывается, а значения температур по остальным направлениям берутся с предыдущей итерации.

Сначала выбирается направление r , вдоль него системы будут иметь вид:

$$a_P T_P = a_U T_U + a_D T_D + (b_P + a_S T_S^* + a_N T_N^* + a_E T_E^* + a_W T_W^*)$$

и решаться методом прогонки.

Затем системы вдоль направления θ

$$a_P T_P = a_S T_S + a_N T_N + (b_P + a_U T_U^* + a_D T_D^* + a_E T_E^* + a_W T_W^*)$$

решаются также методом прогонки.

И вдоль направления φ системы

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + (b_P + a_U T_U^* + a_D T_D^* + a_S T_S^* + a_N T_N^*)$$

решаются методом циклической прогонки [5], модификацией для трехдиагональных матриц с ненулевыми угловыми элементами, порожденными условием периодичности по координате φ .

Вычислительный эксперимент

Решается следующая тестовая начально-краевая задача:

$$\left. \begin{aligned} B : r \leq 1 \\ T(r, \theta, \varphi, t) : \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta T \\ \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{\partial B} = 0 \\ T|_{t=0} = T_0(r, \theta, \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где функция начального условия T_0 задается следующим образом:

$$\begin{aligned} T_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^3 \sum_{m=-n}^n C_{n,m,k} v_{n,m,k}(r, \theta, \varphi) = \\ = 3v_{0,0,1} + 1v_{1,-1,1} + 4v_{1,0,1} + 1v_{1,1,1} + 5v_{2,-2,1} + \\ + 9v_{2,-1,1} + 2v_{2,0,1} + 6v_{2,1,1} + 5v_{2,2,1} + 3v_{3,-3,1} + \\ + 5v_{3,-2,1} + 8v_{3,-1,1} + 9v_{3,0,1} + 7v_{3,1,1} + 9v_{3,2,1} + \\ + 3v_{3,3,1} + 2v_{0,0,2} + 3v_{1,-1,2} + 8v_{1,0,2} + 4v_{1,1,2} + \\ + 6v_{2,-2,2} + 2v_{2,-1,2} + 6v_{2,0,2} + 4v_{2,1,2} + 3v_{2,2,2} + \\ + 3v_{3,-3,2} + 8v_{3,-2,2} + 3v_{3,-1,2} + 2v_{3,0,2} + 7v_{3,1,2} + 9v_{3,2,2} + 5v_{3,3,2}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$v_{n,m,k}(r, \theta, \varphi) = j_n \left(\dot{\mu}_n^k r \right) Y_n^m(\theta, \varphi).$$

Задача (4) является частным случаем общей задачи (1) с $r_0 = 1$, $\alpha = 1$ и T_0 , записанным в (5). Эта задача имеет аналитическое решение:

$$u_{n,m,k}(r, \theta, \varphi, t) = \exp \left(- \left(\dot{\mu}_n^k \right)^2 t \right) v_{n,m,k}(r, \theta, \varphi) = \exp \left(- \left(\dot{\mu}_n^k \right)^2 t \right) j_n \left(\dot{\mu}_n^k r \right) Y_n^m(\theta, \varphi),$$

$$T_{an}(r, \theta, \varphi, t) = \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^3 \sum_{m=-n}^n C_{n,m,k} u_{n,m,k}(r, \theta, \varphi, t).$$

На рис. 3 представлены отдельные кадры из сгенерированной программой визуализации.

На трех графиках изображены изотермы решений, т. е. линии уровня. Используется 31 уровень, распределенный равномерно от минимального до максимального в начальном условии. Зеленые линии уровня представляют численное решение, красные – аналитическое.

Верхний график (φ, θ) является полной разверткой поверхности шара. Нижний левый график (x, y) является ортогональной проекцией поверхности шара на плоскость Oxy , нижняя полусфера показана более тускло.

Нижний правый график (x, y) является сечением шара плоскостью Oxy . Аналитические функции являются линейной комбинацией «первых» 32 ($n = 0, 1, 2, 3$; $m = -n \dots n$; $k = 1, 2$) собственных функций уравнения теплопроводности с коэффициентами из $[0, 10]$.

Качество сетки определяет количество расчетных точек вдоль радиуса N_r , разбиение вдоль других направлений определяется¹: $N_\theta = \lfloor \pi N_r \rfloor$, $N_\varphi = \lfloor 2\pi N_r \rfloor$ для формирования квазиравномерной сетки с $\Delta r \approx \Delta \theta \approx \Delta \varphi$.

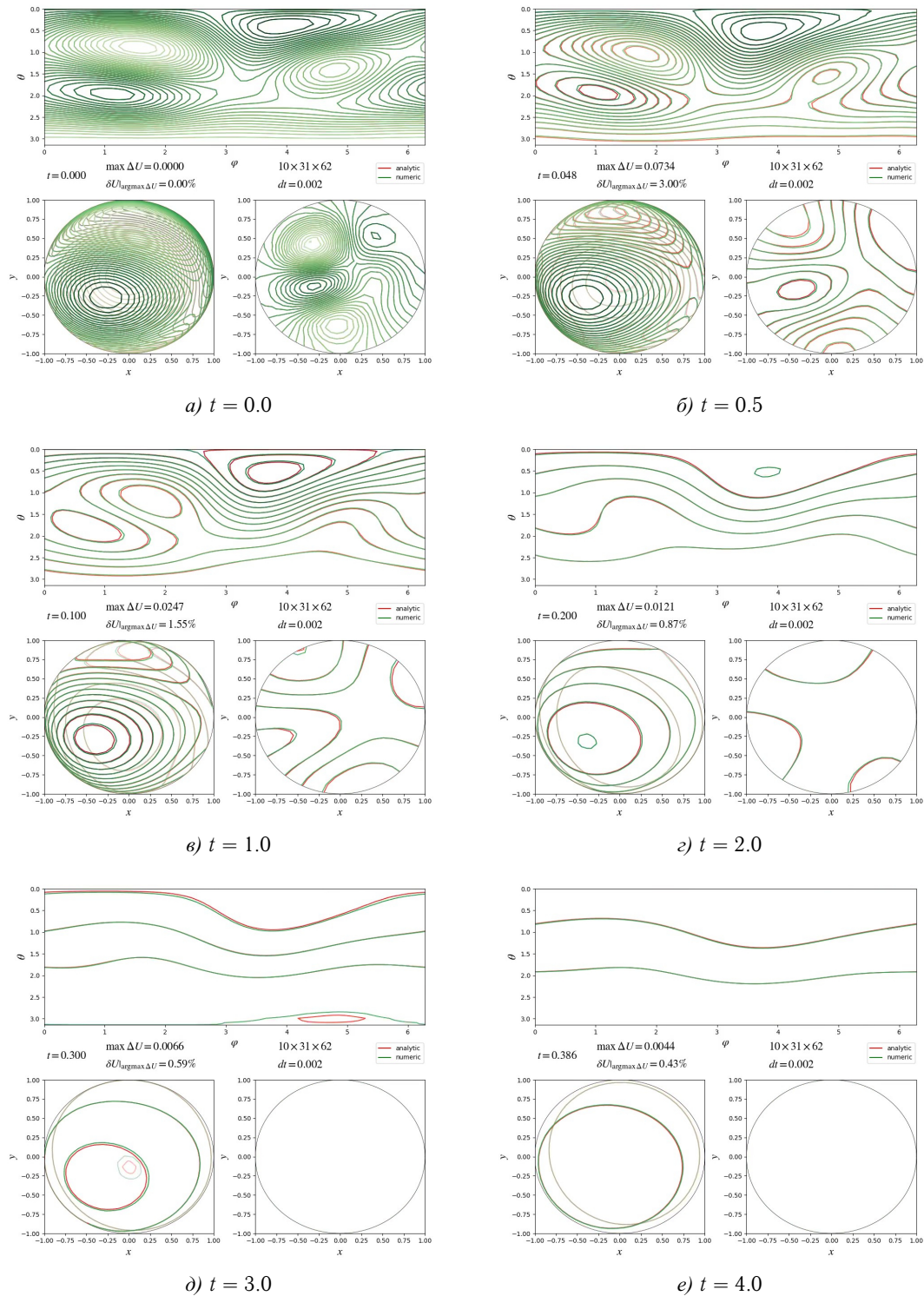


Рис. 3. Визуализация результатов вычислительного эксперимента. Представлены отдельные кадры на моменты времени, наиболее близкие к указанным.

На кадре выводятся сетка и шаг по времени, максимальная абсолютная погрешность и относительная погрешность в точке, где достигается максимальная абсолютная погрешность. Для вычислительного эксперимента на рис. 3 использовались следующие параметры: $\Delta r = 0.1$, $\Delta t = 0.2$.

Также проведена серия вычислительных экспериментов без визуализации для эмпирической установки порядка сходимости методом Рунге использованного численного метода с разными схемами: полностью неявной и схемой Кранка-Николсона. Погрешность рассчитывается для различных

¹ $[x]$ означает целую часть числа x .

комбинаций шага по сетке $\Delta r \approx \Delta \theta \approx \Delta \varphi$ и шага по времени Δt при общей длительности $t = 0.3$. В качестве погрешности используется максимальная абсолютная погрешность во всей расчетной области за все расчетное время, $\Delta = \max_{B, 0 < t \leq 0.3} |T - T_{an}|$. Графики погрешности в зависимости от частоты разбиения сетки и шага по времени представлены в виде поверхностей на рис. 4.

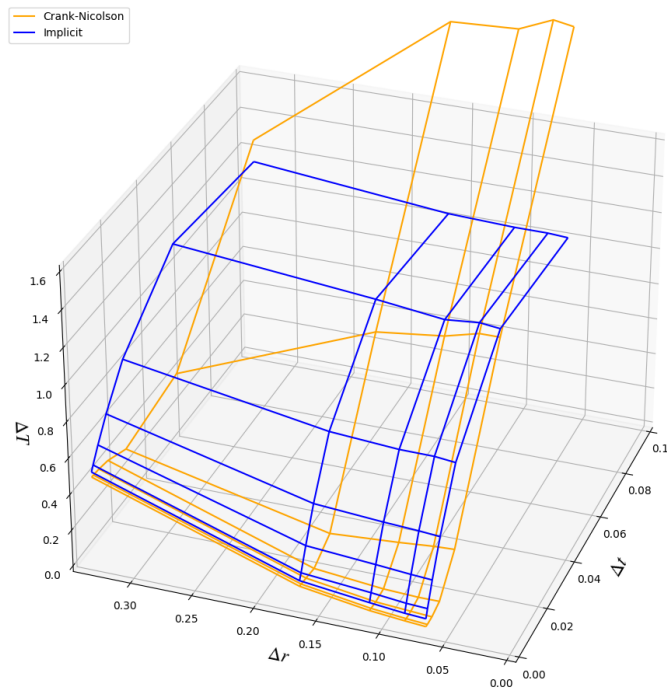


Рис. 4. Абсолютные погрешности схем метода контрольного объема для тестовой задачи в зависимости от двух параметров: $\Delta r, \Delta t$. Синяя поверхность — полностью неявная схема, оранжевая поверхность — схема Кранка-Николсона

По виду поверхностей можно сделать несколько выводов. Полностью неявная схема дает меньшую погрешность для грубых сеток (большое Δr). Обе схемы имеют *второй* порядок сходимости по пространственной координате. По времени полностью неявная схема имеет *первый*, а схема Кранка-Николсона — *второй* порядок сходимости.

Особенности программной реализации

В реализации программы использовались несколько распространенных библиотек Python. С помощью `matplotlib` выполнена математическая визуализация, из `scipy` брались реализации специальных функций (Бесселя, сферические), а также метод Брента [6] для нахождения корней уравнения (3). Функции `numru` для работы с многомерными массивами реализованы на более низкоуровневом языке Си, а декораторы `numba` переводят код Python в машинный код во время выполнения, поэтому комбинация этих библиотек позволила значительно повысить производительность программы.

Заключение

На языке программирования Python реализован алгоритм численного метода контрольного объема для решения поставленного класса трехмерных начально-краевых задач теплопроводности в шаре с использованием средств библиотек Python. Для сферической сетки выведены расчетные формулы коэффициентов дискретного аналога с использованием полностью неявной схемы и схемы Кранка-Николсона. Сделаны выводы о порядке сходимости метода с полностью неявной схемой и схемой Кранка-Николсона на основе отличия численного решения от аналитического. Построена визуализация динамики численного и аналитического решений во времени с использованием средств визуализации Python.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартъянова, А. Е. Использование свободного программного обеспечения для решения одной задачи математической физики. *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020;1:84–93.
2. Кирдяев М. М. Обзор языка программирования Python для решения задач математического моделирования. *Труды Международного симпозиума «Надежность и качество»*. 2016;1:305–307.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики: учебник для вузов*. М.: Изд-во Московского государственного университета; 2004. 742 с.
4. Патанкар С. *Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости*. М.: Энергоатомиздат; 1984. 152 с.
5. Абрамов А. А., Андреев, В. Б. О применении метода прогонки к нахождению периодических решений дифференциальных и разностных уравнений. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1963;3(2):377–381.
6. Brent R. P. *Algorithms for Minimization without Derivatives*. Courier Corporation; 2013. 208 p.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-04

ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СМЕШАННОГО ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА**О. П. Бобровская^{1,2,a}, Т. В. Гавриленко^{1,2,b}**¹ Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация² Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7045-9085>, ✉ o-bobrovskaya@mail.ru^b ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

Аннотация: развитие и внедрение автономных транспортных средств требует создания модели смешанного транспортного потока. Разрабатываемая модель может использоваться для оценки влияния автопилотов на транспортный поток, а в дальнейшем – для управления транспортной сетью. Существующих моделей, созданных на основе водителей-людей, недостаточно. Модификации этих моделей сводятся к уменьшению в два раза параметров скорости реакции и дистанции до впереди идущего транспортного средства для имитации беспилотного транспорта. Большое внимание в современных исследованиях уделяется подключению автомобилей к единой сети для обмена информацией. В статье рассмотрены подходы к моделированию смешанного транспортного потока и прогнозирования объема трафика, решению задач управления транспортной системой в целом и автономными транспортными средствами и летательными аппаратами в частности: избегания столкновений, планирования маршрута, ориентирования. Условно выделены и охарактеризованы классы этих подходов и сделан вывод о направлении дальнейших разработок.

Ключевые слова: микроскопическая модель транспортного потока, автономные транспортные средства, подключенные транспортные средства, методы искусственного интеллекта, нечеткие множества, ситуационное управление, линейное программирование, БПЛА.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (Выполнение фундаментальных научных исследований ГП 47) по теме № 0580-2021-0007 «Развитие методов математического моделирования распределенных систем и соответствующих методов вычисления».

Для цитирования: Бобровская О. П., Гавриленко Т. В. Проблемы моделирования смешанного транспортного потока. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):39–46. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-04.

Поступила в редакцию: 07.07.2023.

В окончательном варианте: 01.09.2023.

SIMULATION OF MIXED TRAFFIC FLOWS**O. P. Bobrovskaya^{1,2,a}, T. V. Gavrilenko^{1,2,b}**¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation² Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7045-9085>, ✉ o-bobrovskaya@mail.ru^b ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

Abstract: as autonomous vehicles become common, we need a simulation model for a mixed traffic flow. The proposed model can be used to assess the impact of autonomous vehicles on the traffic flow, and to manage the future traffic. The existing models for human-driven vehicles are insufficient. Such models are usually adapted by halving the driver reaction speed and distance to the vehicle ahead to simulate an autonomous vehicle. Much of the current research is focused on connected vehicles. This study considers some approaches to the simulation of mixed traffic flows and traffic prediction, the management of the entire transportation network, autonomous surface vehicles and aircraft (collision avoidance, route planning, and navigation). The existing strategies are categorized and suggestions for further developments are made.

Keywords: microscopic traffic simulation, autonomous vehicles (AV), connected autonomous vehicles (CAV), AI methods, fuzzy sets, situational control, linear programming, unmanned aerial vehicle (UAV).

Acknowledgements: this study is the 47 GP government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, project No. 0580-2021-0007 Advancing Distribution System Simulation and Computation Methods.

Cite this article: Bobrovskaya O. P., Gavrilenko T. V. Simulation of Mixed Traffic Flows. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):39–46. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-04.

Original article submitted: 07.07.2023.

Revision submitted: 01.09.2023.

Введение

В связи с непрекращающимся увеличением объема трафика, тестированием и внедрением автоматизированных и автономных транспортных средств, остро стоит проблема управления транспортным потоком в черте города и за его пределами для минимизации времени путешествия и сопутствующих этому расходов топлива и выбросов, опасности столкновений и аварий.

В статье [1] предлагается система управления транспортной сетью с помощью узловых светофоров. Авторы принимают решение об использовании макро моделирования из-за скорости работы, подходящей для режима реального времени, описывают используемую модель, вариацию макроскопической модели Даганзо, вводят формулы и алгоритмы для управления, прогнозирования и оценивания состояния системы. Затем осуществляется построение транспортной сети, ее калибровка, определение транспортных потоков и распределительных матриц для узлов (перекрестков) и сравнение результатов моделирования с управлением и без.

Понятно, что для успешного управления, прежде всего, необходима модель системы, на которую можно будет осуществлять управляющие воздействия. Для решения этой проблемы за продолжительную историю существования автомобильного транспорта было создано множество моделей транспортного потока различных уровней абстракции. В этих моделях транспортный поток уподобляется потоку жидкости (макро модели) с соответствующими модификациями или создается обобщенная модель водителя (микро модели), отражающая распространенные особенности его поведения. Для последних, микроскопических, моделей на основе экспериментальных данных рассчитываются параметры, характеризующие поведение водителей легковых автомобилей, грузового транспорта, мотоциклов и мопедов.

Возникает вопрос: как, используя эти модели, представить смешанный транспортный поток, в котором, кроме водителей-людей, присутствуют автопилоты? Достаточно ли изменить параметры модели или нужно создавать принципиально новую модель? Если реальный автопилот является, по сути, программой, можно ли его непосредственно использовать в пространстве модели? Но тогда какого производителя выбрать в качестве эталона?

Чтобы создать модель смешанного потока реального и автопилотируемого транспорта, рассмотрим, как к этому вопросу подходят другие исследователи. Не только непосредственно к смешанному потоку и управлению, но и к локальным проблемам управления и задачам, касающимся трафика. Полезно будет рассмотреть как легковые автомобили, так и другие виды наземного транспорта (рельсовый, грузовики), и летательные аппараты, поскольку стоящие перед ними задачи, хоть и имеют свою специфику, во многом похожи.

Состояние проблемы

Обратимся к работам, в которых описано управление транспортом. Задача управления общественным транспортом с учетом неполной и недостоверной информации о ситуации, а также множественности вариантов управляющих воздействий и необходимости учета последствий от этих воздействий, может решаться с помощью СППР с продукционной базой знаний, где ситуация формализуется с использованием теории нечетких множеств [2] (2012). Конкретное управляющее воздействие выбирается ЛПР, при этом становится возможным объяснить процесс принятия решения на основе нечеткой сети типовых ситуаций. Прогнозирование реализации определенной ситуации не производится, а выбор предпочтительной ситуации, в которую будет осуществлен переход из текущей, производится согласно экспертным оценкам, хранящимся в БЗ.

Также на моделях ситуаций базируются принципы построения алгоритмов для Интеллектуальной системы управления движением городским внеуличным рельсовым транспортом [3] (2021). Сбои движения в метрополитене были разделены на 4 группы, для каждой из которых были разработаны эвристические алгоритмы преодоления сбоев, построенные на основе обобщения опыта экспертов. Результаты работы алгоритмов сравнивались с эталонным решением, полученным от полного перебора, а также подвергались экспертной оценке.

В монографии 2021 года [4] разработан теоретический аппарат принятия системных решений интеллектуального управления в экосистеме транспорта. При решении задачи перемещения партий грузов в транспортной системе применяется метод динамического программирования для упорядочивания и сокращения перебора возможных вариантов.

Задача перемещения партий грузов также является задачей планирования – поиска траектории, переводящей объект из начального состояния в конечное, в обход препятствия. Другие подходы к планированию маршрута включают метод на основе рекурсивного алгоритма итеративной кусочно-линейной аппроксимации с последовательным увеличением количества её отрезков до тех пор, пока все ограничения по обходу препятствия не будут выполнены [5] (2018), и эвристический алгоритм решения задачи коммивояжера для одного БПЛА и многих целей, расчет оптимальных маршрутов и количества необходимых БПЛА из заданного множества и перепланирование маршрутов при деградации группы [6] (2019).

В большинстве работ о смешанном транспортном потоке реальных и автопилотируемых автомобилей рассматриваются подключенные автономные автомобили, как в работе [7] (2021), ориентированной на программное обеспечение AIMSUN. Рассматриваются модели совместного/кооперативного адаптивного круиз-контроля (CACC) и смены полосы, основанные на моделях подключенных беспилотных автомобилей, и оценивается влияние параметров этих моделей на эффективность дорожного движения.

В работе [8] (2020) особо отмечается отсутствие единой методологии моделирования подключенных автопилотов. Поведение автопилотов, в отличие от человеческого, может быть, в принципе, известно априори. Но вероятное отсутствие в будущем алгоритмов автопилотов в открытом доступе и их чрезвычайная сложность требуют разработки модели транспортного потока с CAV. Рассматривается несколько моделей, реализующих CACC. Упоминается, что для моделирования поведения CAV часто используется IDM – интеллектуальная модель водителя (с некоторыми модификациями). Кроме нее, предложена модель Talebroug A. и Mahmassani H. S., над которой проведены эксперименты, показавшие, помимо прочего, что внедрение неподключенных беспилотников имеет «негативное влияние» на транспортный поток, в то время как внедрение CAV влияет положительно, причем тем лучше, чем больше процент внедрения.

Проблемы, возникающие при подключении к единой сети, хорошо представлены в работе [9] (2021), посвященной историческому обзору дронов в Европе и США и их интеграции в беспроводную сеть. Рассматриваются свойства возможных вариантов подключения: безопасность, надежность, скорость и др.

Меньше работ, в которых рассматривается смешанный поток реальных и автопилотируемых (но не подключенных) автомобилей. Например, в работе [10] (2016) изучается влияние внедрения AV на трафик и делается прогноз увеличения пропускной способности в 2 раза при переводе автопарка на полностью автономные автомобили. Временной интервал (время, за которое автомобиль преодолеет дистанцию до следующего транспортного средства в транспортном потоке) для автономных автомобилей взят как технически осуществимое и в то же время приемлемое с точки зрения участников дорожного движения значение, в результате беспилотники характеризуются значениями характеристик примерно в два раза лучшими, чем у человека. Правильность формул подтверждается соответствием результатов современным усредненным эмпирическим данным, собранным в Германии. Учитываются не только легковые автомобили, но и грузовики, и для процентного внедрения беспилотников используется формула, аналогичная расчету внедрения грузовиков. Помимо пропускной способности, выделяется стабильность как еще одна важная характеристика транспортного потока. С некоторого процента внедрения автор предлагает введение выделенных полос для беспилотников, чтобы их не замедляли водители-люди. Улучшения в потоке от внедрения автономных ТС происходят за счет: 1) сокращения интервалов; 2) увеличения скорости движения (но лишь при полном отсутствии людей). Для обеспе-

чения предсказуемости и комфорта пассажиров на перекрестках автор настаивает на необходимости подключения V2V и V2I.

В еще одной работе [11] (2020) проводится моделирование с использованием свободно распространяемого ПО – SUMO и его стандартной модели следования за лидером Краусса. В таблице 1 приведены параметры модели. Анализ результатов проводится с помощью фундаментальной диаграммы.

Таблица 1

Parameters of the driver model used in SUMO simulations [11]

	Mingap (m)	Accel (m/s ²)	Decel (m/s ²)	Emergency decel (m/s ²)	Sigma	Time headway (s)
No automation	1.5	3.5	4.5	8	0.5	0.9
Full automation	0.5	3.8	4.5	8	0	0.6

В работе [12] (2022) авторами предложена микроскопическая модель смешанного транспортного потока, основанная на взаимодействии частиц с потенциалом действия, в которой для реальных автомобилей и беспилотников используется модель с одинаковыми параметрами, но для реальных водителей добавлены случайные возмущения и большая возможная скорость. Внедрение автономных ТС в транспортный поток приводит к большей стабильности, при этом пропускная способность уменьшается.

Модель смешанного транспортного потока должна включать модели водителей и автопилотов, поэтому стоит рассмотреть способы решения некоторых важных проблем, стоящих перед системой управления транспортным средством. Например, избегание столкновений в трехмерном пространстве.

В работе [13] (2020) и еще серии статей до нее авторы разрабатывают математическую модель избегания столкновения БПЛА в проекции на горизонтальную плоскость. Когда у 2 БПЛА траектории пересекаются, что подтверждается расчетами высоты и скорости, определяется ближайшая граница критической (ведущей к столкновению) скорости и требуемое для ее преодоления ускорение. Случай, при котором слетается не пара беспилотников, а больше, представлен в [14] (2020). Рассматривается один беспилотник и его поведение в зависимости от движения всех остальных. Автором дано разбиение пространства на зоны, для каждой из которых задано определенное последующее поведение рассматриваемого БПЛА, а также алгоритм распределения уровня угроз. Избегание столкновений осуществляется только посредством изменения скорости в пределах реальных границ ускорения.

С помощью нелинейной системы дифференциальных уравнений и алгоритмов в работе [15] (2011) решается задача избегания столкновений БПЛА, представленных материальными точками. Для двух БПЛА производится расчет относительной скорости, и задача сводится к поиску наикратчайшего пути обхода препятствия.

Полет, при котором БПЛА удерживает свое положение относительно других БПЛА с заданными значениями интервалов и дистанции, называется полетом строем, а совокупность положений БПЛА называется формацией. Для процедуры распределения БПЛА по заданной формации может использоваться критерий наименьшего суммарного перемещения [16] (2012). Если считать все БПЛА равнозначными и одинаковыми, то при решении задачи перестроения возможно определение оптимального по суммарному перемещению маршрута, при котором отсутствуют пересечения траекторий. В работе [17] (2017) предложен алгоритм перестроения без столкновений по внешней команде оператора для уменьшения объема проекции БПЛА на плоскость следящей камеры, с минимизацией длины маршрута перестроения. Безопасность перестроений, связанная с вероятностью столкновений, задается допустимыми значениями интервала и дистанции между аппаратами.

Задача управления роем заключается в избегании препятствий при перемещении роя до заданной цели. Часто ее решает оператор, который посылает команды не каждому устройству в рое, а одному или нескольким лидерам. Остальные БПЛА перемещаются, ориентируясь на ближайшего лидера. В процессе перемещения лидеры могут оказаться в далеких от центра роя позициях, поэтому может быть выгодно динамически менять лидеров [18] (2014).

Обычно для управления роем БПЛА с уклонением от препятствий используется метод искусственного потенциального поля, представленный в работе [19] (1986), где задача обхода препятствий была перенесена из высокоуровневого построения траектории на низкий оперативный уровень. Искус-

ственное потенциальное поле, описываемое в данной работе, состоит из точки притяжения на месте цели и точек отталкивания на месте препятствий. Этот метод в сочетании с векторами вращения [20] (2016) позволяет управлять роем БПЛА с лидером для сопровождения движущейся цели. Привлекательное потенциальное поле между лидером и целью побуждает лидера отслеживать цель, основываясь на их относительном положении. Другие БПЛА в строю следуют за лидером благодаря силе притяжения. Сила отталкивания, действующая между БПЛА, предотвращает столкновения и равномерно распределяет БПЛА на сферической поверхности, центром которой является лидер.

Сложность, обнаруживаемая в поведении роя насекомых или стаи птиц, отражает эмерджентные явления, возникающие в результате простых взаимодействий их членов. Для моделирования поведения птиц может использоваться модель, основанная на трех простых правилах [21] (2017): разделение (избегание столкновений с соседями), выравнивание (движение по направлению среднего направления соседей) и связность (движение к центру масс стаи). Модификации условий границ для разворота в замкнутом двумерном пространстве приводят в итоге к поведению, визуально похожему на поведение стаи птиц и близкому к экспериментальным данным. Есть множество коротких видео на YouTube с результатами моделирования.

Ориентирование БПЛА в лабиринте города рассматривается в работе [22] (2016), где приведены способ представления карты, сравнение алгоритмов автономного движения, модификация алгоритма поиска кратчайшего расстояния до цели и алгоритм решения задачи ориентирования.

Влияние отвлекающих факторов (гаджетов) на поведение водителей на дороге было рассмотрено в работе [23] (2021). Для этого в симуляторе были собраны данные о поведении реальных людей при наличии отвлекающих факторов. Результирующие коэффициенты использованы в качестве параметров микроскопических моделей транспортного потока в коммерческом ПО Transmodeler (использовались модель Гиппса и IDM).

Для прогнозирования объема трафика в работе [24] (2021) подбирается лучшая архитектура из следующих: радиальной базисной функции, персептрона, многослойного персептрона, адаптивного линейного нейрона и сверточной нейронной сети. При обучении на данных за несколько лет многослойный персептрон оказывается лучшим вариантом для прогнозирования объема трафика по часам, в зависимости от внешних условий.

Потребность в трафике (traffic demand) в транспортной сети – это количество автомобилей, проезжающих по каждому участку дороги и совершающих повороты на перекрестках. Для ее прогнозирования в работе [25] (2019) используется полносвязная нейронная сеть на 3 слоя, обученная классификации с учителем, которая показала 80 % точности. Было выделено 4 класса с потребностью в трафике от 0,1 до 0,4. Для обучения было сгенерировано 2,7 млн примеров, в которых на изолированный перекресток из независимых 4-х источников (с 4-х сторон) поступали автомобили.

Обсуждение

Из рассмотренных выше работ были условно выделены классы подходов, для которых в таблице 2 отмечены решаемые задачи и ограничения.

Подключение автомобилей к единой сети решает многие проблемы восприятия, прогнозирования и планирования, которые сложно решить иначе при текущем уровне развития технологий. При этом реализация подключения всех транспортных средств к единой сети, которая может включать и элементы инфраструктуры, является технически сложной и дорогостоящей. В случае же выхода из строя устройств или сбоев, транспортные средства будут работать на основе данных со своих датчиков, что побуждает развивать управление, основанное, в первую очередь, на локальной системе восприятия.

Транспортный поток – это динамически изменяющийся, стохастический и нестационарный процесс, и создание точных моделей транспортных потоков является сложной и трудоемкой задачей. Хотя еще нет чисто математических или алгоритмических методов для ее полного решения, полученные в процессе разработок решения частных проблем крайне полезны. В том числе успехи динамического программирования.

Специально для борьбы со сложностью подобных систем были созданы нечеткий и ситуационный подходы, развивались методы искусственного интеллекта. Однако при использовании теории нечетких множеств, продукционной БЗ и ситуационного управления необходима предварительная формализация знаний экспертов, а появление новой ситуации требует расширения модели и дополнительной формализации этой ситуации. Методы искусственного интеллекта применяются для решения

Таблица 2

Ограничения классов подходов к моделированию смешанного транспортного потока

Класс	Решаемые задачи	Ограничения
Подключение	Большое количество качественной информации об окружении	Технически сложная и дорогостоящая реализация. Возможность сбоев требует развития локальной системы восприятия
Интеллектуальный (эволюционные методы, ИНС)	Аппроксимация плотности транспортного потока, моделирование сложных агентных систем	Отсутствие строгих математических доказательств эффективности
Нечеткие множества	Формализация и количественное измерение качественных характеристик процессов	Необходима формализация знаний экспертов: предварительная и последующая при появлении новой ситуации
Динамическое программирование	Распределение корреспонденции для ориентирования и планирования маршрута	Отсутствие строгой методологии
Математический	Обобщенные модели транспортного потока (мезоскопические и макроскопические) и подзадачи построения траектории	Высокая сложность построения модели и ее последующей валидации
Алгоритмический	Подзадачи построения траектории и ориентирования	Высокая сложность разработки алгоритма и его последующего применения
Ситуационное управление	Выделение множества нежелательных ситуаций и способов их нейтрализации	Неизбежное появление новых ситуаций требует расширения системы. Экстраполяция и оценка производятся по правилам, основанным на знаниях экспертов
Микроскопические модели транспортного потока	Реалистичные модели транспортного потока водителей-людей	Для имитации поведения беспилотного транспорта требуются непрерывные модификации

частных задач прогнозирования макрохарактеристик, когда есть достаточно данных для обучения, или для управления движением БПЛА в рое. Хотя для летательных аппаратов используется множество моделей роя, полноценного решения задачи моделирования транспортного потока только методами искусственного интеллекта еще нет.

Существующие модели транспортного потока разрабатывались для имитации поведения человека, управляющего автомобилем, но не беспилотного транспорта. К настоящему времени было предложено множество модификаций классических моделей с целью добавить в них автономные автомобили, причем часто подключенные к единой сети. Результаты экспериментов с такими моделями противоречивы или несопоставимы, что можно объяснить отсутствием единых представлений о характеристиках и поведении автопилотов, а также способах оценки транспортного потока.

Заключение

Можно сделать вывод о том, что одним из наиболее перспективных подходов к моделированию транспортных потоков является микроскопическая модель, подходящая для описания поведения реальных автомобилей. С дополнительными элементами для имитации поведения беспилотников она может описывать смешанный транспортный поток, как представлено в ряде работ, включая авторскую. Проверка адекватности подобной модели является сложной и нетривиальной задачей.

Математические модели и алгоритмы подойдут для решения задач оперативного и тактико-

го управления. В объединении с интеллектуальным подходом для реализации общего поведения системы на стратегическом уровне это позволит создать модель управления смоделированным смешанным транспортным потоком.

Задача построения модели смешанного транспортного потока полностью не решена. Существует множество подходов, в том числе авторских, для решения тех или иных частных сторон задачи. Разработка этих подходов углубляет наши знания об особенностях реализации смешанного транспортного потока и приближает к итоговому решению.

Окончательное решение задачи требует строгих критериев эффективности и универсальный набор критериев для оценки адекватности. Разработка критериев – одна из ключевых задач на ближайшее будущее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куржанский А. Б., Куржанский А. А., Варайя П. Роль макро моделирования в активном управлении транспортной сетью. *Труды МФТИ*. 2010;2:4(8):100–118. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/rol-makromodelirovaniya-v-aktivnom-upravlenii-transportnoy-setyu>.
2. Кригер Л. С. Интеллектуальная система поддержки принятия решений при управлении движением общественного транспорта. *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика*. 2012;2:150–155. EDN: PAJWZX. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17839437>.
3. Баранов Л. А., Балакина Е. П., Сидоренко В. Г. Безопасное диспетчерское управление в условиях использования интеллектуальных беспилотных систем управления движением городского внеуличного транспорта. *Проблемы управления безопасностью сложных систем : Материалы XXIX международной научно-практической конференции, Москва, 15 декабря 2021 года*. Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2021. С. 329–336. DOI: 10.25728/iccsc.2021.63.40.051. EDN: LUEHUG. Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=47534022>.
4. Субботин Б. С. и др. *Теоретические и концептуальные представления о взаимодействии человека с системами искусственного интеллекта в транспортной экосистеме*. Москва : Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ); 2021. 146 с. ISBN: 978-5-7962-0284-5. EDN: ZTJNZM. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47696343>.
5. Антонов В. О., Гурчинский М. М., Петренко В. И., Тебуева Ф. Б. Метод планирования траектории движения точки в пространстве с препятствием на основе итеративной кусочно-линейной аппроксимации. *Системы управления, связи и безопасности*. 2018;1:168–182. Режим доступа: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-01/09-Antonov.pdf>.
6. Максимов Н. А. Модель планирования группового полета и взаимодействия беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в условиях деградации группы. *Научно-технический вестник Поволжья*. 2019;6:24–29. EDN: LVTBNQ. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41114714>.
7. Mohammadsina S. Microscopic Simulation Analysis of Connected and Autonomous Cars and Trucks at a Freeway Merge Area. *Electronic Theses and Dissertations*. 2021. Режим доступа: <https://scholar.uwindsor.ca/etd/8613>.
8. Gora P., Katrakazas C., Drabicki A., Islam F., Ostaszewski P. Microscopic Traffic Simulation Models for Connected and Automated Vehicles (CAVs) – State-of-the-art. *Procedia Computer Science*. 2020;170:474–481. DOI: 10.1016/j.procs.2020.03.091.
9. Milicevic Z. M., Bojkovic Z. S. From the Early Days of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) to Their Integration into Wireless Networks. *Military Technical Courier*. 2021;69:4:941–962. DOI: 10.5937/vojtehg69-33571.
10. Friedrich B. The Effect of Autonomous Vehicles on Traffic. *Autonomous Driving*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2016:317–334. DOI: 10.1007/978-3-662-48847-8_16.
11. Lu Q., Tettamanti T., Hörcher D., Varga I. The Impact of Autonomous Vehicles on Urban Traffic Network Capacity: an Experimental Analysis by Microscopic Traffic Simulation. *Transportation Letters*. 2020;12(8):540–549. DOI: 10.1080/19427867.2019.1662561.
12. Бобровская О. П., Гавриленко Т. В., Галкин В. А. Модель транспортного потока, основанная на взаимодействии частиц с потенциалом действия. *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2022;40:3:72–87. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-72-87.

13. Бердонос В. Д., Журавлёв Д. О. Математическая модель взаимного движения беспилотных летательных аппаратов. *Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами: электрон. науч. журн.* 2020;3(8):11–21. DOI: 10.26731/2658-3704.2020.3(8).11-21.
14. Журавлев Д. О. Разработка и реализация алгоритмов предотвращения столкновения беспилотных летательных аппаратов, находящихся в едином воздушном пространстве. *Молодые ученые – Хабаровскому краю : Материалы XXII краевого конкурса молодых ученых и аспирантов, Хабаровск, 14–20 января 2020 года.* Хабаровск: Тихоокеанский государственный университет. 2020:106–112. EDN: LHUQVO. Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=42914355>.
15. Kvetny R., Borshchova I. Collision Avoidance Algorithm for Unmanned Aerial Vehicles. *Scientific Works of Vinnytsia National Technical University.* 2011;1:9. EDN: PYXDNV. Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18959470>.
16. Дьяченко А. А. Задача формирования строя в группе БПЛА. *Известия ЮФУ. Технические науки.* 2012;3. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/zadacha-formirovaniya-stroya-v-gruppe-bpla>.
17. Михайлов Н. А. Разработка алгоритма перестроения группы беспилотных летательных аппаратов для уменьшения заметности. *Труды МАИ.* 2017;96:22. EDN: ZWUH1H.
18. Walker P., Amraii S., Chakraborty N., Lewis M., Sycara K. Human Control of Robot Swarms with Dynamic Leaders. *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Chicago, IL, USA.* 2014:1108–1113. DOI: 10.1109/IROS.2014.6942696.
19. Khatib O. Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots. *Int J Robot Res.* 1986;5(1):90–98. Режим доступа: https://khatib.stanford.edu/publications/pdfs/Khatib_1986_IJRR.pdf.
20. Chang K., Xia Y., Huang K. UAV Formation Control Design with Obstacle Avoidance in Dynamic Three-Dimensional Environment. *SpringerPlus.* 2016;5:1124. Режим доступа: <https://doi.org/10.1186/s40064-016-2476-y>.
21. Brown G. *Beyond Phase Transitions: an Algorithmic Approach to Flocking Behavior.* Department of Physics and Astronomy, Brigham Young University. 2017.78 p.
22. Михайлов И. И., Кухтяева В. Р. Разработка алгоритма автономного движения беспилотного летательного аппарата. *Микроэлектроника и информатика – 2016 : Материалы научно-технической конференции, Зеленоград, 20–22 апреля 2016 года.* Зеленоград: Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники». 2016:104–108. EDN: WBXUXP. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26226563>.
23. Zatemeh-Kanj S., Toledo T. Car Following and Microscopic Traffic Simulation Under Distracted Driving. *Transp. Res. Rec.* 2021;2675(8):643–656. DOI: 10.1177/03611981211000357.
24. Хуссейн А. Х. С., Заргарян Е. В., Заргарян Ю. А. Модель прогнозирования транспортного потока на основе нейронных сетей для предсказания трафика на дорогах. *Известия ЮФУ. Технические науки.* 2021;6(223):124–132. DOI: 10.18522/2311-3103-2021-6-124-132.
25. Төлеби Г., Курманходжаев Д. Прогнозирование потока транспортных средств на основе оффлайн обученной искусственной нейронной сети. *Вестник Казахстанско-Британского технического университета.* 2019;16(2):170–174. Режим доступа: <https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/article/view/140>.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-05

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТИПА ЗАВИСИМОСТИ В НАБОРАХ ДАННЫХ

А. Д. Смородинов^{1,2,a}, Т. В. Гавриленко^{1,2,b}, А. А. Рассадин^{1,c}

¹ Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9324-1844>, ✉ Sachenka_1998@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5596-0891>, rassadin_aa@office.niisi.tech

Аннотация: в работе рассматривается возможность применения сверточных искусственных нейронных сетей для решения задачи идентификации типа зависимости в наборах данных. Для обучения сверточной нейронной сети использовались обучающие выборки, состоящие из графиков функций. В качестве базового набора функций для обучения искусственной нейронной сети были выбраны 6 функций, ключевым свойством которых является линеаризуемость. Сверточная нейронная сеть применялась для определения типа зависимостей в наборах данных, полученных из международной базы данных MNIST, предназначенной для тестирования статистического программного обеспечения. Приведен анализ результатов применения сверточной нейронной сети к наборам данных из базы данных MNIST, делается вывод о принципиальной возможности применения данного подхода для визуального корреляционного анализа данных и, как следствие, возможности идентификации типа зависимости по графическому образу представления данных.

Ключевые слова: искусственные нейронные сети, аппроксимация, сверточные нейронные сети, корреляционный анализ.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (Выполнение фундаментальных научных исследований ГП 47) по теме №0580-2021-0007 «Развитие методов математического моделирования распределенных систем и соответствующих методов вычисления».

Для цитирования: Смородинов А. Д., Гавриленко Т. В., Рассадин А. А. Исследование применимости сверточных нейронных сетей для задачи идентификации типа зависимости в наборах данных. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):47–54. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-05.

Поступила в редакцию: 18.08.2023.

В окончательном варианте: 10.09.2023.

APPLICABILITY OF CONVOLUTED NEURAL NETWORKS TO THE DATASET FITTING PROBLEM

A. D. Smorodinov^{1,2,a}, T. V. Gavrilenko^{1,2,b}, A. A. Rassadin^{1,c}

¹ Surgut Branch of Federal State Institute “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9324-1844>, ✉ Sachenka_1998@mail.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3243-2751>, taras.gavrilenko@gmail.com

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5596-0891>, rassadin_aa@office.niisi.tech

Abstract: we analyzed the applicability of convolutional neural networks to solving the dataset fitting problem. The convolutional neural network was trained with training datasets containing function curves. We selected 6 linearizable functions. The convolutional neural network detected the functional relations in the datasets taken from the MNIST database intended for statistical software testing. The results show that it is possible to use the proposed approach for visual correlation analysis and curve-based data fitting.

Keywords: artificial neural networks, data fitting, convolutional neural networks, correlation analysis.

Acknowledgements: this study is a part of the GP 47 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, phase No. 0580-2021-0007 Advanced Simulation of Distributed Systems.

Cite this article: Smorodinov A. D., Gavrilenko T. V., Rassadin A. A. Applicability of Convoluted Neural Networks to the Dataset Fitting Problem. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):47–54. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-05.

Original article submitted: 18.08.2023.

Revision submitted: 10.09.2023.

Введение

В 1637 году Рене Декарт в своей работе [1] первым применил такое понятие, как координаты, которое впоследствии получило название «прямоугольные декартовы координаты». Это позволило перейти к анализу функций, данных и многих других объектов математики на абсолютно новом уровне. Графическое представление стало играть решающую роль. Но именно благодаря его идеям, описанным в данном труде, появились новые направления развития целого ряда разделов современной математики.

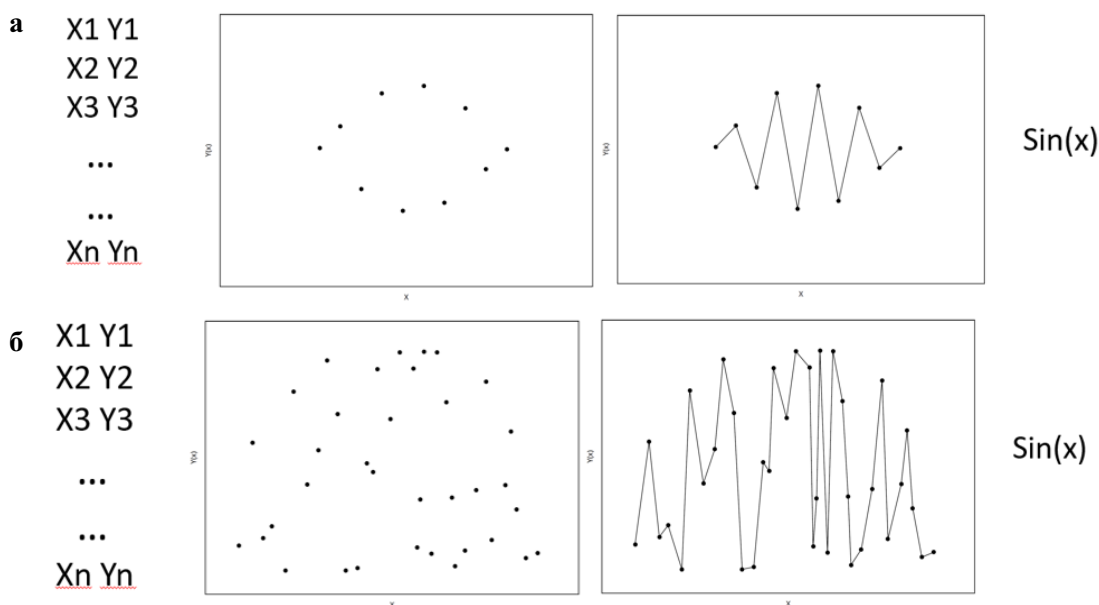


Рис. 1. Иллюстрация последовательности действий исследователя

Исследователь или аналитик данных начинает свою работу с того, что, используя различные графические отображения, формирует визуальные образы, после чего на основе полученного визуального образа данных пытается предугадать вид зависимости. Но чаще всего аналитику требуется перейти ко второму этапу, соединить последовательные точки прямой линией для формирования представления о законах развития процесса. На рис. 1а представлена типичная схема работы исследователя. Исследователь строит «фоторобот» некоторой зависимости по имеющимся у него описаниям — точкам. Потом он ищет совпадение с имеющимися в его голове «фотороботами» других зависимостей. Но такая ситуация получается не всегда. Так, на рис. 1б показан случай, когда исследователь сталкивается с существенными затруднениями.

Проблема выбора функции для аппроксимации данных

При решении подобных задач определяющим фактором является опыт и кругозор исследователя. Но даже опытный аналитик не всегда может сходу определить тип зависимости. Так, на рис. 2 приведен ряд примеров графиков, при определении типа зависимости которых могут возникнуть проблемы даже у опытного исследователя. Графики похожи, а типы зависимостей нет. Если в некоторых случаях ошибка выбора типа зависимости при аппроксимации может и не сказаться на результатах расчета, то в случаях, показанных на рис. 2, она может привести к значительной погрешности. Особенно критичны ошибки второго рода.

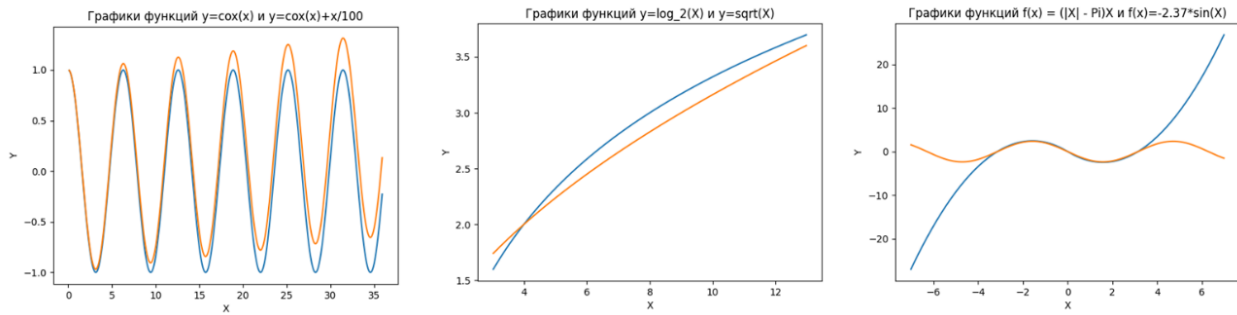


Рис. 2. Проблема определения типа зависимости по графику функции

Одни и те же данные можно аппроксимировать разными функциями. На рис. 3 красным нарисован сектор синуса, и, если у исследователя есть только часть данных (красные точки, соединённые прямой), то такие данные можно аппроксимировать целым набором данных, таким как:

$$y_1 = \frac{1.2}{\exp\left(\left(x - \frac{\pi}{2.0}\right)^2\right)}, \quad y_2 = \frac{x^2 + \pi x}{2.5}, \quad y_3 = \frac{1}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 1}$$

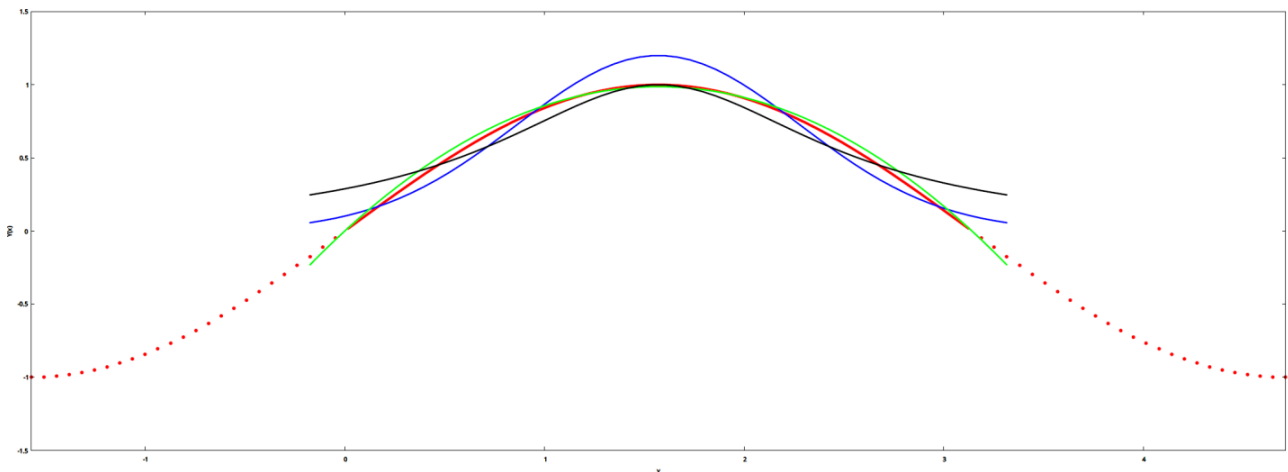


Рис. 3. Пример аппроксимации одного набора данных сериями различных функций

Типов зависимостей бесконечное количество, например, в справочнике для студентов [2] насчитывается 1200 различных функций и их графиков. Также стоит отметить, что некоторые функции имеют различные графики функций в зависимости от значений коэффициентов. Упростить работу исследователя может применение искусственной нейронной сети (ИНС) для визуального корреляционного анализа данных.

Описание методики выбора аппроксимирующей функции

В одной из работ уже была продемонстрирована возможность применения ИНС для решения задачи аппроксимации и интерполяции [3], в работе представлено решение задачи аппроксимации — выявление зависимости как суммы функций с некоторым набором коэффициентов, где в качестве коэффициентов функций использованы весовые коэффициенты ИНС. Был разработан программный продукт [4], который позволяет упростить работу аналитика данных. Получаемый результат не является универсальным и требует повторного обучения ИНС для решения новой задачи.

В данной работе используются сверточные нейронные сети для определения класса зависимости по графическому образу исходных данных. На вход нейронной сети подаётся изображение графика, а на выходе получаем тип зависимости, функции. Затем исследователь может использовать любой известный ему метод для определения значений коэффициентов функций, например, метод наименьших

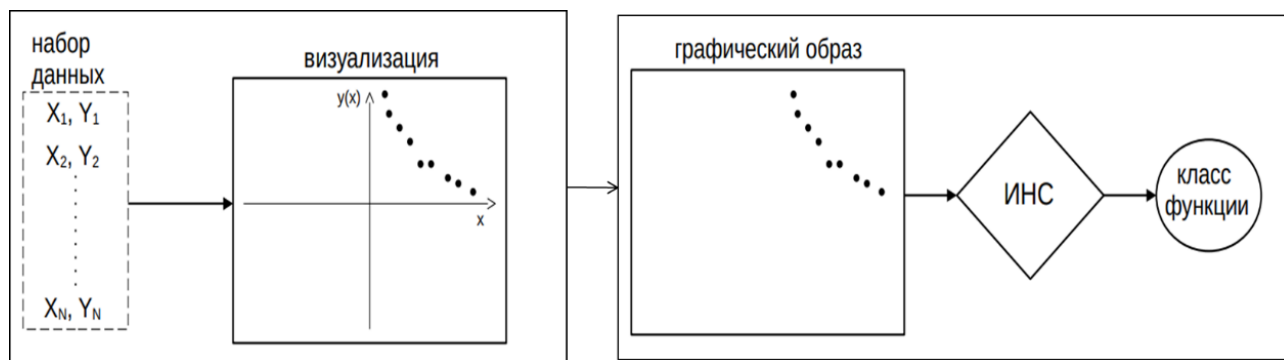


Рис. 4. Схема работы исследователя с ИНС

квадратов (МНК). В результате решается задача аппроксимации данных. На рис. 4 представлена схема работы разработанного инструмента.

На первом этапе разработки необходимо установить количество определяемых зависимостей. В рамках первичной проверки возможности применения данного подхода были выбраны простые и наиболее часто применяемые исследователями начального уровня зависимости:

$$y = ax^b \quad (1)$$

$$y = a \ln(x) + b \quad (2)$$

$$y = ax^b \quad (3)$$

$$y = \frac{a}{x + b} \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{ax + b} \quad (5)$$

$$y = \frac{x}{ax + b} \quad (6)$$

Данные функции были выбраны, т. к. они легко линеаризуются, к ним применим МНК.

Важным этапом является подготовка обучающих данных, т. к. это напрямую влияет на работу ИНС. Обучающая выборка представляет собой набор изображений с графиками функций (1) - (6). Для каждого из 6 классов (функций) этот набор содержит 1200 изображений, которые делятся на три блока: 1000 изображений — обучающая выборка, 100 — контрольная и 100 — тестовые выборки данных.

Для формирования графиков были определены следующие требования:

- График должен быть представлен в виде множества точек, т. к. соединение их прямыми линиями уже является самой простой аппроксимацией.
- Стиль всех графиков должен быть одинаковым (вид точек, их размер и цвет и т. д.), т. к. стиль графика не влияет на тип зависимости.
- На изображениях не должно быть осей координат, подписей и т. д. — в данном случае все это является «шумом», который может помешать обучению. Координатная сетка исключена в связи с тем, что в первую очередь идентифицируется класс зависимости, а не конкретные значения коэффициентов функций.
- В пределах одного класса все графики должны быть разными (уникальными).

Описание эксперимента

Ввиду того, что готового набора данных, удовлетворяющего перечисленным выше требованиям, не существует, была создана программа для генерации обучающих данных [7]. Для получения уникальных графиков для каждого класса из формул (1) - (6) коэффициентам a , b задаётся диапазон допустимых значений, и при построении отдельного графика конкретные значения коэффициентов выбираются случайным образом из соответствующего диапазона. В данном случае последние три функции из (1) - (6) — это гиперболы, для них область определения и диапазон значений коэффициентов

выбраны так, чтобы получалась только одна ветвь. Для всей обучающей выборки задается шаг построения графиков, а также плотность точек. Плотность определяет, какой процент от всех расчетных точек будет нанесен на изображение. Расчетные значения точек графиков получаются с помощью программы на языке C, а изображение строится с помощью утилиты Gnuplot. Формат изображения растровый (png) с разрешением 640х480. Плотность точек была равна 100%. Пример обучающих изображений представлен на рис. 5.

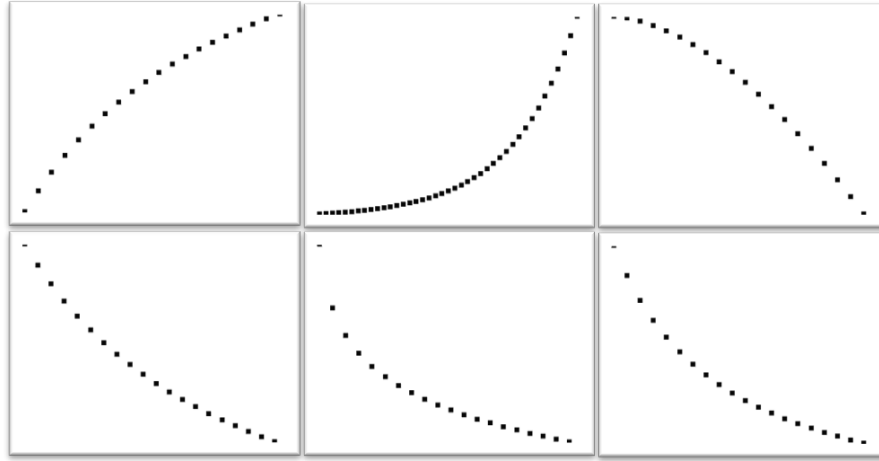


Рис. 5. Пример обучающей выборки для каждого класса

После подготовки обучающих данных была сконструирована сверточная ИНС следующей конфигурации: 5 сверточных слоев с окном (3, 3) и 32, 64, 128, 256 и 512 нейронами на слоях, функции активации relu, 1 полносвязный слой с 1024 нейронами, функции активации relu, 1 полносвязный слой с 6 нейронами, функции активации softmax. Схема обучаемой ИНС представлена рис. 6.

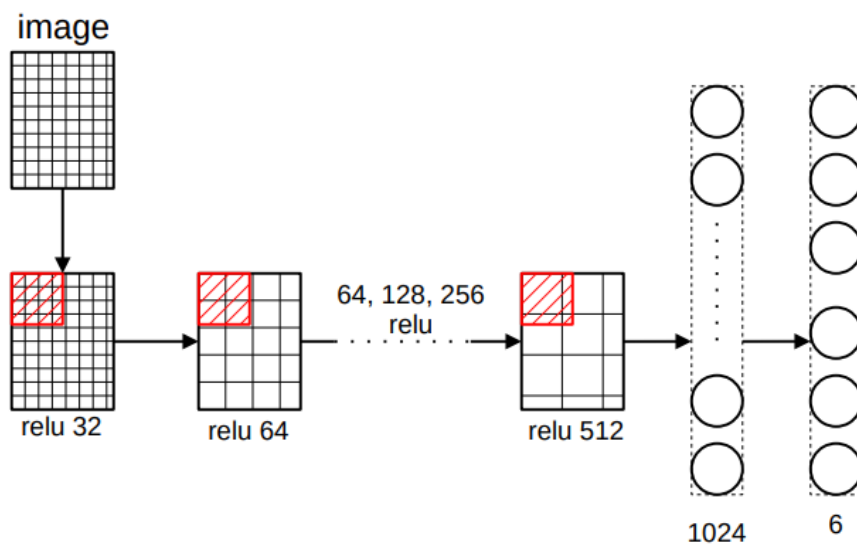


Рис. 6. Схема сверточной ИНС для решения задачи классификации графика по его графическому образу

При такой конфигурации ИНС точность на тестовых данных была максимальной. Обучение проходило в течение 72 эпох. Скорость обучения автоматически изменялась от 10^{-3} до 10^{-7} . В качестве алгоритма оптимизации был выбран алгоритм RMSProp, а в качестве функции потерь — categorical_crossentropy. Они были выбраны, т. к. именно их используют для решения задачи классификации во многих проектах.

По итогам обучения точность на контрольном наборе данных составила 86,7 %. Следующим шагом была проверка адекватности работы ИНС на данных, не относящихся к обучающей выборке. Задача по поиску таких данных не является тривиальной, т. к. задача нелинейной регрессии достаточно сложна, и чаще всего можно найти такой набор данных, на котором не будут работать даже самые эффективные алгоритмы. Также в работе [6] автор поднимает вопрос о сложностях в тестировании программного обеспечения для оценки качества программных средств. Но в настоящее время для этих целей существует специальная стандартная справочная база данных NIST 140, содержащая набор данных, на которых можно проводить тестирование математического программного кода [5]. Целью этой БД является повышение точности статистического программного обеспечения путем предоставления справочных наборов данных с сертифицированными результатами вычислений, которые позволяют объективно оценивать статистическое программное обеспечение. Поэтому для оценки качества работы ИНС была взята коллекция из 27 наборов данных из этой БД. В ней содержатся как реальные (наблюдаемые) данные, так и сгенерированные. В данной базе наборы разделены на 3 уровня сложности: легкие, средние и сложные. ИНС была протестирована на всех наборах данных из этой БД. На основе данных строились аналогичные изображения, примеры изображений представлены на рис. 7.

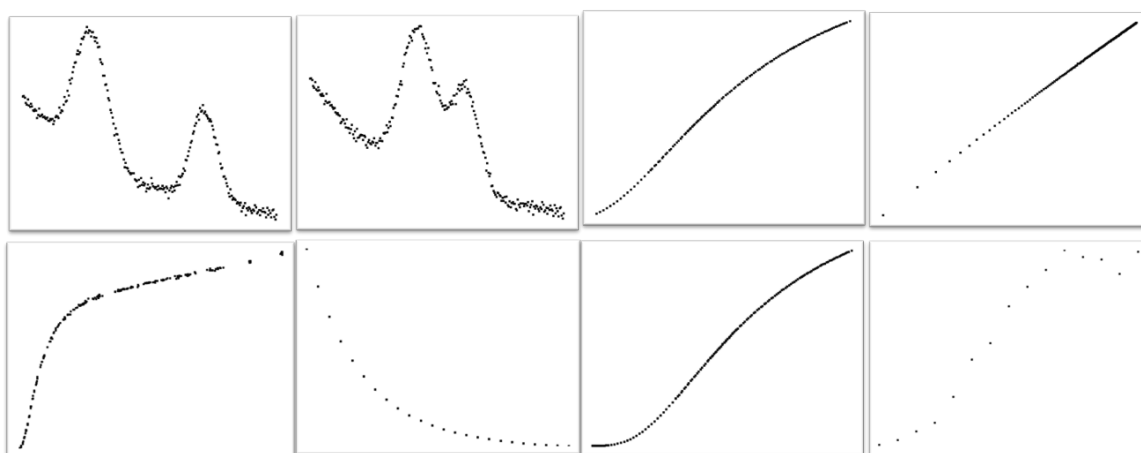


Рис. 7. Примеры построенных изображений на данных из БД NIST 140

После чего изображения подавались на вход в обученную ИНС. Затем на основе тех же данных строили аппроксимацию с использованием МНК с двумя параметрами, где в качестве аппроксимирующих функций использовались функции (1) - (6). В качестве типа функции выбирали ту функцию, которая имеет наименьшую погрешность. Схема проведенного эксперимента представлена на рис. 8.

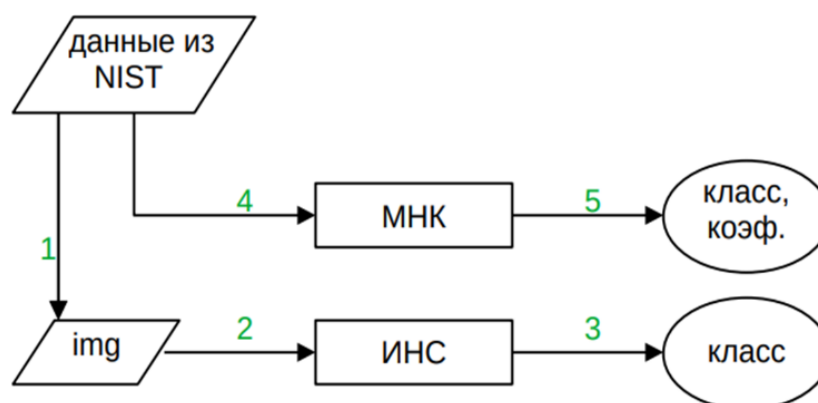


Рис. 8. Схема проведения эксперимента для оценки адекватности обученной модели

Результаты проведенного эксперимента

Был проведен анализ полученных результатов: изучали количество совпадений между ответами

ИНС, типом, предлагаемым МНК, и типом, указанным в БД. Полученные результаты представлены в таблице 1. Красным цветом выделены ячейки таблицы, если совпадения есть только между БД и типом, полученным из МНК, — 5 случаев. Синим цветом — если есть совпадения только между БД и ответом ИНС — 10 случаев. Зеленым цветом выделены совпадения между всеми тремя способами определения типа — 6 случаев. Белым — те случаи, в которых ни МНК, ни ИНС не смогли дать верный ответ, — 6 случаев.

Таблица 1

Результаты проведенного вычислительного эксперимента

Номер набора данных	Число параметров	Число точек	Тип данных	Ответ ИНС	Ответ МНК	Ответ сайта
1	2	14	Реальные	0	5	0
2	3	54	Реальные	0	2	0
3	3	214	Реальные	0	1	0
4	6	24	Сгенерированные	0	0	0
5	8	250	Сгенерированные	0	0	0
6	8	250	Сгенерированные	0	1	0
7	2	6	Реальные	0	2	3,4,5
8	2	14	Реальные	0	5	3,4,5
9	5	151	Реальные	0	1	3,4,5
10	7	236	Реальные	0	1	3,4,5
11	3	128	Реальные	0	Nan	0
12	5	33	Сгенерированные	0	0	0
13	6	24	Сгенерированные	0	0	0
14	6	24	Сгенерированные	0	0	0
15	8	250	Сгенерированные	0	1	0
16	2	14	Реальные	0	5	3,4,5
17	2	14	Реальные	0	5	3,4,5
18	4	25	Реальные	2	1	3,4,5
19	9	168	Реальные	0	1	3,4,5
20	4	11	Сгенерированные	2	5	3,4,5
21	7	37	Реальные	2	1	3,4,5
22	2	6	Реальные	0	1	0
23	3	9	Реальные	0	2	0
24	3	16	Сгенерированные	0	0	0
25	3	35	Реальные	0	1	0
26	4	15	Реальные	0	1	0
27	3	154	Реальные	0	4	3,4,5

Заключение

Установлено, что точность определения типа функций с помощью ИНС составляет почти 60 %, точность определения типа функции с помощью МНК и базовых функций составляет 40 %. В результате проведенного вычислительного эксперимента была показана принципиальная возможность применения ИНС для визуального корреляционного анализа наборов экспериментальных данных. В ряде случаев эксперимент демонстрирует высокую степень эффективности. Естественным образом повышение эффективности и качества визуального корреляционного анализа, проводимого с помощью ИНС, напрямую зависит от ее масштаба, и точности, и качества обучения. В настоящий момент проводится серия экспериментов, направленных на расширение обучающей выборки и количества классов функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Декарт Р. *Геометрия. С приложением избранных работ П. Ферма и переписки Декарта*. Пер., примеч. и статьи А. П. Юшкевича. М.-Л.: Гостехиздат; 1938. 297 с.

2. Старков С. Н. *Справочник по математическим формулам и графикам функций для студентов*. СПб.: Питер; 2009. 235 с.
3. Галкин В. А., Гавриленко Т. В., Смородинов А. Д. Некоторые аспекты аппроксимации и интерполяции функций искусственными нейронными сетями. *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки*. 2022;38(1):54–73. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-38-1-54-73. EDN: JTZQQZ.
4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023611413 Российская Федерация. Автоматизированная система конструирования нейронных сетей: № 2022680250: заявл. 26.10.2022: опубли. 19.01.2023 / А. Д. Смородинов, Т. В. Гавриленко, Н. Р. Урманцева. EDN: AWFDR.
5. Стандартная справочная база данных NIST 140. Режим доступа: https://www.itl.nist.gov/div898/strd/nls/nls_main.shtml. DOI: 10.18434/T43G6C.
6. Hiebert K. L. An Evaluation of Mathematical Software That Solves Nonlinear Least Squares Problems. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 1981;7(1):1–16. DOI: 10.1145/355934.355935.
7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023661479 Российская Федерация. Программа автоматической генерации изображений графиков функций для обучения искусственной нейронной сети распознавания образов: №2023619894: заявл. 18.05.2023: опубли. 31.05.2023 / А. А. Рассадин, А. Д. Смородинов, Т. В. Гавриленко. EDN: DLAXJE.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-06

ПРОБЛЕМА ЭРГОДИЧНОСТИ — ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПРОБЛЕМА ВСЕХ НАУК О ЖИВЫХ СИСТЕМАХ

Г. В. Газя^{1,2,a}, А. Ю. Кухарева^{2,b}, Е. Г. Мельникова^{2,c}, Н. Ф. Газя^{2,d}

¹ Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Российская Федерация

² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^a  safety.ot86@gmail.com, ^b alja.87@mail.ru, ^c pion_mma@mail.ru, ^d nata_stratan@mail.ru

Аннотация: в апреле 1999 года нобелевский лауреат В. Л. Гинзбург представил «три великие проблемы физики». Все они во многом касаются живых систем, т. е. описания биосистем (включая и сознание человека) с позиции нелинейной математики и физики. Эти три проблемы требуют решения, но (как оказалось) эти решения базируются на реальных двух проблемах, которые до настоящего времени никто в мире не изучал. Они требуют выхода за пределы современной детерминистской (например, теории динамических систем) и стохастической науки. Речь идет о потере эргодичности и потере однородности у всех сложных биосистем. Эти две проблемы требуют детального изучения и, в итоге, создания новой (третьей) науки. Сейчас эта новая наука создается научной школой профессора В. М. Еськова в виде теории хаоса-самоорганизации.

Ключевые слова: проблема эргодичности, эффект Еськова–Зинченко, теория хаоса-самоорганизации.

Для цитирования: Газя Г. В., Кухарева А. Ю., Мельникова Е. Г., Газя Н. Ф. Проблема эргодичности — фундаментальная проблема всех наук о живых системах. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):55–64. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-06.

Поступила в редакцию: 03.06.2023.

В окончательном варианте: 06.09.2023.

ERGODICITY AS A BASIC PROBLEM OF LIFE SCIENCE

G. V. Gazya^{1,2,a}, A. Yu. Kukhareva^{2,b}, E. G. Melnikova^{2,c}, N. F. Gazya^{2,d}

¹ Ugra State University, Khanty-Mansiysk, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a  safety.ot86@gmail.com, ^b alja.87@mail.ru, ^c pion_mma@mail.ru, ^d nata_stratan@mail.ru

Abstract: in April 1999, Nobel laureate V. Ginsburg presented “the three great problems of physics”. To a large extent, they apply to living systems, or, more exactly, to the definition of biosystems (including human consciousness) from the viewpoint of nonlinear mathematics and physics. These three problems require solutions, and it turned out the solutions can be reduced to two actual problems that no one studied to date. We need to go beyond the modern deterministic and stochastic science (for example, the theory of dynamical systems). We mean the loss of ergodicity and homogeneity in any complex biosystem. These two problems should be studied in detail and, as a result, a new (third) science should be created. Currently, such a new science is being developed by the team of Prof. Eskov V.M. as a theory of chaos-self-organization.

Keywords: ergodicity, Eskov–Zinchenko effect, chaos-self-organization theory.

Cite this article: Kukhareva A. Yu, Melnikova E. G., Gazya N. F. Ergodicity as a Basic Problem of Life Science. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):55–64. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-06.

Original article submitted: 03.06.2023.

Revision submitted: 06.09.2023.

Введение

В своей фундаментальной работе «Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными...» (1999 г., УФН) академик В. Л. Гинзбург рассматривает историю развития физики (от Аристотеля и Архимеда до наших дней). При этом он сетует на некоторую сложность в этом процессе [1]. Иными словами, были ограничения в развитии физики и всех наук. Эти сложности связаны с искажением научной реальности.

Он отмечает: «Победа тоталитаризма может радикально помешать прогрессу науки в результате возникновения явлений типа лысенковщины» [1]. Очевидно, что догматизм в науке — это ее трагедия,

и в этом Гинзбург прав. В настоящем сообщении этот тезис будет фундаментом наших рассуждений. Это обусловлено реальностью двух великих догм всех наук о жизни. Подчеркнем, что эти две догмы превалируют во всех науках о жизни за последние 150 лет.

Действительно, в биологии, медицине, психологии, экологии и во многих других науках о живых системах имеются две фундаментальные догмы. Во-первых, это догма об эргодичности биосистем. Во-вторых, это догма об однородности любой группы испытуемых, которую мы собирали по принципу одинакового возраста, пола, одной болезни и т. д. Считается, что при одинаковых биологических параметрах группа всегда будет однородной. Подчеркнем, что за 150 лет никто не пытался проверить это утверждение (догму) [7–9].

До настоящего времени в биомедицине (и других науках о жизни) считается, что полученная выборка значений какого-либо параметра функций организма любого человека на планете может описывать будущее состояние изученной биосистемы. Это догма всех наук о жизни. Это догма и детерминизма (прошлое определяет будущее), и всей стохастики (можно давать прогноз по полученной выборке). В стохастике считается, что любая выборка параметра функций организма $x_i(t)$ дает нам информацию о будущем биосистемы [7–9].

Фактически речь идет о догме эргодичности биосистем, и это уже (как было доказано за последние 20 лет) стало «явлением типа лысенковщины», о чем говорил Гинзбург. Будет ли дальше эта «лысенковщина» продолжаться в науках о жизни? Вопрос риторический. Пока никаких изменений нет даже после наших многочисленных публикаций [2–18].

Вторая «лысенковщина» — это догма об однородности любой группы испытуемых. Математически этот вопрос звучит так: можно ли собрать группу (например) из 15-ти испытуемых так, чтобы выборки у каждого изучаемого для его параметра $x_i(t)$ (и для всей группы) принадлежали одной (общей) генеральной совокупности?

Любая группа считается однородной, если выборки параметра $x_i(t)$ каждого испытуемого из группы принадлежат общей генеральной совокупности. Если этого нет, то мы не можем объединить таких испытуемых в одну (общую) группу. Эти люди с разными свойствами организма, они имеют разные генеральные совокупности. До настоящего времени априори считалось, что любая экспериментальная группа будет однородной. Это было второй фундаментальной догмой всей детерминистской и стохастической науки (ДСН) в отношении всех биосистем.

В итоге мы сейчас имеем две фундаментальные догмы наук о жизни (эргодичность биосистем и однородность любой группы испытуемых), что, по определению Гинзбурга, является «лысенковщиной». Это означает, что в науку внедряется лженаука, которая основана на неподтвержденных данных о состоянии биосистем. Эти две догмы сейчас господствуют в биологии, медицине, психологии, экологии и других науках о жизни [2–9]. Все это требует детального рассмотрения и доказательства, что и было сделано более 20-ти лет назад в виде открытия эффекта Еськова–Зинченко (ЭЕЗ) [13–18].

Фактически 150–200 лет назад во все науки о жизни были автоматически перенесены все законы, методы, теории, модели из физики и математики, и эта догма полностью укоренилась. Никто не ставил под сомнение такой подход в изучении биосистем во всех науках о жизни. Это очень странная ситуация, особенно для физики и математики, где все строго доказывается и требует экспериментального подтверждения.

Догма детерминизма в науках о биосистемах

В конце XVIII века фактически было предложено первое дифференциальное уравнение для описания биосистем. Речь идет о работе Мальтуса по описанию динамики численности населения: $dx/dt = rx$, где $x = x(t)$ — число особей в популяции, а коэффициент r — биотический потенциал (скорость прироста популяции). Это была 1-я модель в рамках теории динамических систем (ТДС).

Приблизительно через 40 лет (в 30-х годах XIX века) появилось уравнение Ферхюльста–Пирла ($dx/dt = (r - x)x$). В этом уравнении была представлена обратная связь (базовый принцип всей кибернетики), и это было фактически первое нелинейное дифференциальное уравнение для описания биосистем (модель с лимитированием).

К началу XX века физики, математики, биологи уже создали множество подобных моделей для описания биосистем. Достаточно вспомнить, что за систему двух дифференциальных уравнений (двухвидовая модель) Лотки и Вольтерра эти ученые получили нобелевскую премию в 30-х годах XX века. Это был бум математической биофизики. В настоящее время мы имеем точный порядок моделей.

Была предложена система дифференциальных уравнений, описывающих токи на мембранах (уравнения Ходжкина–Хаксли), за которые тоже была получена нобелевская премия (за теорию нервного импульса). Все это тогда (и сейчас) говорило о достижениях ТДС в описании различных биопроцессов. Была твердая уверенность в перспективе ТДС для описания систем 3-го типа (СТТ).

Уравнения в частных производных описывали процессы диффузии в клетках и популяционные процессы, появилась квантовая биофизика и биохимия, динамическая теория популяций, теория эпидемий и т. д. и т. п. Все это является достижением детерминистской науки (ТДС) в изучении биосистем. Это были якобы хорошие модели, но никто не показал их биоаналоги.

При этом никто и никогда не задавал вопрос: существуют ли в природе реальные биосистемы, которые (точно!) описываются всеми этими моделями? Есть ли популяции, которые на протяжении длительного времени (точно!) описываются уравнениями Мальтуса, Ферхюльста–Пирла, Лотки–Вольтерра и т. д.?

Может ли ТДС вообще (с помощью дифференциальных, разностных, интегральных, интегродифференциальных и т. д. уравнений) точно описывать биопроцессы? Подчеркнем, что мы именно так поднимаем эту проблему, т. к. в ТДС мы оперируем с точками в m -мерном фазовом пространстве состояний (ФПС). Все совпадения должны быть по точкам! Фазовая траектория и динамика СТТ должны совпадать.

Напомним, о чем идет речь. В ТДС имеется задача Коши, т. е. если мы точно задали начальное состояние $x(t_0)$ всего вектора состояния системы (ВСС) $x = x(t) = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ -мерном ФПС и задали уравнения (описывающие систему), то мы всегда точно (и многократно) получим конечное состояние ВСС в виде $x(t_f)$.

Исключение из этого правила возникло в 60–70-х годах XX века, когда был открыт динамический хаос (ДХ) Лоренца. Там при фиксированном $x(t_0)$ и известных системах уравнений мы получаем выборки $x(t_i)$, которые точно (по точкам $x(t_i)$) невозможно воспроизводить. Но в ДХ мы имеем равномерное распределение (в аттракторе Лоренца, например) для этих конечных точек $x(t_i)$. Иными словами, модели ДХ являются переходным мостиком между детерминистской и стохастической теориями [10–19], когда появляется неопределенность $x(t_f)$.

Это равномерное распределение (инвариантность мер) многократно воспроизведено (повторено). Мы не можем повторять одну точку $x(t_i)$ в ДХ, но мы можем повторить любую выборку в ДХ. Любому биологу, медику, психологу, экологу известно, что невозможно точно (по всем точкам x_i) повторить любой биопроцесс, его выборку (по точкам). Любая выборка по точкам уникальна.

Невозможно найти популяцию, которая бы точно воспроизвела уравнение Мальтуса, и наоборот, нет таких уравнений (вида $dx/dt = rx$), которые бы описывали реальную динамику реальной одновидовой популяции (популяционный «взрыв»). Это понимают все ученые, которые изучают биосистемы. Все модели биосистем в ТДС не постоянны (не реальные!). Мы можем говорить о каких-то приближениях, но каких именно? Известны приближения в стохастике, но можно ли их применять к описанию биосистем? Характерно, что в современной науке это даже не обсуждается.

Это факт, который просто замалчивается во всей науке. Как возникает такая «лысенковщина»? Объяснение очень простое: априори считается, что если сделать измерение $x(t_i)$ на интервале времени Δt_1 , то мы получим выборку $\{x_i(t_f)\}$, и эта выборка может быть повторена. Точка не повторима, но выборку $x_i(t)$ мы можем повторить. Считается, что, повторяя биопроцесс, мы получим выборку, внутри которой обязательно будет эта модельная точка (одна!) $x(t_i)$. Точку не получить, но получим выборку, которая (якобы) статистически сохраняется.

Сразу подчеркнем, что это уже вторая догма всей математики и физики (биофизики), но она относится ко второй науке (по классификации W. Weaver). Речь идет о статистике и всей стохастике, где мы оперируем не с точками и фазовыми траекториями, а с выборками. Считается, что с выборками все нормально.

Пока мы говорим о ТДС (детерминистской науке), которая с позиции точности и получаемых результатов не может считаться наукой о биосистемах. Нет в природе биосистем, которые бы точно (с точностью до точки $x_i(t_f)$ или фазовой траектории) совпадали бы с модельными данными. Это факт, который очень легко проверить опытом, но за последние 150 лет это никто не проверил.

Модели в рамках ТДС для описания биосистем имеют гипотетичный (приближенный) характер, они не реальны, они не дают точный прогноз будущего состояния биосистемы. Именно об этом

пытался сказать W. Weaver в 1948 году [20], когда вводил три типа систем и говорил о трех типах наук для описания этих трех типов систем [3–9]. Об этом говорил и I. R. Prigogine в своей последней монографии «The End of Certainty».

Weaver фактически говорил о системах 1-го типа (СПТ), которые описываются в рамках детерминистского подхода (например, с помощью ТДС), о системах 2-го типа (СВТ), т. е. о стохастических системах, и о СТТ — биосистемах. Для СТТ он предлагал создать новую третью науку (основные принципы ее он не определил). Он говорил, что ДСН не может описывать любые биосистемы и надо применять стохастику для СТТ [20].

Таким образом, точки и линии описывают в ТДС лишь гипотетические системы, которые никто и никогда не наблюдал в живой природе. Поэтому ТДС — это иллюзия в описании любой СТТ, даже в рамках каких-либо приближений. Однако об этом никто и никогда не говорил, и все учебники заполнены моделями в рамках ТДС. Очевидно, что все эти модели весьма гипотетические (условные).

Стохастическая догма в изучении СТТ

Говоря о моделях в рамках ТДС (детерминизма в целом), мы говорим об иллюзиях, в которых живут все науки о жизни. Но никто даже не пытается рассчитывать степень точности (величину ошибки) при применении разных уравнений в описании биосистем. Однако вся биомедицина, психология, экология активно используют стохастику. Выборки анализируются и дается прогноз (при условии репрезентативности всех выборок). Априори считается, что любая выборка репрезентативна, и на ее основе можно описывать будущее биосистемы (СТТ).

Это является второй догмой наук о жизни. За последние 150–200 лет никто в науке не ставил задачу изучения устойчивости любой выборки любого параметра СТТ. Обычно считается, что если мы получили выборку некоторого параметра $x_i(t)$ на интервале времени измерения Δt_1 , то и на другом интервале Δt_2 выборка x_i будет аналогичной. Это касается любого организма, находящегося в неустойчивом состоянии (психическом, физиологическом, физическом).

При этом эта аналогия не касается точного совпадения всех точек внутри выборки. В статистике разработали особые методы сравнения распределений таких точек (фактически речь идет об облаках точек в ФПС). Для этих целей используют расчет статистических функций распределения $f(x)$, их характеристик и т. д. (автокорреляции — АК и др.). Часто используются спектральные плотности сигнала (СПС), фрактальные размерности и т. д.

В целом существует базовая догма о том, что выборка на интервале Δt_1 репрезентативна, и это может дать прогноз о будущем состоянии биосистемы. Все это является фундаментальным заблуждением всей современной науки о живых системах. Это продолжается все последние 100–150 лет. Все уверены в объективности методов статистики [11–18].

За последние 20 лет научная школа профессора В. М. Еськова доказала отсутствие свойства эргодичности в динамике поведения любых параметров x_i функций организма человека. Первоначально мы регистрировали параметры пострального тремора (треморограммы — ТМГ) и теппинга (теппинграммы — ТПГ) одного и того же человека в покое. При этом мы доказали гипотезу Н. А. Бернштейна о «повторении без повторений», в которой Бернштейн предложил только качественное объяснение [11–18].

При парной регистрации ТМГ или ТПГ (интервал регистрации $\Delta t = 5$ сек, период квантования сигнала $y = 0,01$ сек) и повторении регистрации 100 раз (таких пар) оказалось, что частота совпадения $p_{ij} \leq 0,05$ для ТМГ и $p_{ij} \leq 0,15$ для ТПГ. Это доказывает отсутствие статистической устойчивости выборок и потерю эргодичности таких параметров. В целом речь идет о потере эргодичности и о завершении дальнейшего применения статистики (и ТДС) в изучении СТТ [18–29].

Далее мы регистрировали подряд по 15 выборок ТМГ или ТПГ у одного испытуемого в покое (в каждой выборке по 500 точек) и попарно сравнивали все эти 15 выборок. Для этого строили матрицы парных сравнений (по критерию Вилкоксона), в которые записывали критерии p_{ij} для i -й и j -й выборок. Такие матрицы содержат 105 разных пар сравнения [11–18].

Если $p_{ij} \geq 0,05$, то такая пара может (но не достоверно) иметь общую генеральную совокупность. Иными словами, такие выборки могут совпадать (статистически). Если такие выборки не совпадают, то это означает невозможность эргодичности для нервно-мышечной системы (НМС) обследуемого. Выборки статистически неустойчивы. Тогда статистические методы не работают.

В итоге оказалось, что из 105-ти разных пар сравнения ($i \neq j$) только 3–5 пар в таких матрицах могут статистически совпадать. Остальные 100 пар (для разных интервалов времени Δt_i ($i = 1, 2, \dots, 15$)) могут иметь разные генеральные совокупности (статистически они не совпадают). Очень сложно статистически повторить любую из этих 15-ти выборок для одного и того же испытуемого.

Все это доказывает отсутствие статистической устойчивости выборок ТМГ. Для ТПГ (произвольные движения) число k таких пар (с $p_{ij} \geq 0,05$) несколько больше $k \leq 15$, но это число очень малое для статистики. В итоге мы доказали ЭЕЗ, в котором утверждается отсутствие эргодичности в работе НМС. Этот ЭЕЗ доказывает уникальность любой выборки СТТ.

Это означает, что любая выборка уникальна, статистически ее нельзя повторить. Для примера мы представляем три типичные матрицы парных сравнений выборок ТМГ, ТПГ и кардиоинтервалов (КИ) для одного испытуемого (режимы 15-ти повторных регистраций выборок) (см. Табл. 1, 2).

Таблица 1

Матрица парного сравнения выборок 15-ти ТМГ одного и того же человека (без нагрузки, число повторов $n = 15$), использовался критерий Вилкоксона (критерий различий $p < 0,05$, число совпадений $k = 3$) [30]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.63	.00	.00	.00	.00	.00	.00
2	.00		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
3	.00	.00		.69	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
4	.00	.00	.69		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
5	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
6	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
7	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
8	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
9	.63	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00	.00	.00
10	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00	.00
11	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.70
12	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00	.00
13	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00	.00
14	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00		.00
15	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.70	.00	.00	.00	

Таким образом, мы доказали потерю эргодичности любых выборок любых параметров $x_i(t)$ функций организма человека. Это означает завершение дальнейшего применения статистики во всех науках о биосистемах. Подчеркнем, что ЭЕЗ доказали не только в биомеханике, но и в работе сердца, мозга и т. д.

В итоге мы подходим к необходимости создания новой, третьей (после ДСН) науки для описания биосистем. Для более точного обобщения этого тезиса мы должны пояснить, что такое наука, каковы ее формальные критерии. Понятие науки менялось за последние 150–200 лет.

Отметим, что сейчас термин «наука» трактуется различным образом в философии, истории, в методологии науки, в социологии. Это недопустимая ситуация для самой науки, для ученых и для создания новых наук.

Понятие науки и возникновение третьей науки после ДСН

В своей обзорной статье академик Гинзбург особым образом затронул проблему «наука — лженаука», и понятие лженауки он еще раз выделил. При этом он специально подчеркнул роль тоталитаризма в образовании явления «лысенковщина». Для нас сейчас очевидно, что во всех науках о жизни сложилась ситуация в виде «тоталитаризма» со стороны ДСН. Безусловно, что ТДС и стохастика господствуют при изучении биосистем [18–27]. Однако уже 20 лет назад появился ЭЕЗ [19–29].

Очевидно, что ДСН не может описывать неэргодичные системы. Огромные премии выдающихся математиков (например, Синая и Арнольда) не обеспечили построение общей математической теории неэргодичных систем. И дело вовсе не в слабости этих ученых, а в принципиальном понимании науки с позиции ДСН. Можно ли СТТ описывать в рамках ДСН? Есть ли граница ДСН вообще?

Что такое наука в рамках ДСН? Очевидно, что это область деятельности человека (и всего человечества), которая направлена на получение новых знаний. При этом возникает принципиальный вопрос о том, какие объекты, системы, процессы может изучать наука (и ученые)? Ответ на этот фундаментальный вопрос полностью раскрывает и понятие науки (в виде ДСН). Все это необходимо для понимания реальных границ всей современной науки [11–18].

Действительно, наука (ДСН) изучает повторяющиеся процессы (без участия человека) и воспроизводимые процессы (с участием человека), т. е. опыты (эксперименты). Далее, наука требует разработки формального аппарата (математики). Без моделей, математических теорий мы не сможем описывать процессы в природе и обществе. Нужен математический аппарат для сжатия всей информации.

Четвертым (и главным) критерием науки (и научности знаний) будет реальность прогноза будущего. Если мы не можем описать будущее, то это уже не наука (хиромантия, вера, гадание, шарлатанство и т. д.). Ученый должен предсказать будущее процесса, системы, объекта (на основе научных знаний).

Наконец, пятое свойство — это возможность релятивизма. В науке всегда должна быть возможность какого-либо отрицания. Это отрицание моделей, теорий, самой науки (в ее уже сложившемся виде). В этом случае человек, который отрицает, должен представить новые проекты, модели, теории, наконец, и новую науку. Очевидно, что СТТ требует именно создания новой науки.

Это можно сделать на основе теории Геделя. В этом случае мы должны создать (доказать их реальность) новые понятия, законы, теории, модели. Иными словами, надо создать новую систему знаний, которая бы описывала открытые факты особым образом (у нас это отличие от методов и моделей ДСН).

Сразу отметим, что потеря эргодичности выборок любых параметров $x_i(t)$ любых функций организма (животного, растения) требует создания новой теории, методов, моделей, как для детерминистской науки (всей ТДС), так и всей стохастики. Пока такой науки нет.

Биосистемы невозможно описывать точкой или фазовой траекторией вектора $x(t)$ в m -мерном ФПС. Любая точка или линия в ФПС неповторима! Более того, и вся стохастика не может описывать биосистемы из-за потери эргодичности. Очевидно, что вся ДСН не может быть наукой для описания СТТ.

Выборки не повторимы (два первых критерия науки нарушаются), нет моделей и теорий (в ДСН) для описания СТТ (и это нарушает третий четвертый критерии). Без прогноза будущего мы не можем описывать биосистему. Тогда СТТ не могут быть объектом всей ДСН, нужна новая наука.

Очевидно, что для СТТ мы не можем повторять и прошлое состояние любой биосистемы. Вся ДСН сейчас превращается в историю, где прошлое уже неповторимо, а будущее мы тоже не можем описать, т. е. любая социальная система — это тоже СТТ (не объект ДСН).

Остается только пятый критерий. Действительно, мы в ДСН можем (теоретически) отрицать всю современную науку (ДСН). Тогда необходимо создать третью (новую, после ДСН) науку на основе теории Геделя. Для этого мы должны ввести новые понятия, доказать новые законы поведения СТТ (не детерминистские или стохастические), создать новые теории и всю новую науку. Сейчас такая наука создается в виде теории хаоса-самоорганизации (ТХС) [18–29]. Ее основы были заложены в последние 20 лет.

Очевидно, что это полный релятивизм (по отношению к ДСН), и именно этим мы занимались последние 20 лет. Детальное изучение свойств СТТ показало отсутствие эргодичности. Это означает, что выборка $x_1(t)$ на интервале Δt_1 не будет совпадать с выборкой на интервале Δt_2 (при том, что Δt_2 следует за Δt_1).

Если подряд у одного и того же испытуемого зарегистрировать 15 раз выборки любых параметров $x_i(t)$ функций организма и построить матрицу парных сравнений выборок, то в такой матрице будет 105 разных пар сравнения, для которых мы рассчитывали критерий Вилкоксона p_{ij} . Если p_{ij} (для i -й и j -й выборок) будет мал ($p_{ij} < 0,05$), то такая пара не имеет общей генеральной совокупности.

Оказалось, что для тремора статистическое сравнение ТМГ дает число k пар, у которых $p_{ij} > 0,05$, которые могут статистически совпадать, очень малым. Обычно $k_{\text{тр}} \leq 5\%$, что представлено в таблице 1 как типичный пример неэргодичности любой выборки ТМГ.

Для электромиограмм, КИ и ТПГ величины k несколько увеличиваются (в 2–3 раза), но обычно $k \leq 15\%$. Для примера мы в таблице 2 представляем матрицу для ТПГ и в таблице 3 — матрицу сравнения КИ.

Таблица 2

Матрица парного сравнения выборок ТПГ одного и того же человека, использовался критерий Вилкоксона (критерий различий $p < 0,05$, число совпадений $k = 10$) [30]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00		0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00		0.00	0.04	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.02	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00		0.78	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.78		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.77
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.25	0.04	0.67	0.73	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25		0.02	0.38	0.49	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.02		0.08	0.14	0.00
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.67	0.38	0.08		0.30	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.73	0.49	0.14	0.30		0.00
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.77	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

Таблица 3

Матрица парного сравнения выборок КИ одного и того же человека (без нагрузки, число повторов регистрации КИ $n = 15$), использовался критерий Вилкоксона (критерий различий $p < 0,05$, число совпадений $k = 17$) [30]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00
2	0.00		0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.19	0.33	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00		0.48	0.00	0.91	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.48		0.00	0.86	0.02	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.40	0.84	0.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.05	0.91	0.86	0.00		0.04	0.00	0.00	0.00	0.13	0.08	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.01	0.02	0.00	0.05		0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	0.00	0.02		0.56	0.63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.84	0.00	0.01	0.56		0.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	0.00	0.00	0.63	0.99		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.19	0.00	0.02	0.00	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00		0.55	0.00	0.00	0.00
12	0.00	0.33	0.00	0.03	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.55		0.00	0.00	0.00
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00
14	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00
15	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

Очевидно, что все это очень малые величины, т. к. во всей статистике обычно требуется статистическое совпадение для 95% (и более) исследуемых выборок. Это означает, что из 100 разных пар сравнений мы должны иметь не менее 95% совпадений. Этого для СТТ нет. Все биосистемы неэргодичны, их выборки во времени статистически неустойчивы. Необходимо создавать новую теорию для СТТ [18–28].

Обсуждение

Отсутствие прогноза будущего (неэргодичность), отсутствие повторяемости и воспроизводимости доказывают неприменимость моделей и теорий ДСН для СТТ. Необходимо создавать новую теорию (третью, после ДСН), новую науку для изучения всех живых систем. Именно об этом говорил W. Weaver в 1948 году, но на его работу никто не обратил внимания (за все 50 лет). Основоположник теории нечетких множеств Zadeh попытался приблизиться к решению этой проблемы, но теоретически [22–29]. Он не учитывал отсутствие эргодичности у СТТ (всех биосистем).

На рубеже XX и XXI веков мы открыли ЭЭЗ и начали создавать новую науку — ТХС [11–18]. В этой науке вводятся новые понятия: псевдоаттрактор, неопределенности 1-го и 2-го типов, а также аналоги неопределенности Гейзенберга, даются новые математические трактовки покоя и движения, эволюции биосистемы, созданы новые модели ЭЭЗ.

В итоге в ТХС мы приходим к новым теориям, к новой науке в целом, новым моделям и новому прогнозу будущего состояния СТТ. Все это говорит о переходе от ДСН к ТХС. Именно об этом говорил W. Weaver в 1948 году, когда предлагал создать новую науку для описания биосистем. Напомним его высказывание:

«These new problems, moreover, cannot be handled with the statistical techniques so effective in describing behavior in problems of disorganized complexity.

These new problems, and the future of the world depends on many of them, requires science to make a third great advance an advance that must be even greater than the nineteenth~century conquest of problems of simplicity or the twentieth~century victory over problems of disorganized complexity. Science must, over the next 50 years, learn to deal with these problems of organized complexity» [2].

Таким образом, спустя 50 лет после публикации Weaver, мы пришли к созданию новой (третьей) науки для описания СТТ. Нам осталось уточнить понятия и научно доказать, что ТХС не может быть в рамках ДСН. Нужно создавать третью науку после ДСН для описания биосистем [2–9].

Однако на данном этапе развития ДСН и ТХС мы пытаемся убедить мировое сообщество в реальности СТТ (не на объектах ДСН), их особых свойств. До нас этого никто не делал. Очевидно, что при отсутствии эргодичности $x(t)$ и однородности любой выборки дальше статистику применять бессмысленно [2–9, 22–31].

Выводы

Более 150 лет все науки о живых системах использовали ТДС (4 нобелевские премии в биологии по моделям в виде дифференциальных уравнений). Однако никто и никогда не находил математические модели, которые бы точно описывали биосистемы. Точки в моделях и биосистемах никогда не совпадали.

Более того, как доказывает ЭЭЗ, и вся статистика не может описывать любые биосистемы. Выборки параметров СТТ статистически нельзя повторить. Мы имеем дело с уникальными системами. Эти системы невозможно повторить в рамках статистики.

В итоге мы приходим к потере эргодичности любой биосистемы и потере однородности любой группы испытуемых. В этом состоят две главные проблемы наук о жизни. Поэтому необходима новая наука для описания СТТ. Очевидно, что эти два научных факта являются реально великими проблемами для ДСН, и они требуют признания и особого понимания. Последнее выходит за рамки всей современной науки (ДСН).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными (тридцать лет спустя, причем уже на пороге XXI века)? *Успехи физических наук*. 1999;169:419–441. DOI:10.3367/UFNr.0169.199904d.0419.
2. Хадарцева К. А., Филатова О. Е. Новое понимание стационарных режимов биологических систем. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):92–101. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-10.
3. Galkin V. A., Gavrilenko T. V., Gazya G. V., Filatov M. A. Models of Uncertainty in the Framework of Compartment-Cluster Theory for Research of Instability Biosystems. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. 2022;981:032004. DOI:10.1088/1755-1315/981/3/032004.
4. Пятин В. Ф., Еськов В. В., Филатова О. Е., Башкатова Ю. В. Новые представления о гомеостазе и эволюции гомеостаза. *Архив клинической и экспериментальной медицины*. 2019;28(1):21–27.
5. Еськов В. М., Пятин В. Ф., Башкатова Ю. В. Медицинская и биологическая кибернетика: перспективы развития. *Успехи кибернетики*. 2020;1(1):64–72.
6. Зимин М. И., Пятин В. Ф., Филатов М. А., Шакирова Л. С. Что общего между «Fuzziness» L. A. Zadeh и «Complexity» W. Weaver в кибернетике. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):102–112. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-11.

7. Eskov V. V., Gazya G. V., Bashkatova Yu. V., Filatova O. E. Systems Synthesis: Environmental Factors Impact Assessment in Non Indigenous Women Living in the North. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ.* 2022;981:032089. DOI: 10.1088/1755-1315/981/3/032089.
8. Eskov V. V., Manina E. A., Filatov M. A., Gavrilenko T. V. Living Systems' Chaos: The Problem of Reduction in Physics and Biology. *AIP Conference Proceedings*. 2022;2647:070031. DOI: 10.1063/5.0106816.
9. Хадарцев А. А., Филатова О. Е., Еськов В. В., Мандрыка И. А. Энтропийный подход в физике живых систем и теории хаоса-самоорганизации. *Успехи кибернетики*. 2020;1(3):41–49.
10. Галкин В. А., Филатов М. А., Музиева М. И., Самойленко И. С. Базовые аксиомы биокибернетики и их инварианты. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;2:65–79.
11. Галкин В. А., Еськов В. В., Пятин В. Ф., Кирасирова Л. А., Кульчицкий В. А. Существует ли стохастическая устойчивость выборок в нейронауках? *Новости медико-биологических наук*. 2020;20(3):126–132.
12. Еськов В. В. *Математическое моделирование гомеостаза и эволюции complexity*. Тула: Изд-во ТулГУ; 2016. 307 с.
13. Eskov V. M., Galkin V. A., Filatova O. E. The Connectedness between Past and Future States of Biosystems? *AIP Conference Proceedings*. 2022;2467:080027. DOI: 10.1063/5.0095266.
14. Еськов В. В., Пятин В. Ф., Шакирова Л. С., Мельникова Е. Г. *Роль хаоса в регуляции физиологических функций организма* / под ред. А. А. Хадарцева. Самара: ООО «Порто-принт»; 2020. 248 с.
15. Еськов В. В., Галкин В. А., Гавриленко Т. В., Филатова О. Е., Веденеева Т. С. Понятие сложности у W. Weaver и I.R. Prigogine. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2021;4:45–57.
16. Еськов В. М., Галкин В. А., Филатова О. Е. *Конец определенности: хаос гомеостатических систем* / под ред. А. А. Хадарцева, Г. С. Розенберга. Тула: Изд-во Тульское производственное полиграфическое объединение; 2017. 596 с.
17. Пятин В. Ф., Еськов В. В. Может ли быть статичным гомеостаз? *Успехи кибернетики*. 2021;2(1):41–49. DOI:10.51790/2712-9942-2021-2-1-3.
18. Khadartsev A. A., Eskov V. V., Pyatin V. F., Filatov M. A. The Use of Tremorography for the Assessment of Motor Functions. *Biomedical engineering*. 2021;54(6):388–392. DOI:10.1007/s10527-021-10046-6.
19. Eskov V. M. Methods for Identifying Two Types of Uncertainty in BioCybernetics. *AIP Conference Proceedings*. 2021;2402:050042. DOI: 10.1063/5.0072488.
20. Weaver W. Science and Complexity. *American Scientist*. 1948;36:536–544.
21. Филатова О. Е., Еськов В. М., Галкин В. А., Музиева М. И., Кухарева А. Ю. Существуют ли отличия классификации систем искусственного интеллекта? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;1:48–59. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-1-48-59.
22. Еськов В. В., Шакирова Л. С., Кухарева А. Ю. Почему детерминистский и стохастический подход невозможно использовать в кардиологии и во всей медицине? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;2:46–54. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-2-46-54.
23. Буданов В. Г., Попов Ю. М., Филатов М. А., Кухарева А. Ю. Хронология возникновения трех видов систем. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:40–52. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-3-33-41.
24. Козупица Г. С., Пятин В. Ф., Кухарева А. Ю., Байтуев И. А. Три великие проблемы Гинзбурга и три реальные проблемы биомедицины. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:5–14. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-3-5-14.
25. Еськов В. В., Шакирова Л. С. Почему детерминистский и стохастический подход невозможно использовать в кардиологии и во всей медицине? *Вестник новых медицинских технологий*. 2022;29(4):117–120. DOI: 10.24412/1609-2163-2022-4-117-120.
26. Коннов П. Е., Еськов В. В., Газя Н. Ф., Манина И. А., Филатов М. А. Оценка клинических показателей больных хроническим актиническим дерматитом. *Вестник новых медицинских технологий*. 2022;29(4):121–124. DOI: 10.24412/1609-2163-2022-4-121-124.
27. Коннов П. Е., Газя Г. В., Еськов В. В. Клинические показатели больных хроническим актиническим дерматитом. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:15–26. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-15-25.
28. Еськов В. М., Гавриленко Т. В., Музиева М. И., Самойленко И. А. Теория динамическо-

го хаоса не может описывать биосистемы. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:87–95. DOI:10.12737/2306-174X-2022-60-71.

29. Еськов В. М., Пятин В. Ф., Чемпалова Л. С., Шамов К. А., Кухарева А. Ю. Существуют ли возможности для исследования стохастики в кардиологии и во всей медицине? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;1:28–47. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-1-28-49.
30. Газя Г. В., Еськов В. В., Чемпалова Л. С., Башкатова Ю. В., Гриценко И. А. Существует ли хаос в генерации кардиоритма? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;1:17–27.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-07

ПРИРОДА ПСИХИЧЕСКОГО И ПАРАДИГМА ЧИСЛОВОГО ПОЛЯ**Б. А. Богатых***г. Обнинск, Калужская область, Российская Федерация* *bogboris@yandex.ru*

Аннотация: поиск подходов к развитию представлений (концепции) парадигмы числового поля. Рассматривается природа психических феноменов и сознания с привлечением природы гомеостатического фрактально-голографического конструкта странного аттрактора, в частности, аттрактора множества Кантора (канторова пыль). Привлекается его наиболее адекватный физический (голография) и математический инструментарий, как фрактальной геометрии — золотая пропорция, ряды (числа) Фибоначчи, так и голографии — бинарная система символической информации, с возможностью объяснения различных психических феноменов и природы сознания. Рассматривается также возможное участие в этих процессах экзонов и интронов.

Ключевые слова: экзоны, интроны, фрактальная геометрия, голография, числа Фибоначчи, золотая пропорция, последовательность Морса–Туэ, преобразование Прибрама, немарковские процессы, аттракторы..

Для цитирования: Богатых Б. А. Природа психического и парадигма числового поля. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):65–71. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-07.

Поступила в редакцию: 27.06.2023.

В окончательном варианте: 01.07.2023.

THE NATURE OF THE PSYCHIC AND THE PARADIGM OF THE NUMERICAL FIELD**B. A. Bogatykh***Obninsk, Kaluga region, Russian Federation* *bogboris@yandex.ru*

Abstract: in search for approaches to the development of representations (concepts) of the numerical field paradigm, the nature of mental phenomena and consciousness are considered, involving the nature of the homeostatic fractal-holographic construct of a strange attractor, in particular, the Cantor set attractor (Cantor dust). The search for approaches to the development involves its most adequate physical (holography) and mathematical tools, both fractal geometry (the golden proportion, Fibonacci series of numbers), and holography (a binary system of symbolic information) with the possibility of explaining various mental phenomena and the nature of consciousness. representations (concepts) of the numerical field paradigm, the nature of mental phenomena, and consciousness are considered, involving the nature of the homeostatic fractal-holographic construct of a strange attractor, in particular, the Cantor set attractor (Cantor dust). The possible participation of exons and introns in this process is also considered.

Keywords: exons, introns, fractal geometry, holography, Fibonacci numbers, golden ratio, Morse–Thue sequence, Pribram transformation, non-Markov processes, attractors..

Cite this article: Bogatykh B. A. The Nature of the Psychic and the Paradigm of the Numerical Field. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):65–71. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-07.

Original article submitted: 27.06.2023.

Revision submitted: 01.07.2023.

Введение

*Во всем однообразный смысл
И совершается свобода,
Не воплощает ли природа
Гармонию высоких чисел?
О. Мандельштам*

Хорошо известно, что роль числа в мире живого существенно иная, чем в мире физическом, так как в мире живого наличествуют иррациональные составляющие числа: золотая пропорция, ряды

(числа) Фибоначчи, математические прогрессии и т. д. В связи с этим при поиске подходов к развитию представлений (концепции) парадигмы числового поля рассматривается природа психических феноменов и сознания с привлечением природы гомеостатического фрактально-голографического конструкта странного аттрактора, в частности, аттрактора множества Кантора (канторова пыль). Привлекается его наиболее адекватный физический (голография) и математический инструментальный, как фрактальной геометрии — золотая пропорция, ряды (числа) Фибоначчи, так и голографии — бинарная система символьной информации, с возможностью объяснения различных психических феноменов и природы сознания, и бессознательного. Рассматривается также возможное участие в этих процессах экзонов и интронов.

Основы фрактально-голографического конструкта

В понятие «парадигма числового поля» (ПЧП) целесообразно включать, помимо математики, топологию странного аттрактора, фрактальную геометрию, голографию, гомеостатику. Здесь необходимо ознакомиться с природой фрактально-голографического конструкта (ФГК), а также с некоторым математическим аппаратом, присутствующим в природе как живого, так и неживого. В краткой форме все они представлены в предыдущих наших работах [1, 2]. Нами также были рассмотрены природа странного аттрактора и математический аппарат фрактальной геометрии в мире живого и неживого: ряды Фибоначчи (РФ), золотая пропорция (ЗП), немарковские процессы (НП) и разного вида математические прогрессии [3, 4]. Данные математические особенности обнаруживаются как в мире неживого, так и в мире живого — вплоть до субклеточного уровня.

Голография

Существенным источником самоподобия фрактальных структур являются итерации и рекурсивные функции, представляющие собой механизм обратных связей. Данные функции характерны для любых сложных самоорганизующихся, саморазвивающихся систем, обладающих при этом избыточной информацией. В данных системах организация структур осуществляется как текущие второстепенные связи, поддерживающие и сохраняющие организацию, меняющиеся в целях и в рамках этого сохранения при появлении принципиально нового, эмерджентного.

В голографии, в качестве примера, как правило, выступает ряд возможных вариантов создания избыточной информации для формирования квазиголографической памяти в виде символьной информации. Данные особенности голографии в виде символьной информации: последовательность Морса–Туэ, последовательность Фибоначчи, преобразование Прибрама и др. — рассмотрены нами ранее [2]. При этом голограммы выражаются в форме так называемых преобразований Фурье, в основе которых любой самый сложный паттерн может быть разложен на ряд регулярных волн. Иными словами, каждая часть голограммы, отражающая целое, обусловлена частностями математического преобразования картины или паттерна в язык волновых форм. При наличии правил трансформации, обратное преобразование Фурье, как и ряд других сходных с ним преобразований, превращает голографическую сферу в структурированную. Этим осуществляется перевод волнового паттерна снова в изображение. В конечном итоге, человек при взаимодействии с окружающей средой реагирует на те или иные события как на ментальном, так и на биологическом (телесном) уровнях. Особенность синтеза голографии и фрактальности — этих двух уникальных концептуальных конструктов — является весьма полезной для понимания принципа работы сознания, целостной связи человека не только с живой природой, но и со всей Вселенной, на что указывал Дэвид Бом [4]. Структура ФГК становится более организованной при нарастании большого количества степеней свободы, осуществляя при этом ряд особенностей, которые обозначены в нашей предыдущей работе [3].

Странные аттракторы

Важно также для дальнейшей интерпретации биологического и психологического материала в рамках фрактально-голографического подхода рассмотреть фрактальность странных аттракторов, природа которых представляет собой ФГК [3]. Странные, или хаотические, аттракторы имеют ту особенность, что упорядоченное течение переходит уже в детерминистический, или фрактальный, хаос, соответствующий фрактальному аттрактору сложных систем. Данные аттракторы не фиксированы, и в то же время не могут быть предсказаны точно, и, соответственно, представляют прекрасные примеры фракталов. Всему этому способствует та особенность странных аттракторов, а точнее аттракторов

в виде ФГК, что на квантовом уровне их описания просматриваются аналогии целостности, временной нелокальности. Иными словами, в них присутствует квантовоподобная реальность материального мира вплоть до Вселенной.

Классические примеры странных аттракторов — это, в частности, аттрактор Лоренца либо аттрактор Энона, аттрактор множества Кантора (рис. 1) [5]. Странные аттракторы при этом имеют предельные инвариантные множества, типа «подковы» («подковы Смейла»), которые получили название базисных (рис. 2). В совокупности базисных множеств был найден частичный порядок. Здесь экстремальные по отношению к этому порядку множества либо притягивают к себе траектории точек достаточно малых своих окрестностей, формируя странные аттракторы, либо выталкивают за пределы достаточно малых окрестностей все точки, не принадлежащие этому множеству — формирование репеллеров [6, 7].

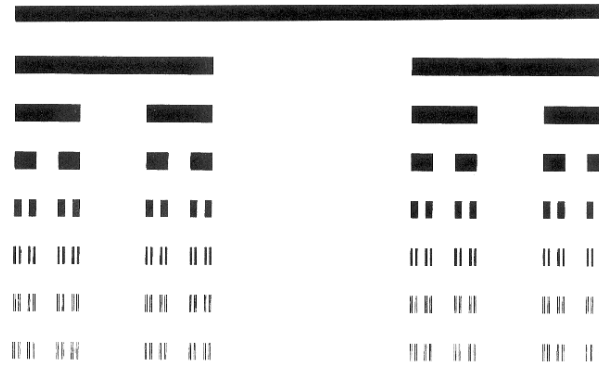


Рис. 1. Множество Кантора (канторова пыль) (по [5])

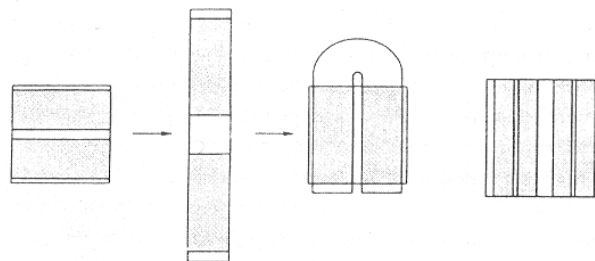


Рис. 2. Отображение, получившее название «подкова Смейла» [5]

Математический аппарат ФГК: РФ, ЗП, НП, математические прогрессии, обнаруживаемые в мире живого, вплоть до субклеточного уровня, рассмотренные нами ранее [2, 3], — выступает, на наш взгляд, далеко не полным математическим инструментарием как фрактальной геометрии, так и голографии. Природа странного аттрактора интересна тем, что его топология, наполненность математического содержания обуславливают формирование природы как квантовоподобного индивидуального психического сознания, так и его квантовоподобного бессознательного (его различных сил), и коллективного бессознательного, которое за всю историю человечества влияло и влияет на формирование религии, мифологии, науки и т. д.

Гомеостатика

Наряду с этим необходимо дополнить явление, получившее название гомеостатика [8, 9], характерной особенностью, которой явилось изучение и построение моделей, основанных на управлении противоположностями, что более подробно рассмотрено нами ранее [10]. В рамках гомеостатического ФГК наличествует вся телесность человека. Так, фрактальную природу имеют бронхиальные разветвления, а также разветвления кровеносной и лимфатической систем, желчных протоков в печени, сеть специальных мышечных волокон, кровеносная, лимфатическая и нервная системы, головной мозг и т. д. К этим примерам из фауны существуют многочисленные аналоги феноменов из флоры [2].

Природа психических феноменов, сознания и парадигма числового поля

Рассмотренные выше математические соотношения фрактальной геометрии — РФ — и их преобраз — ЗП, НП, — наряду с разного вида геометрическими и алгебраическими прогрессиями, заключают в себе процесс повторения процедуры неопределенное число раз (процесс итерации). Использование нами ранее ряда принципов и особенностей фрактальной геометрии и, в частности, принципа ЗП и РФ, позволило в целом по-новому взглянуть как на эволюционный процесс живого, так и на отдельные его проявления [1, 2]. Аналогичные процессуальные закономерности, имеющие свой «рисунк», рассмотрены нами и в приложении к интерпретации функциональных систем П. К. Анохиным [3, 11]. ЗП, как и РФ, выступая здесь своеобразным инвариантом, может выступать инструментом качественного и количественного изучения природы телесного и психического живого (животных и человека).

Структура гена

Фрактальная организация лежит в основе устройства всех живых организмов. Возможно, несложные преобразования, формирующие фигуры Серпинского, Пеано, Коха и других, заложены в генетическом коде живого ДНК, чему отчасти отвечает сложность структурной и функциональной организации гена (генома), его дробность, интеркалированность, вертикальная и горизонтальная его мобильность [12, 13]. Данная особенность в состоянии программировать процессы деления и разветвления (дифференцирования) клеток. Наряду с этим фрактальное масштабирование, по-видимому, является универсальным принципом деятельности морфогенеза.

Структура гена, имея фрактальную природу, отвечает также природе гомеостатического ФГК, что обусловлено наличием его дробности, интеркалированности (наряду с *экзонами* присутствует молчащая ДНК — *интроны*). Данная особенность — наличие интронов, перемежающихся с транслируемыми участками — *экзонами*, — рушит молекулярную догму биологии: один ген — один белок, переводя в формулировку: один ген — несколько белков. Интроны, присутствие в молекуле первичного транскрипта — ДНК, при созревании информационной РНК (иРНК), вырезаются. Экзоны, в свою очередь, осуществляют сплайсинг, т. е. ковалентно соединяются в молекуле транслируемой иРНК, причем при осуществлении пересортировки, перекомбинации экзонов, реализуя этим принцип: один ген — несколько белков. При этом отдельные экзоны соответствуют функционально значимым участкам в полипептидной цепи — ее отдельным доменам. Все это мощно работает в природе психического, волевого, эмоционального животных и человека.

Более того, соотношения РФ, ЗП, НП, как и тех или иных математических прогрессий (арифметической, геометрической и т. д.), проявляющиеся как в микро-, макро-, так и в мегамире, указывают, что природа в большинстве случаев действует не столько вслепую, «методом проб и ошибок», а более сложно, по четко очерченной схеме: по «стратегии Фибоначчи» (ЗП (сечения)), НП, той или иной математической прогрессии, стратегии фрактально-голографического аттрактора, реализуя этим, прежде всего, поиск оптимума структурных состояний различных изоморфных систем живого и неживого.

Ряды Фибоначчи и золотое сечение

Важно отметить, что по сути каждые два стоящие рядом числа, взятые в бесконечной последовательности РФ, соответствуют золотому сечению (пропорции). Все нейроны мозга имеют свой собственный цитоскелет, составляющими которого являются микротрубочки, представляющие собой белковый полимер, состоящий из субъединиц и носящий название «тубулин». Именно в организации микротрубочек млекопитающих заложены как раз числовые отношения Фибоначчи. Как именно микротрубочки работают в квантово-когерентном режиме, не подвергаясь декогеренции за счет неконтролируемого взаимодействия с окружением, описано нами в предыдущей работе [3]. Также в данной работе отмечено, что согласно гипотезе Хамероффа–Пенроуза, мозг работает скорее как квантовое, чем как классическое вычислительное устройство [14, 15]. Иными словами, РФ (числовые отношения), как и ЗП, выступают мощным математическим инструментарием как фрактальной геометрии, так и голографии. ЗП, содержа две части, порождает третью, являющуюся качественно новой, т. е. становится устойчивой функциональной единицей, отражая при этом и математический аспект. По мнению П. К. Анохина, опираясь на выдвинутую им теорию функциональных систем, данные системы функционируют, согласно ЗП. Данная особенность этих систем, более значимо выраженная Анохиным, отражена в предыдущих наших публикациях [3, 11]. Здесь для акцентуации мы повторяем его высказывание: «Когда наш мозг осуществляет самое начало действия, он уже заряжен и на ожидание

результата. . . Чем не существование определенного соотношения между какими-нибудь двумя элементами, которое с необходимостью определяет величину третьего: то есть мозг уже знает, что есть, и ждет то, что надо. А есть соотношение, выраженное либо в вещи, либо как-нибудь абстрактно. . . Еще не реализованное действие уже захватывает мозг, настраивает его на ожидание предстоящих результатов и на последующую оценку этих результатов, . . . как совершенно четко очерченную функцию этой системы» [16, с. 42-43].

Таким образом, как ЗП, так и РФ могут выступать инструментом качественного и количественного изучения, например, функциональных систем. В своем математическом выражении они (ЗП и РФ) обеспечивают работающей функциональной системе осуществление широчайшего спектра функций организма, отражая при этом количественное проявление процесса развертывания целостности при выявлении колоссального разнообразия тех или иных композиций, в полной мере осуществляя принцип фрактально-голографической (многомерной) развертки.

Экзоны, интроны и РФ и ЗП

Возвращаясь к природе гомеостатического ФГК, можно отметить, что перекрывание его широкого спектра элементов обуславливает их взаимодействие, взаимопроникновение и постоянный переход (перекодировку) идеального (фрактальности при всем ее математическом аппарате) в материальное образование (физика голограммы). Постоянное обогащение и обновление элементов данных конструкторов подсказывает, что языком кодирования-перекодирования является и дух, и материя [3]. Причем данное описание духа и материи возможно лишь на квантовом уровне, позволяющем усмотреть аналогии целостности. Все это указывает на то, что данная структура — гомеостатического ФГК — и динамична, и диалектична.

Возникает вопрос: какое участие в данном кодировании-перекодировании принимает природа (гомеостатического) ФГК при учете математической компоненты фрактальной геометрии (ЗП и РФ, НП) и символической информации голографии (последовательность Морса–Туэ, последовательность Фибоначчи, преобразование Прибрама), при наличии в генах экзонов и интронов?

Выше отмечено, что при наличии *интронов* в молекуле первичного транскрипта во время созревания иРНК они вырезаются, а *экзоны* осуществляют сплайсинг, причем при осуществлении широчайшей их пересортировки и рекомбинации. Данные пересортировки и рекомбинации экзонов формируют новые паттерны иРНК, с новым спектром синтеза белков, которые, в конечном итоге, будут отвечать широкому спектру квантовоподобного психического, сознательного, волевого и эмоционального содержания конкретной личности.

Важно отметить, что в природе (гомеостатического) ФГК, на наш взгляд, при осуществлении пересортировки и рекомбинации экзонов, будет осуществляться своеобразная процессуальность. Во-первых, кодирования-перекодирования ЗП, отражающая математический аспект из широкого спектра РФ (фрактальный аспект). И, во-вторых, процессуальность волновой природы голографии, отраженной в рамках символической информации (последовательность Морса–Туэ, последовательность Фибоначчи, преобразование Прибрама и др.). Перевод волнового паттерна преобразований Фурье, трансформирующий волновой паттерн снова в изображение, будет соответствовать конкретному математическому ответствию ЗП, наличествующей в широком спектре РФ и соответствующей конкретной психической, эмоциональной, волевой или сознательной составляющей конкретного человека. Более того, все это, на наш взгляд, будет отвечать более содержательному проявлению работы кодирования-перекодирования ЗП, отражающей математический аспект из широкого спектра РФ в рамках квантовоподобного бессознательного человека вообще, и, в частности, квантовоподобного коллективного бессознательного. Причем с привлечением функционирования данных процессов в рамках странного аттрактора — множество Кантора (канторова пыль) (рис. 1), рассмотренного нами ранее [3]. Любой странный аттрактор, имеющий природу гомеостатического ФГК, в том числе и множество Кантора (рис. 1), содержит в себе плодотворный хаос, осуществляющий процесс самоорганизации, эмерджентности, формирования уникальной согласованности и констелляции неслучайных генераций последовательностей, осуществляющих, в конечном итоге, синхронистичность в мире живого и неживого. Этим отражается тот факт, что синхронистичность — это, прежде всего, процессы, связанные с психикой, являющейся гибридной системой, включающей природу сознания и бессознательного, она обеспечивает глубокую связь между физическим миром и внутренней психологической реальностью человека [10]. Иными словами, мыслительные процессы целокупно связаны с физическим миром, достигая тонких энергетических уровней

голографической вселенной. Все это, не в последнюю очередь, обусловлено тем, что весь организм человека — его телесное и психическое — представляет собой квантовоподобную организацию.

Возникает ряд вопросов. Во-первых, не будет ли являться данный подход с привлечением математического инструментария как фрактальной геометрии, так и голографии гомеостатического странного аттрактора, поисковым подходом создания адекватной математической теории как человеческого квантовоподобного бессознательного, так и коллективного квантовоподобного бессознательного? Данное предположение потребует, на наш взгляд, рассматривать различные уровни реальности, предложенные Дэвидом Бомом, где на более глубоком порядке бытия находится беспредельный и изначальный уровень реальности — **имплицитивный** (ИУР), т. е. «скрытый» порядок реальности, который находится за пределами пространства и времени. Реальность же, которую повседневно осязает человек, — **эксплицитивный** (ЭУР), или реальность раскрытого порядка [17]. Как ИУР (области квантовоподобного бессознательного, подсознательного), так и ЭУР (уровень сознания, мышления), играя роль в создании реальности, также обладают, каждый по-своему, ПЧП, природа которых была рассмотрена нами ранее, опять же в рамках аттрактора множества Кантора и проявлением репеллеров [10].

Во-вторых, хорошо известно, что в природе телесности и психического человека осуществляет реализация единой психосоматической сети трех «автономных» систем: нервной, эндокринной и иммунной. Данные системы обмениваются между собой пептидами, общее количество которых достигает 70 белков, осуществляющих биохимическим путем проявление широкого спектра эмоций человека. Психосоматическая сеть трех выше означенных «автономных» систем представляет собой реализацию координирующих между собой функциональных систем, объединяющих ментальную, волевую, эмоциональную и биологическую деятельность конкретной личности. Как отмечено выше, функциональные системы, согласно П. К. Анохину, функционируют в числовом соотношении ЗП и РФ. В дополнение к этому в ряде полипептидов углы расхождения между аминокислотными остатками подчиняются тем же правилам ЗП и РФ.

В-третьих, не отражает ли собой перекодировка ЗП и РФ с символической информацией голографии особенности нередуцируемой целостности числового поля? Более того, нередуцируемость целостности обусловлена тем, что перекодировка гомеостатического ФГК отражает процесс сетевого взаимоотношения, включенного в более обширные сети. В конечном итоге, числовое поле, формируясь в рамках природы гомеостатического ФГК, обуславливает учет многих факторов — среды, социума и т.д.

Заключение

Рассмотренные ключевые вопросы поиска подходов к объяснению представлений (концепции) природы квантовоподобного (нелокального) психического, волевого, эмоционального и сознания, а также квантовоподобного индивидуального и коллективного бессознательного с привлечением природы гомеостатического ФГК странного аттрактора, в частности, аттрактора множества Кантора (канторова пыль), будут, на наш взгляд, способствовать дальнейшему развитию «парадигмы числового поля». Здесь на квантовоподобном уровне осуществляется постоянная перекодировка идеального (фрактальной — при всем ее математическом аппарате — РФ, ЗП и др.) в материальное образование (физика голограммы). Все это, на наш взгляд, осуществляется в наибольшей мере при осуществлении пересортировки и перекомбинации экзонов, формирующих новые паттерны иРНК, с новым спектром синтеза белков, которые, в конечном итоге, будут отвечать широкому спектру психического, волевого, сознательного и эмоционального содержания конкретной личности.

В конечном итоге, на наш взгляд, все это, в рамках природы гомеостатического ФГК странного аттрактора, помимо дальнейшего развития «парадигмы числового поля», будет также отчасти отвечать пониманию и развитию всеединой теории поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богатых Б. А. Фрактальные структуры живого и эволюционный процесс. *Журнал общей биологии*. 2006;4:243–255.
2. Богатых Б. А. *Фрактальная природа живого. (Системное исследование биологической эволюции и природы сознания)*. М.: URSS: Либроком; 2012. 258 с.
3. Богатых Б. А. Фрактально-голографический конструкт и теория поля К. Левина. *Национальный психологический журнал*. 2018;2:123–134.

4. Bohm D. A New Theory of the Relationship of Mind and Matter. *Journal of the American Society for Psychological Research*. 1986;80:113–135.
5. Берже П., Помо И., Видаль К. *Порядок в хаосе. О детерминистическом подходе к турбулентности*. М.: Мир; 1991. 367 с.
6. McDonakd S., Grebogi C., Ott E., Yorke J. Fractal Basin Boundaries. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1985;17(2):125–153.
7. Ruelle D., Takens F. On the Nature of Turbulence. *Communications in Mathematical Physics*. 1971;20:167–192.
8. Горский Ю. М. *Основы гомеостатики. Гармония и дисгармония в живых, природных, социальных и искусственных системах*. Иркутск: Изд-во ИГЭА; 1998. 337 с.
9. Степанов А. М. Нейрокибернетические аспекты рефлексивных процессов. *Рефлексивные процессы и управление*. 2003;2(3):57–69. Режим доступа: http://www.reflexion.ru/Library/J2003_2.pdf.
10. Богатых Б. А. Синхронистичность в мире живого и неживого и парадигма числового поля. *Эволюционная и сравнительная психология в России: Современные исследования* / отв. ред. И. А. Хватов, А. Н. Харитонов, В. В. Гаврилов. М.: Московский институт психоанализа – Когито-Центр; 2021. С. 43–53.
11. Богатых Б. А. Фрактальность и теория функциональных систем. *Нелинейный мир*. 2008;6(9):491–499.
12. Хесин Р. Б. *Непостоянство генома*. М.: Наука; 1985. 472 с.
13. Льюин Б. *Гены*. М.: Мир; 1987. 544 с.
14. Hameroff S. R. *Ultimate Computing. Biomolecular Consciousness and NanoTechnology*. Elsevier Science Publishers B.V.; 1987. 380 p.
15. Penrose R. *The New Mind of the King: on Computers, Thinking and the Laws of Physics*. Moscow: Editorial URSS; 2003. 384 p.
16. Анохин П. К. *Избранные труды. Кибернетика функциональных систем*. М.: Медицина; 1998. 397 с.
17. Bohm D. *Wholeness and the Implicate Order*. London: Routledge & Kegan Paul; 1980. 306 p.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-08

УЧЕТ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ СКВОЗЬ ПОРИСТУЮ СРЕДУ В УСЛОВИЯХ ПОНИЖЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ И ПРИ НАЛИЧИИ ХИМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ МЕЖДУ ФАЗАМИ**В. Ф. Никитин^{1,2,a}, Е. И. Скрылева^{1,2,b}, А. Н. Манахова^{1,c}**¹ *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*² *Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация*^a *vfnikster@gmail.com*, ^b *jennyne@yandex.ru*, ^c *nastyamanahova@yandex.ru*

Аннотация: в работе рассматривается многофазное просачивание жидкости сквозь пористую среду. Обсуждаются вопросы неустойчивости границы раздела жидкостей. Предлагается математическая модель для описания процесса многократной пропитки пористой среды в условиях переменной гравитации. Модель учитывает гистерезис, используются различные модели капиллярного давления при пропитке и дренаже. Также в работе рассматривается метод моделирования неустойчивости путем преобразования определяющих уравнений. Метод позволяет моделировать дополнительное размытие фронта пропитки. Рассматриваются результаты моделирования, основанного на данном методе, для капиллярной пропитки пористой среды в условиях микрогравитации, а также для случая, когда между фильтрующимися флюидами происходят химические взаимодействия.

Ключевые слова: микрогравитация, пористая среда, неустойчивость межфазной границы, капиллярные эффекты.

Благодарности: авторы выражают благодарность Российскому научному фонду за поддержку (грант № 22-21-00236).

Для цитирования: Никитин В. Ф., Скрылева Е. И., Манахова А. Н. Учет неустойчивости фронта течения жидкости сквозь пористую среду в условиях пониженной гравитации и при наличии химических взаимодействий между фазами. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):72–85. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-08.

*Поступила в редакцию: 15.07.2023.**В окончательном варианте: 18.08.2023.***EFFECTS OF THE FLUID FLOW FRONT INSTABILITY AS IT PASSES THROUGH A POROUS MEDIUM UNDER REDUCED GRAVITY AND WITH CHEMICAL INTERACTIONS BETWEEN THE PHASES****V. F. Nikitin^{1,2,a}, E. I. Skryleva^{1,2,b}, A. N. Manakhova^{1,c}**¹ *Moscow State University, Moscow, Russian Federation*² *Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Moscow, Russian Federation*^a *vfnikster@gmail.com*, ^b *jennyne@yandex.ru*, ^c *nastyamanahova@yandex.ru*

Abstract: the paper considers the multiphase seepage of a liquid through a porous medium. We discussed the effects of instability of the liquid interface and proposed a simulation model for the multiple imbibition of the porous medium under variable gravity. The model includes the hysteresis, and various representations of capillary pressure are used during imbibition and drainage. The paper also considers the simulation of instability by transforming the constitutive equations. The method enables to simulate additional blurring of the imbibition front. The simulation results with this method for capillary imbibition of a porous medium under microgravity conditions, as well as for the case when chemical interactions occur between the seeping fluids, are presented.

Keywords: microgravity, porous medium, instability of the interphase interface, capillary effects.

Acknowledgements: this study is supported by the Russian Science Foundation (Grant initiative 22-21-00236).

Cite this article: Nikitin V. F., Skryleva E. I., Manakhova A. N. Effects of the Fluid Flow Front Instability as It Passes through a Porous Medium under Reduced Gravity and with Chemical Interactions between the Phases. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):72–85. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-08.

Original article submitted: 15.07.2023.

Revision submitted: 18.08.2023.

Введение

При одновременном просачивании нескольких жидкостей сквозь пористую среду наблюдается неустойчивость границы раздела жидкостей. Изначально плоская межфазная поверхность со временем искривляется. В случае когда более вязкая жидкость вытесняется менее вязкой, такое искривление объясняется неустойчивостью Саффмана-Тейлора [1–3]. В данной работе будет также рассматриваться другой вид неустойчивости. Такая неустойчивость обнаруживает себя, например, при пропитке однородной пористой среды во время параболических полетов (рис. 1). Подробно такие эксперименты описаны в работах [4–7]. Несмотря на то, что течение происходит в однородной среде, можно отметить развитие неустойчивости фронта течения. В данном случае вязкая жидкость (подкрашенная вода) вытесняет существенно менее вязкий газ. Поэтому этот эффект не связан с неустойчивостью Саффмана-Тейлора, напротив, отношение вязкостей вытесняемой и вытесняющей жидкостей меньше единицы должно приводить к стабилизации фронта. Здесь наблюдается другой вид неустойчивости, который можно назвать капиллярной неустойчивостью. Капиллярная неустойчивость вызвана неоднородностью капиллярных характеристик насыщаемой среды. В данном случае неоднородность среды может быть вызвана неравномерной шероховатостью шариков, потожировыми следами, оставленными на шариках экспериментатором в процессе их укладки, и пр.

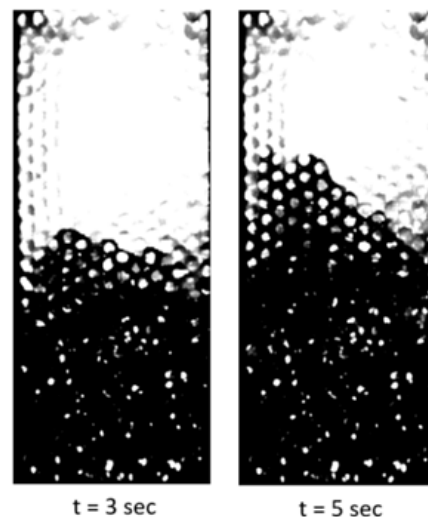


Рис. 1. Неустойчивость границы раздела жидкостей при капиллярной пропитке пористой среды

Еще одна особенность, наблюдаемая во время экспериментов по пропитке пористой среды в процессе параболических полетов, — гистерезис вытеснения. В результате обработки экспериментальных данных обнаружена тенденция подъема жидкости на большую высоту с каждой последующей параболой. Это связано с тем, что жидкость течет интенсивнее в уже смоченной среде. Таким образом, капиллярные характеристики среды существенно зависят от смоченности среды, это стоит учитывать при математическом моделировании многократной пропитки пористой среды.

В работе [8] представлена математическая модель, учитывающая гистерезис, результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Тем не менее представленная в работе [8] модель имеет некоторые существенные недостатки. Например, при одномерном моделировании невозможно учесть неоднородность пористой среды для случая среды со вставкой (рис. 2). Это делает невозможным исследование влияния неоднородностей пористой среды на развитие неустойчивости. В данной статье предлагается усовершенствованная математическая модель, которая позволит более точно моделировать процессы пропитки пористой среды, как в условиях микрогравитации, так и в земных условиях.

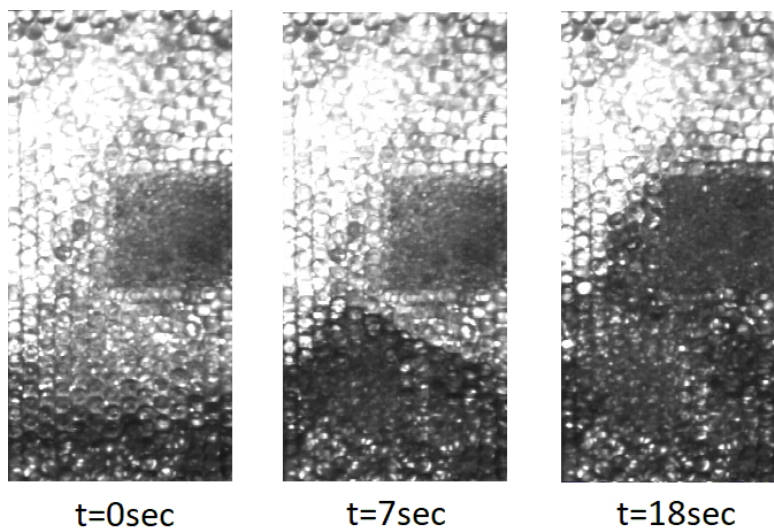


Рис. 2. Капиллярная пропитка пористой среды со вставкой

Многофазные течения через пористую среду рассматриваются во многих исследованиях. Течение жидкости и поведение границы раздела фаз в небольших каналах различной формы изучались на борту международной космической станции [9–11]. Движение пузырьковой структуры в условиях микрогравитации рассмотрено в [12]. Перенос гранулированных сред обсуждается в [13]. Нестационарное ламинарное распространение пламени в условиях невесомости в монодисперсной смеси газообразного окислителя с каплями жидкого топлива рассмотрено в [14]. Капиллярное течение жидкости в условиях микрогравитации лежит в основе такого устройства тепловой защиты, как тепловые трубки [15].

Процессы капиллярного течения жидкости в условиях сниженной гравитации наблюдаются во многих случаях: подача жидкости из резервуара (например, топлива), движение жидкостей в тепловых трубках систем терморегулирования космических аппаратов, фильтрационные процессы в системах выращивания растений в условиях микрогравитации. Таким образом, качественное предсказательное моделирование капиллярных течений является актуальной задачей, так как поведение жидкости в условиях микрогравитации существенно отличается от поведения жидкости в условиях земной гравитации. В качестве примера миссии, на которую серьезно повлияло «нестандартное» поведение жидкости, можно привести станцию NEAR (Near Earth Asteroid Rendezvous). Миссия задержалась на 13 месяцев из-за произошедшего инцидента: во время орбитального маневра топливная жидкость прореагировала более динамично, чем ожидалось: она вышла за пределы предусмотренного рабочего диапазона, и космический корабль перешел в режим безопасности. В результате во время корректировки курса космический корабль NEAR отключился, и восстановить управление удалось только спустя 27 часов [16, 17].

Кроме того, капиллярные эффекты оказывают существенное влияние на процессы фильтрации в земных условиях, поэтому их фундаментальное исследование найдет применение и в земных технологиях, таких как нефтедобыча.

Математическая модель капиллярной пропитки с учетом гистерезиса

Рассматривается пропитка пористой среды многофазной жидкостью.

1. Уравнение массы

Уравнения массы записаны для каждой из фаз флюида, фазовые переходы отсутствуют.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{\alpha} \phi s_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_{\alpha} \phi s_{\alpha} u_{\alpha j}) = 0. \quad (1)$$

Здесь $\alpha = 1, 2$ — номер фазы, ϕ — пористость, ρ_{α} — истинная плотность флюида, s_{α} — его насыщенность, $u_{\alpha j}$ — компоненты истинной скорости. По повторяющемуся индексу координат j в формуле (1) проводится суммирование.

Уравнение (1) делится на ρ_{α} , не зависящая от времени пористость выносится за дифференцирование. Насыщенность первой и второй фазы связаны выражением

$$s_2 = 1 - s_1. \quad (2)$$

Уравнение первой фазы оставляем после этих манипуляций как есть, второе же уравнение — сумма (1) после деления на плотность с учетом (2):

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} (\phi s_1 u_{1j}) = 0. \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\phi (s_1 u_{1j} + s_2 u_{2j})) = 0. \quad (4)$$

Обозначим скорость просачивания каждой фазы и среднеобъемную скорость просачивания и перепишем (3) и (4) с учетом этих обозначений:

$$w_{\alpha j} = \phi s_{\alpha} u_{\alpha j}, \quad \alpha = 1, 2; \quad w_j = w_{1j} + w_{2j}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial w_{1j}}{\partial x_j} = 0. \quad (6)$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial x_j} = 0. \quad (7)$$

2. Уравнение импульса

Обе фазы контактируют с пористой матрицей и между собой, на них действуют соответствующие силы, результирующая которых приводит к просачиванию всего флюида. Учет взаимодействия с пористой матрицей проводится через закон Дарси с абсолютной проницаемостью, учет взаимодействия фаз — через относительные проницаемости и с учетом разницы давлений в фазах, вызванной поверхностными эффектами. Выглядит закон в таком виде для обеих фаз как

$$\phi s_{\alpha} u_{\alpha j} = w_{\alpha j} = -\frac{K k_{\alpha}}{\mu_{\alpha}} \left(\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x_j} - f_{\alpha j} \right), \quad (8)$$

где K — не зависящая от времени абсолютная проницаемость, k_{α} — зависящая от насыщенности и, может быть, истории процесса, относительная проницаемость фазы, μ_{α} — вязкость, p_{α} — давление в фазе, $f_{\alpha j}$ — внешняя по отношению к системе фаз флюида и пористой матрицы сила, действующая на единицу объема фазы. Далее будем рассматривать в качестве нее массовую силу, действующую в направлении движения, ускорение которой переменна лишь во времени. Силу эту представим как

$$f_{\alpha j} = \rho_{\alpha} g_j(t). \quad (9)$$

Сила (9) — массовая сила, направление которой таково, что флюид без градиента давления двигался бы туда, куда она направлена. Если флюид не движется, между градиентом давления и массовой силой возникает равновесие. Если движение достаточно медленное, то в правой части (8) имеет место разность двух чисел, высоких относительно результата разности, и это в численном счете может привести к частичной или полной потере точности, поэтому далее вводится гидростатическое давление, а давление в фазах заменяется разностью между истинным давлением и гидростатическим.

Вначале рассмотрим разность между давлениями фаз в точке, она называется капиллярным давлением и зависит от насыщенности фаз и иных факторов, включающих при необходимости историю процесса. Но главная зависимость — от насыщенности:

$$p_2 - p_1 = p_c(x, s_1). \quad (10)$$

При положительном значении p_c давление в фазе 2 превышает давление в фазе 1. Но на движение оказывает действие именно градиент давления, а его знак уже зависит от градиента зависимости $p_c(s)$. Если фаза 1 смачивающая, то этот градиент отрицателен.

Введем определение среднего давления на основе (10) так, чтобы пока сохранялась неопределенность, с целью ликвидировать ее впоследствии:

$$p = p_1 + \frac{p_c}{2} + \xi = p_2 - \frac{p_c}{2} + \xi,$$

$$p_1 = p - \xi - \frac{p_C}{2}, \quad p_2 = p - \xi + \frac{p_C}{2}, \quad (11)$$

величину ξ конкретизируем впоследствии так, чтобы по возможности убрать «лишние» члены в уравнении неразрывности (7), которые появятся там после подстановки уравнений импульса. Заметим, что при выполнении (11) автоматически соблюдается (10), давления же фаз p_α ниже заменим на комбинацию (p, ξ) . Назовем эти значения средним давлением и поправкой к нему.

Просуммируем (8) по фазам с учетом формулы для массовой силы (9), определения давления в фазах (11), и формулы для скорости просачивания флюида (5) как суммы скоростей просачивания фаз. Получим

$$\omega_j = -K \left(\left(\frac{k_1}{\mu_1} + \frac{k_2}{\mu_2} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{k_2}{\mu_2} - \frac{k_1}{\mu_1} \right) \frac{\partial p_C}{\partial x_j} - g_j(t) \left(\rho_1 \frac{k_1}{\mu_1} + \rho_2 \frac{k_2}{\mu_2} \right) \right). \quad (12)$$

Обозначим m_α относительные мобильности фаз:

$$m_\alpha = k_\alpha / \mu_\alpha. \quad (13)$$

Эти величины зависят от насыщенности и, может быть, других величин, распределенных по домену (зависимость от насыщенности наиболее значима). Подставляя (13) в (12) и группируя члены, получим выражение для градиента среднего давления:

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} = -\frac{\omega_j}{K(m_1 + m_2)} + \left[\frac{\partial \xi}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial p_C}{\partial x_j} \right] + g_j(t) \frac{\rho_1 m_1 + \rho_2 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

Заметим, что сумма мобильностей всегда положительна, делить на нее можно (при очевидном исключении нулевой абсолютной проницаемости; такие области будем просто исключать из домена). Выражение (14) состоит из трех членов: первый связан с общим просачиванием флюида, второй, в квадратных скобках, — нуждается в дальнейшем моделировании, поскольку ξ до сих пор не определена. Определим этот член тогда, когда конкретизируем моделирование p_C . Третий член определяется силой тяжести.

Избавляемся от второго и третьего члена. Вначале определим гидростатическое давление p_H так, чтобы уравновесить его градиент и массовую силу:

$$\frac{\partial p_H}{\partial x_j} = \frac{\rho_1 m_1 + \rho_2 m_2}{m_1 + m_2} g_j(t). \quad (15)$$

Определение (15) гидростатического давления p_H делается через градиент, поэтому для корректного расчета этой величины при известных распределениях плотностей флюида и насыщенностей требуется условие для него в единственной точке. Уточним это условие при задании граничных условий.

Для члена выражения (14) в квадратных скобках введем пока обозначение:

$$\Gamma_j = \frac{\partial \xi}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial p_C}{\partial x_j}. \quad (16)$$

Обозначим разность между средним и гидростатическим давлением как $\bar{p}$, назовем добавочным давлением. Получим из (14) с учетом определения (15) и обозначения (16) следующее:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial p_H}{\partial x_j} = -\frac{\omega_j}{K(m_1 + m_2)} + \Gamma_j. \quad (17)$$

Скорость просачивания флюида ω_j получается из выражения (17).

$$\omega_j = -K(m_1 + m_2) \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + K(m_1 + m_2) \Gamma_j. \quad (18)$$

Теперь рассмотрим скорость просачивания фазы $\alpha = 1$. Подставляем в выражение (8) определение давления в фазе через среднее p и поправку ξ (11), пользуемся определениями относительных мобильностей (13). После этого пользуемся определением гидростатического давления (15), а затем

обозначением (16), исключая градиент ξ . Затем подставляем (17), исключая градиент $\bar{p}$. Замечательно, что выражение Γ_j при этом сокращается, каким бы оно ни было:

$$\omega_{1j} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \omega_j + \frac{K m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{\partial p_1}{\partial x_j} + \frac{K m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\rho_1 - \rho_2) g_j. \quad (19)$$

Первый член выражения (19) соответствует вкладу в скорость просачивания первой фазы за счет доли мобильности, второй — влиянию капиллярности, третий — влиянию массовой силы. Заметим, что капиллярность и массовая сила влияют лишь в областях совместной мобильности обеих фаз, а массовая сила при одинаковых плотностях обеих фаз на скорость просачивания фазы не влияет.

С целью упрощения выражений (18), (19) и дальнейших введем новые обозначения: доля мобильности (она же функция Леверетта, не путать с J-функцией Леверетта) λ_α , мобильность флюида M , а также произведение относительных мобильностей, деленное на сумму ψ :

$$\lambda_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_1 + m_2}, \quad M = K(m_1 + m_2), \quad \psi = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (20)$$

С обозначениями (20) выражения для скорости просачивания флюида (18) и первой его фазы (19) будут выглядеть как

$$\omega_j = -M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + M \Gamma_j, \quad (21)$$

$$\omega_{1j} = \lambda_1 \omega_j + K \psi \frac{\partial p_1}{\partial x_j} + K \psi (\rho_1 - \rho_2) g_j. \quad (22)$$

Теперь подставим скорость просачивания флюида (21) в уравнение неразрывности (7), и получим уравнение относительно давления $\bar{p}$:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} (M \Gamma_j). \quad (23)$$

Подставляем скорость просачивания первой фазы (22) в динамику насыщенности фазы (6) и получаем следующий вид уравнения динамики насыщенности:

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \lambda_1 \omega_j}{\partial x_j} = - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} \frac{\partial K \psi}{\partial x_j} - \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \psi \frac{\partial p_c}{\partial x_j} \right). \quad (24)$$

3. Моделирование проницаемостей и капиллярного давления

Относительные проницаемости фаз будем рассчитывать по модели Кори, совмещенной с моделью Лэнда:

$$k_\alpha = \kappa_\alpha S_\alpha^{n_\alpha}, \quad S_\alpha = \frac{s_\alpha - s_\alpha^R}{1 - s_1^R - s_2^R}; \quad s_\alpha^R = \frac{s_\alpha^{\max}}{1 + C_\alpha s_\alpha^{\max}}. \quad (25)$$

Здесь константами флюидов являются C_α , которые могут меняться от 0 до бесконечности, остаточные же насыщенности переменны. Величина $s_\alpha^{\max}$ — максимально достигнутая в процессе величина насыщенности. Значению $C_\alpha = 0$ соответствует среда, в которой пористая матрица вообще не может заполниться соответствующим флюидом либо дренировать флюид после первичного насыщения, для $C_\alpha = \infty$ остаточные насыщенности всегда равны нулю, дренаж и пропитка максимально облегчены. Из (25) следует условие на константы:

$$0 < 1 - s_1^R - s_2^R = 1 - \frac{s_1^{\max}}{1 + C_1 s_1^{\max}} - \frac{s_1^{\max}}{1 + C_2 s_1^{\max}}.$$

В наихудшем случае максимального единичного значения обеих насыщенностей (что достигается полной сменой фазового состава в точке и при ненулевой остаточной насыщенности обеих фаз невозможно) имеем следующее ограничение на константы Лэнда:

$$1 - \frac{1}{1 + C_1} - \frac{1}{1 + C_2} = \frac{C_1 C_2 - 1}{(1 + C_1)(1 + C_2)} > 0,$$

$$C_1 C_2 > 1. \quad (26)$$

В том числе условие (26) исключает условие $C_\alpha = 0$, делающее модель Лэнда неприемлемой. Заметим, что приведенные насыщенности S_α связаны между собой алгебраически, что следует из (2):

$$S_2 = 1 - S_1. \quad (27)$$

Константы κ_α при дренаже и пропитке могут быть различны. Поскольку их определение совместно с абсолютной проницаемостью не однозначно, зафиксируем в единицу их значение при дренаже соответствующей фазы так, что:

$$\kappa_\alpha = \begin{cases} 1, & \partial s_\alpha / \partial t \leq 0, \\ \bar{\kappa}_\alpha, & \partial s_\alpha / \partial t > 0. \end{cases} \quad (28)$$

Капиллярное давление рассчитывается с использованием J-функции Леверетта так, что

$$p_c = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{K/\phi}} J(s_1), \quad (29)$$

знак же косинуса угла капиллярности θ указывает на то, смачивающий ли флюид 1 или нет. Введем следующее обозначение:

$$\Theta(x) = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{K/\phi}}, \quad p_c = \Theta(x) J(s_1). \quad (30)$$

Член Θ , вообще говоря, может иметь разные значения в разных местах рабочей области, при том это распределение, как и распределение проницаемости и пористости, определяется лишь положением в пространстве.

Следует также заметить, что сама величина капиллярного давления должна быть конечной (так как она определяет давление в чистой фазе), хотя градиент его может быть и бесконечным. В этом случае стоит взять альтернативу модели Кори: последняя не соответствует этим условиям, в то же время альтернатива вполне аппроксимирует экспериментальные кривые. Возьмем J-функцию в следующем виде:

$$J(S_1) = C_W(1 - S_1^{a_W}) + C_N(1 - S_1)^{a_N}. \quad (31)$$

Функция J , рассчитанная по формуле (31), обладает следующими свойствами: $J(0) = C_W + C_N$, $J(1) = 0$. Тем самым в чистой фазе 1 капиллярное давление равно 0, что согласуется с определением (10). В чистой фазе 2 давление определяется формулой (29) или (30) при том, что $J = C_W + C_N = \text{const}$. Степени α_W, α_N расположены в интервале $(0, 1)$, лишь при этих значениях J-функция соответствует экспериментальным кривым, величины эти скорее ближе к нулю.

Эксперимент показывает, что при пропитке и дренаже кривая капиллярного давления отличается (гистерезис). Это значит, что константы C_W, C_N должны в формуле (31) зависеть от режима пропитки, а конкретно:

$$J = \begin{cases} C_W^d(1 - S_1^{a_W}) + C_N^d(1 - S_1)^{a_N}, & \partial S_1 / \partial t \leq 0; \\ C_W^i(1 - S_1^{a_W}) + C_N^i(1 - S_1)^{a_N}, & \partial S_1 / \partial t > 0. \end{cases} \quad (32)$$

Здесь C_W^d, C_N^d - константы, соответствующие дренажу, C_W^i, C_N^i - пропитке жидкостью 1.

В силу того, что капиллярное давление конкретизировалось в вид (30), представим поправку ξ в виде похожего произведения так, чтобы по возможности избавиться от выражения Γ_j . Сделаем так, чтобы оно равнялось нулю тогда, когда $\Theta(x) = \text{const}$. В этом случае

$$\xi = \Theta(x) \Xi(S_1), \quad \frac{d\Xi}{dS_1} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \frac{dJ}{dS_1} = \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{dJ}{dS_1}. \quad (33)$$

Подставляя определение (33) в выражение (16) с учетом определения долей мобильности (20), получим:

$$\Gamma_j = \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}. \quad (34)$$

Важно, что выражение (34) уже не зависит от градиента насыщенности явно и равно нулю при постоянстве таких характеристик, как проницаемость, пористость, угол капиллярности и поверхностное натяжение. Оно также явно не зависит от фиксации Ξ на кривой насыщенности. Следует учесть, что несмотря на возможную сингулярность производных dJ/dS_1 , выражение для Ξ не сингулярно; несобственный интеграл в проблемных точках $S_1 = 0$ и $S_1 = 1$.

Заметим, что J-функция Леверетта (31) была построена так, что $J(1) = 0$, тем самым капиллярное давление для смачиваемой первой фазы равно нулю при отсутствии подвижной второй фазы. Удобно бы сделать так, чтобы поправка ξ к среднему давлению p также равнялась бы нулю при $S_1 = 1$. Для этого вычислять $\Xi(S_1)$ следует интегралом:

$$\Xi(S_1) = \int_1^{S_1} \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{dJ}{ds} ds = - \int_{S_1}^1 \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{dJ}{ds} ds. \quad (35)$$

Знак «минус» в выражении (35) удобнее, поскольку производная $\partial J/\partial s$ отрицательна. Возможность явного вычисления (35) на основе формул для m_α и J не проверялась, но, скорее всего, будет удобно при счете затабулировать численное решение при помощи мелкой сетки на интервале $S_1 = (0,1)$, проинтегрировав от произвольной точки внутри интервала, и доопределить в точках 0 и 1 на основе аппроксимаций подынтегральных функций (35), после чего провести сдвиг значений так, чтобы вышло $\Xi(1) = 0$.

4. Преобразование уравнения динамики в рабочее состояние

Расчет скорости просачивания флюида при помощи градиента дополнительного давления (21) следует преобразовать при помощи выражения (34), моделирующего член Γ_j :

$$\omega_j = -M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + M \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}. \quad (36)$$

Уравнение для дополнительного давления (23) также преобразуется с использованием (34):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(M \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right). \quad (37)$$

Уравнение динамики насыщенности (24) будем приводить к следующему шаблонному виду, пригодному для расчета методом Кузьмина и др.:

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \hat{w}_j \frac{\partial s_1}{\partial x_j} - \hat{r} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial s_1}{\partial x_j} \right) = \Sigma. \quad (38)$$

Для начала заметим, что участвующие в уравнении (24) параметры ϕ , K зависят лишь от точки пространства x , ψ и λ_1 — лишь от приведенной насыщенности S_1 , капиллярное давление — от произведения множителей, один из которых зависит от x , другой от S_1 . Приведенная же насыщенность явно зависит от s_1 и двух параметров, распределенных в пространстве, s_1^R, s_2^R . В связи с этим рассмотрим структуру градиента приведенной насыщенности:

$$\frac{\partial S_1}{\partial x_j} = \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{\partial S_1}{\partial s_1^R} \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} + \frac{\partial S_1}{\partial s_2^R} \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j}. \quad (39)$$

Используя вид приведенной насыщенности (25), получим, что множители перед производными по x_j в выражении (39) представляются алгебраическими выражениями:

$$\frac{\partial S_1}{\partial s_1} = \frac{1}{1 - s_1^R - s_2^R}, \quad \frac{\partial S_1}{\partial s_1^R} = - \frac{s_2 - s_2^R}{(1 - s_1^R - s_2^R)^2}, \quad \frac{\partial S_1}{\partial s_2^R} = \frac{s_1 - s_1^R}{(1 - s_1^R - s_2^R)^2}. \quad (40)$$

Из (25), (30) и (40) следует, что градиенты выражений, участвующих в уравнении (24) и зависящих от приведенной насыщенности, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial x_j} = \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1^R} \left(S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \psi}{\partial x_j} &= \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \left(S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} \right) \\ \frac{\partial p_C}{\partial x_j} &= \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \left(S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} \right) + J \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}.\end{aligned}\quad (41)$$

Первый из членов в правых частях выражений (41) пойдет в левую часть шаблонного уравнения (38), второй и последующий — в источник Σ . Предварительно внесем обозначения:

$$\bar{R} = \frac{\partial S_1}{\partial s_1}, \quad R_j = S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j}.\quad (42)$$

Преобразуя (24) с учетом градиентов (41) и обозначений (42), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_1}{\partial t} + \left(\frac{w_j}{\phi} \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \bar{R} + \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} K \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \bar{R} \right) \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \psi \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \bar{R} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} \right) = \\ = - \frac{w_j}{\phi} \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \bar{R} R_j - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} \left(K \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \bar{R} R_j + \psi \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \psi \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \bar{R} R_j + K \psi J \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right)\end{aligned}\quad (43)$$

Тем самым элементы шаблона (38) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\hat{w}_j &= \frac{\bar{R}}{\phi} \left(w_j \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} + K (\rho_1 - \rho_2) g_j \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \right), \\ \hat{r} &= \phi^{-1}, \\ D &= -K \bar{R} \Theta \psi \frac{\partial J}{\partial S_1}, \\ \Sigma &= -R_j \hat{w}_j - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} \psi \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D R_j - K \psi J \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right).\end{aligned}\quad (44)$$

Коэффициент «диффузии» D положителен, поскольку из (31) следует, что $\partial J / \partial S_1 < 0$. На краях интервала эта производная имеет сингулярности, но те обнуляются умножением на ψ . Распишем подробнее расчет вычисления D так, чтобы в выражении не было сингулярностей, заодно определив условия их отсутствия:

$$\begin{aligned}D &= -K \bar{R} \Theta \psi \frac{\partial J}{\partial S_1} = \bar{R} \sigma \cos \theta \sqrt{K \phi} \bar{D} \\ \bar{D}(S_1) &= \left(C_W \alpha_W \lambda_2 \frac{\kappa_1}{\mu_1} S_1^{n_1 + \alpha_W - 1} + C_N \alpha_N \lambda_1 \frac{\kappa_2}{\mu_2} (1 - S_1)^{n_2 + \alpha_N - 1} \right).\end{aligned}\quad (45)$$

Тем самым на коэффициенты степеней накладываются следующие достаточно мягкие ограничения:

$$n_1 + \alpha_W \geq 1, n_2 + \alpha_N \geq 1.\quad (46)$$

5. Граничные условия, начальные условия. Суммарное давление

Заметим, что уравнения системы годятся для любой размерности, но здесь и далее опишем двумерную задачу.

Домен $x \in [0, L]$, $y \in [0, H]$ занят пористой средой.

Задается распределение пористости и проницаемости $K(x)$, $\phi(x)$. Если поверхностное натяжение и угол смачивания постоянны, то $\Theta(x)$ лишь вычисляется, если нет, вычисляется на основе заданного их распределения.

В начальном состоянии нижняя часть $y < y_0$ полностью занята флюидом 1, верхняя — флюидом 2, то есть

$$t = 0 : \quad \begin{cases} s = 1, y < y_0; \\ s = 0, y \geq y_0. \end{cases}\quad (47)$$

Начальные состояния $s_\alpha^{\max}$ определяются из (47) в предположении, что изменений насыщенности перед этим не было, а начальные состояния s_α^R после этого — на основе модели Лэнда (25).

Для формулировки уравнений понятие давления в двухфазной среде не использовалось, но оно потребуется при формулировке граничных условий в том случае, когда на поверхности оно задано, а фаза там не чистая. Теория двухфазной среды, состоящей из двух флюидов, дает с учетом (11):

$$p_{mix} = p_1 s_1 + p_2 (1 - s_1) = \bar{p} + p_H - \xi + \frac{p_C}{2} (1 - 2s_1). \quad (48)$$

Граничные условия таковы. На уровне $y = 0$ задана чистая фаза 1, а в ней капиллярное давление и поправка к нему по моделям (31) и (35) нулевые. Положим на этом уровне давление во всех точках равным гидростатическому, и тем самым добавочное давление будет равно нулю. Вместе с тем гидростатическое давление в точке $(0,0)$ положим равным $p_H = p_0$. В результате условия на этой границе домена будут выглядеть как:

$$y = 0 : \quad s_1 = 1, \quad p_H(x, 0) = p_0 + \rho_1 g_x x, \quad \bar{p} = 0. \quad (49)$$

На уровне $y = H$ давление раскладывается в добавочное, гидростатическое и капиллярное. На s_1 условие не ставится, если модифицированная скорость флюида $\hat{w}_y > 0$, но в этом случае при $S_1 > 0$ будет ставиться на производную $\partial s_1 / \partial y$, поскольку в этом случае порядок уравнения (38) увеличен до двух. Если скорость в обратном направлении, ставится условие присутствия первой фазы лишь неснижаемым остатком. Давление полагаем равным тому, как если бы все было заполнено фазой 2 с гидростатическим в ней давлением (сообщение через окружающую среду). Тем самым граничные условия на насыщенность и давление формируются следующим образом:

$$y = H : \quad \hat{w}_y > 0 \quad \text{и} \quad S_1 > 0 \quad \Rightarrow \quad \partial s_1 / \partial y = 0; \quad \hat{w}_y < 0 : \quad s_1 = s_1^R. \\ p_{mix} = p_0 - \rho_2 g_y H. \quad (50)$$

Последнее условие преобразуется согласно (48):

$$\bar{p} = p_0 - \rho_2 g_y H - p_H + \Theta \Xi - \Theta J \cdot \left(\frac{1}{2} - s_1 \right). \quad (51)$$

Граничные условия на боковых стенках $x = 0$, $x = L$ определяются отсутствием протекания обеих фаз через стенку согласно уравнениям (8) и (9):

$$\frac{\partial p_\alpha}{\partial x} - \rho_\alpha g_x = 0, \quad \alpha = 1, 2. \quad (52)$$

Подставив в условия (52) разложение давления каждой фазы в среднее, капиллярное и поправку (11), а также определение гидростатического (15), получим:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial p_H}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial p_C}{\partial x} - \rho_1 g_x = 0, \quad (53)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial p_H}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial p_C}{\partial x} - \rho_2 g_x = 0. \quad (54)$$

Из (52) получаем условие на градиент капиллярного давления:

$$\frac{\partial p_C}{\partial x} = (\rho_2 - \rho_1) g_x. \quad (55)$$

С учетом (41) и обозначений (42) имеем из (55) условие на градиент насыщенности:

$$\frac{\partial s_1}{\partial x} = \left(\frac{\partial J}{\partial S_1} \right)^{-1} \frac{(\rho_2 - \rho_1) g_x}{\Theta \bar{R}} - R_x - \left(\frac{\partial J}{\partial S_1} \right)^{-1} \frac{J}{\Theta \bar{R}} \frac{\partial \Theta}{\partial x}. \quad (56)$$

Заметим, что возможные сингулярности в условии (56) отсутствуют.

Суммируя (53) и (54), получим второе условие, исключив градиент капиллярного давления. Итогом будет условие на градиент добавочного давления:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} g_x - \frac{\partial p_H}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (57)$$

Подставляя в (57) определение градиента гидростатического давления (15), формулы (33), обозначения (42), получим:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) (\rho_1 - \rho_2) g_x + \Xi \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \Theta \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{\partial J}{\partial S_1} \left(\bar{R} \frac{\partial s_1}{\partial x} + \bar{R} R_x \right). \quad (58)$$

Теперь подставим в (58) условие на градиент насыщенности (56). Пройдет сильное сокращение почти всех членов, включая возможные сингулярности (чего не получилось в предыдущей версии):

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x}. \quad (59)$$

Тем самым условиями на боковой стенке становятся условия на градиенты дополнительного давления и насыщенности (56) и (59).

Моделирование дополнительного размытия фронта

Описанная выше математическая модель, в отличие от модели, представленной в [8], позволит учесть неустойчивость вытеснения при численном моделировании и качественнее смоделировать течение в неоднородной пористой среде со вставкой.

Еще один способ учесть неустойчивость — введение дополнительных потоковых членов в определяющую систему уравнений [18, 19]. Такое преобразование математической модели приводит к дополнительному размытию фронта течения жидкости. В результате такая математическая модель более точно описывает реальные физические процессы. Коэффициенты, пропорциональные дополнительным потоковым членам, могут определяться на экспериментальном базисе [19]. При одномерном моделировании такой способ становится единственным возможным способом учесть неравномерность фронта пропитки. Также такой метод позволяет учесть подсчетную (мелкомасштабную) неустойчивость при моделировании процессов на крупном масштабе.

Капиллярная неустойчивость наблюдается также при проведении экспериментов на околоземной орбите на протяжении более длительного периода микрогравитации [19]. Наблюдение велось с помощью датчиков, расположенных вдоль пористого образца, фиксировалось время, когда жидкость достигала датчика. На рис. 3 черными маркерами отмечены результаты экспериментов для различных жидкостей (по вертикали — высота датчика, по горизонтали — время), цветным представлены результаты численного моделирования. Размытие фронта за счет капиллярной неустойчивости наиболее выражено для случая раствора полимера. Для численного моделирования здесь применялась математическая модель, содержащая дополнительный член, связанный с размытием фронта из-за неустойчивости:

$$\varphi \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(F_L - D \frac{\partial s}{\partial x} \right) = 0.$$

Аналогичный метод применяется и для моделирования фильтрационных течений в земных условиях. Например, при моделировании процесса нефтедобычи термогазовым методом. Нефть из пласта вытесняется разогретой смесью воды и газа, который вступает в экзотермическую химическую реакцию с углеводородом, что приводит к снижению вязкости нефти и более качественному и быстрому вытеснению углеводорода. В случае когда происходят химические реакции между фазами [20, 21], особенно важно учитывать неустойчивость вытеснения, так как она приводит к увеличению площади контакта реагирующих фаз и, следовательно, к ускорению химической реакции. Подробно такая математическая модель представлена в работе [18]. Здесь приведем уравнение баланса массы, которое содержит два дополнительных потоковых члена (пропорциональных коэффициентам F и D), связанных с моделированием неустойчивости вытеснения:

$$\frac{\partial \rho_k s_k \varphi}{\partial t} + \nabla (\rho_k s_k v + \rho_k s_k F_k(s, M, Pe) v - \rho D(s, v, M, Pe) \nabla s_k) = \dot{m}_k(T, Y_{O_2}, s_i),$$

$$\rho = \sum_k \rho_k s_k; \quad \sum_k \rho_k s_k F_k(s, M, Pe) = 0$$

$k = w, o, g.$

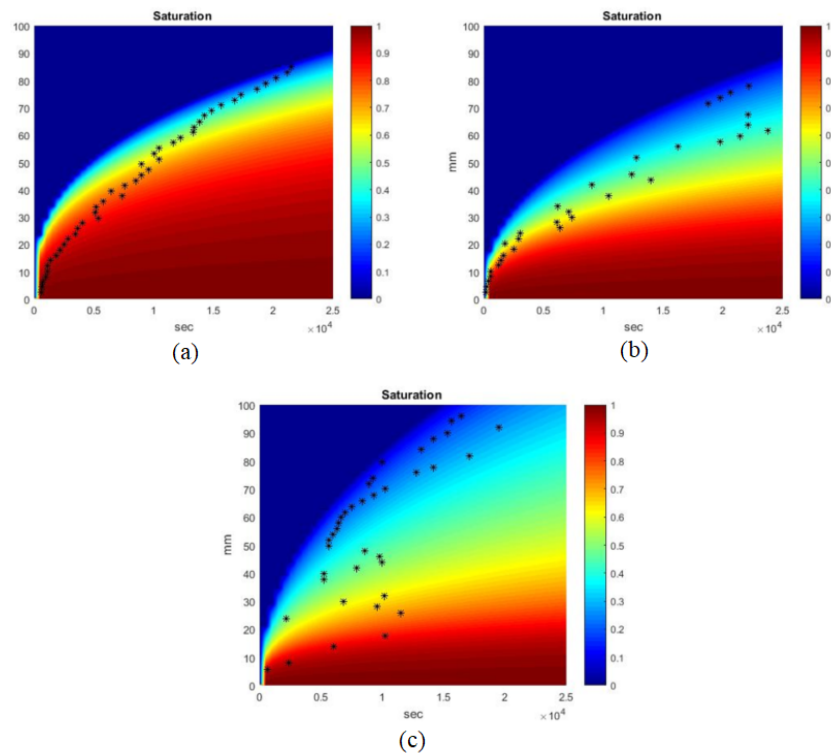


Рис. 3. Капиллярная пропитка пористой среды в условиях микрогравитации. Сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных: (а) сырая нефть; (б) смазочное масло; (с) раствор полимера в дистиллированной воде

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования, основанного на такой математической модели; продемонстрировано влияние коэффициента D на динамику вытеснения. Графики показывают общее содержание нефти во всей расчетной области в зависимости от времени для различных значений коэффициента D , коэффициент F при этом фиксирован. В случае когда химические реакции отсутствуют, учет дополнительных факторов не оказывает существенного влияния на динамику вытеснения. В случае когда химические реакции присутствуют, увеличение коэффициента D приводит к ускорению процесса. Результаты численного моделирования показывают эффективность термогазового воздействия на нефтяной пласт, так как общее количество вытесненной нефти существенно увеличивается. Также продемонстрирована важность учета дополнительных членов, связанных с неустойчивостью вытеснения.

Заключение

При капиллярной пропитке пористой среды в условиях микрогравитации наблюдается эффект «капиллярной неустойчивости», который выражается нарушением плоской формы границы раздела фаз. Эффект может быть объяснен неоднородностью капиллярных свойств пористой среды. Такая неустойчивость наблюдается как при пропитке насыпки стеклянных шариков во время параболических полетов, так и во время пропитки смеси глины и песка различными жидкостями на околоземной орбите.

Предложена новая математическая модель для описания многократной пропитки пористой среды в условиях переменной гравитации. Модель позволяет учесть многомерные эффекты при моделировании, например, неоднородности пористой среды или развивающуюся неустойчивость границы раздела.

Рассмотрен новый метод моделирования неустойчивости вытеснения. Метод заключается в добавлении потоковых членов в определяющие уравнения, что приводит к дополнительному размытию фронта вытеснения. Предложенный метод хорошо показал себя при моделировании капиллярной пропитки в условиях микрогравитации. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными.

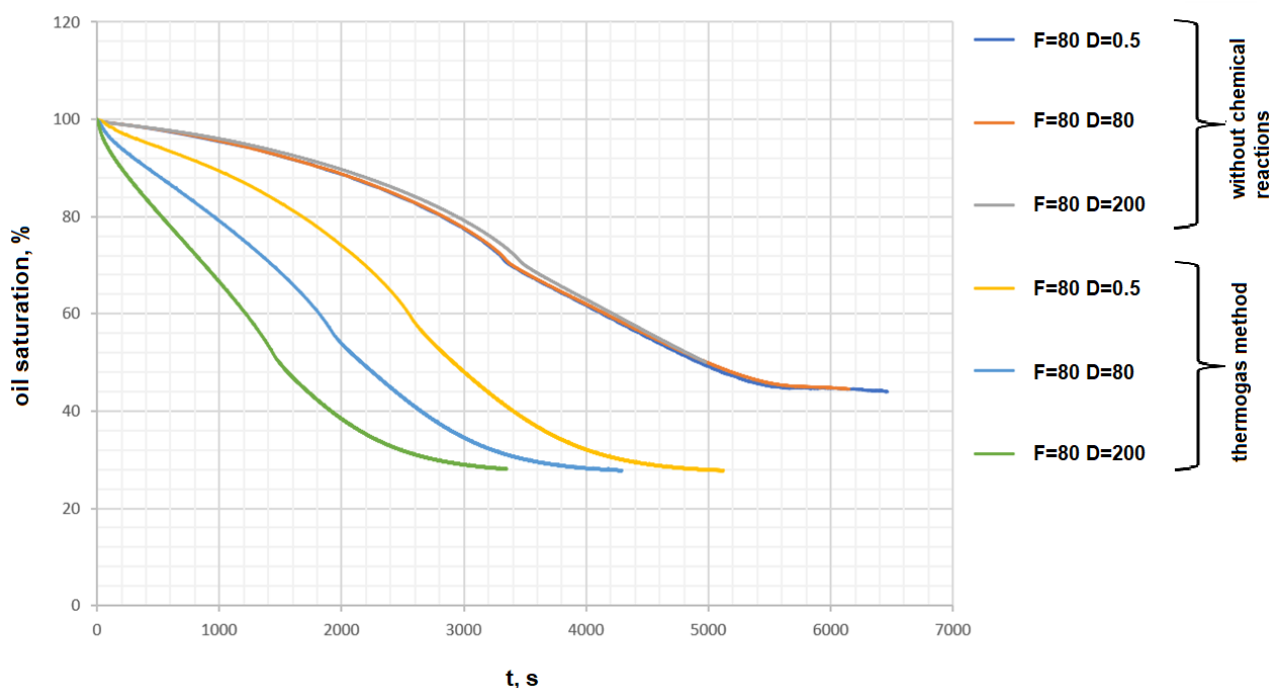


Рис. 4. Результаты численного моделирования вытеснения жидкости из пористой среды с учетом химических взаимодействий между фазами

Проведено численное моделирование вытеснения нефти термогазовым методом, когда фильтрующиеся флюиды вступают в экзотермическую химическую реакцию. При моделировании неустойчивость вытеснения учитывалась путем добавления членов, связанных с дополнительным размытием фронта. В случае, когда происходят химические реакции, учет неустойчивости существенно влияет на результаты моделирования. Это связано с тем, что с развитием неустойчивости увеличивается площадь контакта фаз, что приводит к ускорению химической реакции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Saffman P. G., Taylor G. J. The Penetration of a Fluid into a Porous Medium of Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Fluid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1958;245(1242):312–329.
2. Logvinov O. A., Skryleva E. I. Displacement of a Viscous Fluid from a Hele-Shaw Cell with a Sink. *Moscow Univ. Mech. Bull.* 2016;71(4):77–81. DOI: <https://doi.org/10.3103/S0027133016040014>.
3. Aldushin A. P., Matkowsky B. J. Instabilities, Fingering and the Saffman-Taylor Problem in Filtration Combustion. *Combust. Sci. and Tech.* 1998;133:293–341.
4. Vedernikov A., Scheid B., Istasse E., Legros J. C. Viscous Fingering in Miscible Liquids under Microgravity Conditions. *Physics of Fluids*. 2001;13(9):S12.
5. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Ivashnyov O. E., Maximenko A., Thiercelin M., Vedernikov A., Scheid B., Legros J. C. Microgravity Investigations of Instability and Mixing Flux in Frontal Displacement of Fluids. *Microgravity Science and Technology*. 2004;15(2):35–51.
6. Istasse E. *Determination of Capillary Characteristics in Porous Media*. Brussels; 2001.
7. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Skryleva E. I. Microgravity Investigation of Seepage Flows in Porous Media. *Microgravity Science and Technology*. 2019;31:629–639. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12217-019-09733-7>.
8. Smirnova M. N., Nikitin V. F., Skryleva E. I., Weisman Yu. G. Capillary Driven Fluid Flows in Microgravity. *Acta Astronautica*. 2023;204:892–899. DOI: 10.1016/j.actaastro.2022.10.037.
9. Canfield P. J., Bronowicki P. M., Chen Y., Kiewidt L., Grah A., Klatte J., Jenson R., Blackmore W., Weislogel M. M., Dreyer M. E. The Capillary Channel Flow Experiments on the International Space Station: Experiment Set-Up and First Results. *Exp. Fluid.* 2013;54(5).

10. Bronowicki P., Canfield P., Grah A., Dreyer M. E. Free Surfaces in Open Capillary Channels — Parallel Plates. *Phys. Fluids*. 2015;27(1):012106.
11. Bisht K. S., Dreyer M. E. Phase Separation in Porous Media Integrated Capillary Channels. *Microgravity Science and Technology*. 2020;32:1001–1018.
12. Mahmood Mousavi S., Bok Jik Lee. Investigation of Bubble Structure in a Microchannel under Microgravity Conditions: Effects of Discontinuous Wettability with Dynamic Contact Angle. *Acta Astronaut*. 2022;201:394–400.
13. Li X., Worrall K., Vedanthu A., Scott-George A., Harkness P. The Pulse-Elevator: a Pump for Granular Materials. *Acta Astronaut*. 2022;200:33–41.
14. Smirnov N. N., Pushkin V. N., Dushin V. R., Kulchitsky A. V. Microgravity Investigation of Laminar Flame Propagation in Monodisperse Gas-Droplet Mixtures. *Acta Astronautica*. 2007;61(7–8):626–636.
15. Obinna Uyanna, Hamidreza Najafi. Thermal Protection Systems for Space Vehicles: a Review on Technology Development, Current Challenges and Future Prospects. *Acta Astronaut*. 2020;176.
16. Mourik S. van, Veldman A. E. P., Dreyer M. E. Simulation of Capillary Flow with a Dynamic Contact Angle. *Microgravity Science and Technology*. 2005;17(3):87–93.
17. *The NEAR Rendezvous burn anomaly of December 1998*. Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory; 1999.
18. Skryleva E. I. Numerical Simulation of Multiphase Flow in a Porous Medium in the Presence of Heat and Mass Transfer between Phases. *Heat Transfer Research*. 2022. DOI: 10.1615/HeatTransRes.2022044787.
19. Dushin V. R., Nikitin V. F., Smirnov N. N., Skryleva E. I., Tyurenkova V. V. Microgravity Investigation of Capillary Driven Imbibition. *Microgravity Science and Technology*. 2018;30(4):393–398. DOI: 10.1007/s12217-018-9623-8.
20. Kravchenko M. N., Dieva N. N., Lishchuk A. N., Muradov A. V., Vershinin V. E. Hydrodynamic Modeling of Thermochemical Treatment of Low Permeable Kerogen-Containing Reservoirs. *Georesources*. 2018;20(3),Part 1:178–185. (In Russ.)
21. Abdul Mujeebu M., Zulkifly Abdullah M., Mohamad A. A., Abu Bakar M. Z. Trends in Modeling of Porous Media Combustion. *Progress in Energy and Combustion Science*. 2010;36:627–650.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-09

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ УЯЗВИМОСТЬ СРЕДНИХ ЦЕН АВТОМАТИЧЕСКИХ
МАРКЕТ-МЕЙКЕРОВ С ПОСТОЯННЫМ ПРОИЗВЕДЕНИЕМ****П. Н. Анохин***Индивидуальный предприниматель, г. Орёл, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-4393-6531>, ✉ pavel@anokhin.name*

Аннотация: для корректной работы множества финансовых сервисов на технологии блокчейн требуются независимые поставщики цен, устойчивые к манипуляциям. Одним из наиболее распространенных поставщиков таких цен, который сам полностью работает на блокчейне, является автоматический маркет-мейкер с постоянным производением, который является механизмом расчета цены обмена на основании количества двух активов под его управлением. Разработчики финансовых приложений должны учитывать все возможные уязвимости, которые могут возникнуть в приложении при использовании таких поставщиков цен. Этим обусловлена актуальность исследований уязвимостей цен автоматических маркет-мейкеров с постоянным производением. В данной работе изучено влияние комиссии автоматических маркет-мейкеров с постоянным производением на среднюю цену на основе данных реальных торгов из блокчейна и биржи Binance. В результате исследования показано, что среднее отклонение цен автоматических маркет-мейкеров от среднерыночных обладает высоким коэффициентом автокорреляции, позволяя достаточно точно предсказывать будущее среднее отклонение цен между биржами. По результатам моделирования определены конкретные значения предсказаний для разных временных промежутков. На основе предсказуемости будущих средних отклонений цен описаны возможные критические статистические уязвимости приложений, использующих средние цены автоматических маркет-мейкеров, а также даны рекомендации по предотвращению этих уязвимостей. Материалы исследования представляют практическую ценность для разработчиков приложений на блокчейне и экспертов по безопасности смарт-контрактов, позволяя им предотвратить или устранить потенциальные критические статистические уязвимости в приложениях.

Ключевые слова: статистическая уязвимость, децентрализованные финансы, смарт-контракт, блокчейн безопасность, автоматический маркет-мейкер.

Для цитирования: Анохин П. Н. Статистическая уязвимость средних цен автоматических маркет-мейкеров с постоянным производением. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):86–94. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-09.

*Поступила в редакцию: 06.08.2023.**В окончательном варианте: 17.09.2023.***STATISTICAL VULNERABILITY OF MEAN PRICES IN AUTOMATED CONSTANT PRODUCT
MARKET MAKERS****P. N. Anokhin***Sole proprietor, Orel, Russian Federation
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-4393-6531>, ✉ pavel@anokhin.name*

Abstract: to work correctly, many financial services using the blockchain technology require independent manipulation-resistant price feed providers. One of the most common providers of such prices, which works completely on the blockchain technology itself, is an automated constant product market maker, which is a tool for price calculation based on the amount of two assets under its control. Financial application developers should consider all the possible vulnerabilities which can be introduced by using such price providers. This is the reason for the relevance of research into the vulnerabilities of automated constant product market makers prices. We studied the effects of the automated constant product market maker fees on the mean price based on the real trading data from the blockchain and Binance exchange. The results show that mean price deviation between automated market makers and the market average shows high autocorrelation making it possible to predict a future mean deviation of the prices between the exchanges. The simulation results show the predicted values for different prediction time frames. Based on the predictability of a future mean deviation of the prices, potential critical statistical vulnerabilities in the financial applications using

the mean prices provided by constant product market makers are described, and vulnerability mitigation recommendations are given. The practical value to the blockchain application developers and smart contract security experts is that now they can prevent or mitigate potential critical statistical vulnerabilities in their applications.

Keywords: statistical vulnerability, decentralized finances, smart contract, blockchain security, automated market maker.

Cite this article: Anokhin P. N. Statistical Vulnerability of Mean Prices in Automated Constant Product Market Makers. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):86–94. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-09.

Original article submitted: 06.08.2023.

Revision submitted: 17.09.2023.

Введение

Децентрализованные финансы — это термин, который используется для финансовых сервисов на технологии блокчейн, которые не зависят от посредников, таких как брокеры и банки.

Смарт-контракты — это приложения, которые работают на блокчейне, предоставляя функциональность для реализации бизнес-логики различных сервисов. Смарт-контракты могут взаимодействовать друг с другом, в совокупности составляя децентрализованные финансы.

В рамках децентрализованных финансов возникает множество новых технологий и сервисов, которые существенно отличаются от общепринятых технологий и сервисов в традиционной финансовой системе. Краткое описание децентрализованных финансов и основных технологий можно найти в [1].

Одной из таких технологий является автоматизированный маркет-мейкер (АММ) — механизм, который позволяет автоматически рассчитывать цены покупки и продажи в соответствии с определенной формулой, тем самым предоставляя рынку непрерывные котировки [2]. В настоящее время большинство используемых на практике АММ применяют формулу постоянного произведения (АММП), т.е. произведение количества двух активов, находящихся во владении маркет-мейкера, должно быть постоянным после любого обмена [3].

Особенность работы АММП состоит в том, что цена обмена, которую он предлагает, не зависит ни от каких внешних данных, только от количества двух активов в его наличии, однако цена АММП всегда будет близка к цене внешних рынков благодаря участникам рынка, которые для извлечения прибыли будут менять активы по выгодному курсу, предоставляемому АММП до тех пор, пока этот курс не перестанет быть выгодным (станет очень близок курсу внешнего рынка). Из-за этой особенности цен АММП его цены часто используются в качестве оракулов цен.

Оракулом в децентрализованных финансах называется любой механизм предоставления смарт-контрактам данных, которые являются внешними по отношению к блокчейну, на котором работают эти смарт-контракты [4]. Например, такими данными может являться содержимое страницы сайта в Интернете, т.к. получить доступ к этому содержимому напрямую смарт-контракт не может, ведь смарт-контракту доступны только данные, находящиеся в блокчейне. В рамках децентрализованных финансов наиболее востребованными внешними данными являются цены различных активов, таких как криптовалюты, акции и т.п.

Оракулы бывают централизованные и децентрализованные. Централизованные оракулы используют некое доверенное лицо (человека или организацию), которое напрямую поставяет данные в смарт-контракт. Децентрализованные оракулы используют механизмы, при которых множество поставщиков данных могут предоставлять данные смарт-контракту, а смарт-контракт на основе данных от множества поставщиков определяет некие «усредненные» данные, которые используются в дальнейших расчетах. При этом каждый поставщик данных не должен быть доверенным и может поставяет неверные данные, однако при условии, что большинство поставщиков поставяет данные, близкие к верным, «усредненные» данные от всех поставщиков будут являться близкими к правильным. Под «усреднением» здесь понимается некоторая функция преобразования, а не просто среднее значение. Например, часто используется медиана (т.е. число, находящееся в середине упорядоченного набора исходных чисел), которая даёт намного лучший результат, чем среднее арифметическое в случаях, когда несколько поставщиков данных предоставяют экстремально неправильные данные (например, 0 или очень большое число).

Оракул цен — это механизм получения внешней цены какого-либо актива смарт-контрактом. Одно из важнейших свойств, которым должен обладать оракул цен, — это его устойчивость к манипуляциям (т.е. ни один пользователь не должен иметь возможность с минимальными издержками краткосрочно существенно увеличить или уменьшить цену оракула). Для этого, как правило, программы, внешние к блокчейну, определяют цены активов на внешних рынках, например из цен покупки-продажи активов на крупных биржах, и посылают эти данные в блокчейн. Большинство таких оракулов цен требуют специальных программ сбора цен внешних рынков и затрат на газ при исполнении транзакции передачи данных в блокчейне.

Газ транзакции — это стоимость исполнения транзакции в блокчейне, которая зависит от загруженности сети, количества операций, которые выполняются при выполнении смарт-контракта в транзакции, а также размера данных, передаваемых в транзакции. Газ транзакций выплачивает пользователь, который добавляет свою транзакцию в блокчейн (исполняет какую-либо функцию смарт-контракта).

АММПП являются уникальным децентрализованным вариантом определения рыночной цены актива, не требуя никаких дополнительных программ или оплаты стоимости выполнения транзакций. Рыночную цену АММПП определяют сами участники рынка, т.к. отклонение цены АММПП от рыночной создаёт возможность извлечения безрисковой прибыли, что стимулирует участников рынка использовать эту возможность получения прибыли, одновременно приближая цену АММПП к рыночной цене.

Эффективность АММПП в определении рыночной цены разных рынков и использовании цены АММПП в качестве оракулов цен исследовалась в работах [5, 6]. При этом для оценки эффективности нахождения рыночной цены чаще всего используется сравнение с ценами крупных централизованных бирж обмена [7, 8].

Многие приложения децентрализованных финансов используют для своих целей оракулы цен, предоставляемых АММПП, такими как Uniswap, который является одним из самых крупных АММПП, благодаря чему долгосрочно манипулировать его цены достаточно сложно. Однако, несмотря на удобство использования таких оракулов цен, они обладают существенными уязвимостями (примеры атак с манипулированием цены оракула можно найти в [9]), что неоднократно доказывалось на практике множеством взломов различных децентрализованных финансовых приложений через манипулирование ценами таких оракулов.

Использование средних цен таких оракулов за определенный промежуток времени вместо текущих цен решает большинство проблем, однако разработчики, которые их используют, должны учитывать статистические особенности средней цены АММПП при проектировании своих приложений, иначе их приложения могут быть подвержены серьезным уязвимостям и могут привести к существенным финансовым потерям.

Одной из малоисследованных статистических особенностей средней цены АММПП, таких как Uniswap, является влияние на цену комиссии, которую платят пользователи за совершение обмена. Целью данного исследования является изучение влияния комиссии, взимаемой с обменов, на среднюю цену АММПП на основании данных реальных торгов Uniswap на блокчейне Ethereum и определение возможных уязвимостей, связанных с этим влиянием.

Исходные данные

Для исследования влияния цены комиссии на среднюю цену в ходе реальных торгов Uniswap необходимо сравнивать цену Uniswap с некоей эталонной ценой, которая должна точно отражать текущую рыночную цену. В качестве эталонной цены будем использовать цены торгов по обмену криптовалюты Ethereum (ETH) на Tether (USDT) на бирже Binance ([10]). Среднедневной объем торгов в этой паре криптовалют на бирже Binance превышает 300 миллионов долларов, что позволяет сделать вывод о достаточно точном соответствии цены торгов на бирже Binance — рыночной цене обмена ETH/USDT. Данные по котировкам ежедневных торгов на бирже Binance в 1-секундных интервалах доступны в [11].

Данные исследуемых цен Uniswap v2 по обмену ETH/USDT доступны в блокчейне по адресу смарт-контракта `0x0d4a11d5eeaac28ec3f61d10daf4d40471f1852` в сети Ethereum Mainnet. Для получения искомых времени и цен торгов необходимо получить данные всех событий SyncEvent, в которых

содержатся все изменения количества ETH и USDT в смарт-контракте, при этом цена находится простым делением количества USDT на количество ETH.

Для сбора данных Uniswap v2 из блокчейна была написана программа на языке программирования C#. Для связи с блокчейном в программе используется библиотека Nethereum из пакета nuget. Программа собирает данные из блокчейна в заданном временном интервале, записывая данные каждого события в файл csv:

номер блока; время создания блока; количество активов ETH; количество активов USDT

Для исследования использовались данные торгов с 21.06.2023 по 20.07.2023 включительно. В блокчейне множество транзакций собираются в один блок, который уже добавляется в блокчейн через определенные промежутки времени. В сети Ethereum новый блок формируется каждые 12 секунд. Временной интервал исследования соответствует блокам с 17524329 по 17737810. Листинг основной части программы на языке программирования C# для извлечения данных Uniswap v2 из блокчейна:

```
// адрес Uniswap V2 для пары обменов Ethereum на Tether (ETH / USDT)
string uniswapPairAddress = "0x0d4a11d5eeaac28ec3f61d100daf4d40471f1852";

// номер блока в блокчейне, с которого начинать сбор
ulong fromBlock = 17524329;

// номер блока в блокчейне, до которого собирать данные
ulong toBlock = 17737810;

// программный интерфейс (API) для связи с блокчейн позволяет запросить
// за 1 раз ограниченное количество блоков, поэтому необходимо в цикле
// запрашивать последовательно небольшие интервалы до тех пор, пока не
// будут собраны данные всех блоков
// blocksPerCall - максимальное количество блоков, которое программа
// будет запрашивать за 1 вызов API
ulong blocksPerCall = 1000;

while (fromBlock <= toBlock)
{
    // устанавливаем диапазон блоков, которые будут запрошены за 1 вызов API:
    // блоки от fromBlock до fromBlock + blocksPerCall (но не больше toBlock)
    BlockParameter fromBlockParam = new BlockParameter(fromBlock);
    ulong endBlock = Math.Min(fromBlock + blocksPerCall, toBlock);
    BlockParameter toBlockParam = new BlockParameter(endBlock);

    // первый блок следующего запроса - блок, следующий за последним блоком
    // текущего запроса
    fromBlock = endBlock + 1;

    // запрашиваем все события SyncEvent для исследуемой пары в заданном
    // диапазоне блоков
    var eventHandler = mWeb3.Eth.GetEvent< SyncEventDTO>(uniswapPairAddress);
    var eventFilter = eventHandler.CreateFilterInput(fromBlockParam, toBlockParam);
    var events = eventHandler.GetAllChangesAsync(eventFilter).Result;

    // events содержит массив событий SyncEvent из блокчейна в заданном диапазоне
    // блоков
    ulong lastBlock = 0;
    long lastBlockTimestamp = 0;
    foreach (var ev in events)
    {
        // преобразуем каждое событие из блокчейна в строку, содержащую необходимые
        // данные: номер блока; время создания блока; количество ETH; количество USDT

        // количество криптовалюты ETH хранится умноженным на 10^18, преобразуем
```



```

// в вещественное значение
double res0 = MyMath.ToDouble(ev.Event.Reserve0, 18);

// количество криптовалюты USDT хранится умноженным на 10^6, преобразуем
// в вещественное значение
double res1 = MyMath.ToDouble(ev.Event.Reserve1, 6);

// если номер блока изменился по сравнению с предыдущим, запрашиваем в
// блокчейне время создания этого блока
if (ev.Log.BlockNumber.Value > lastBlock)
{
    lastBlock = (ulong)ev.Log.BlockNumber.Value;
    lastBlockTimestamp = (long)mWeb3.Eth.Blocks.
        GetBlockWithTransactionsHashesByNumber.SendRequestAsync(
            new BlockParameter(lastBlock)).Result.Timestamp.Value;
}

// записываем в строку необходимые данные в нужном виде
string s = string.Format("{0};{1};{2};{3}",
    lastBlock, lastBlockTimestamp, res0, res1);

// сохраняем строку в файл
writer.WriteLine(s);
}
}

```

Поскольку в данных Binance содержатся цены на начало каждой секунды, а в блокчейне Ethereum время между блоками составляет 12 секунд, то для корректного сравнения цен из каждого блока Ethereum берётся цена Binance на начало той же самой секунды. В блокчейне цена Uniswap меняется не каждый блок (т.к. в некоторых блоках торгов может не быть), поэтому дополнительно к полученным данным блокчейна — при отсутствии торгов в блоке — используется цена предыдущего блока. Таким образом на основе исходных данных получаются данные для 213482 блоков: дата и время, цена Binance и цена Uniswap на момент создания каждого блока.

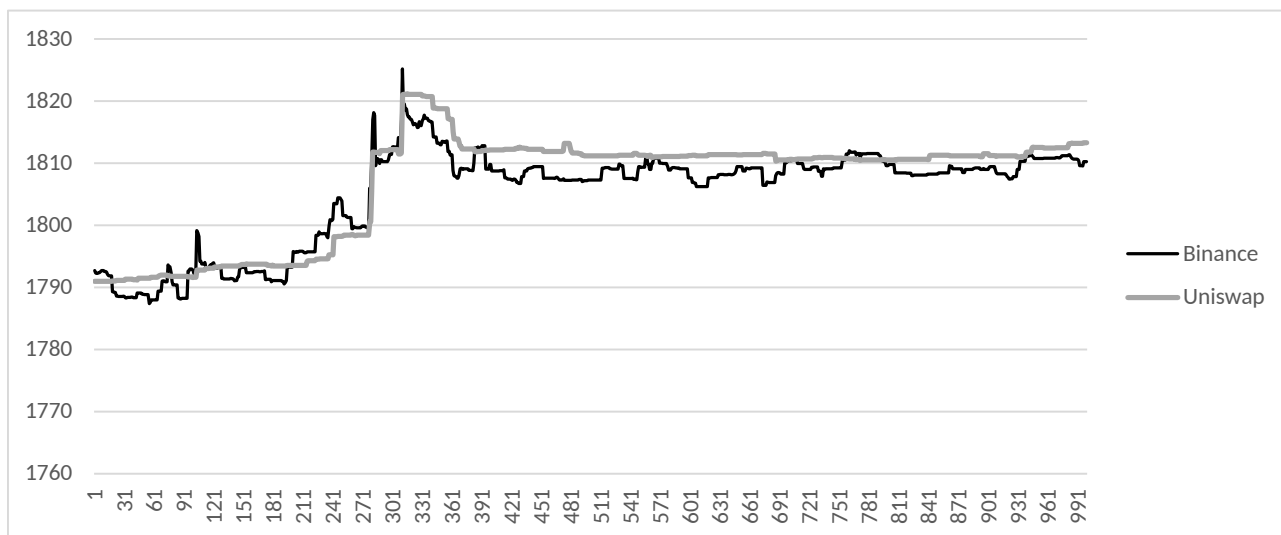


Рис. 1. Сравнение текущей цены ETH/USD в биржах Binance и Uniswap в первые 1000 блоков исследуемого временного интервала

Сравнение цены обмена в Uniswap и Binance

В идеальном мире и при отсутствии комиссий за торговлю, цены на биржах Uniswap и Binance должны быть равны, т.к. иначе существует возможность получить практически безрисковую прибыль — купив ETH за меньшую цену на одной бирже, одновременно продав такое же количество ETH на другой бирже за большую цену.

На практике же наличие комиссий не позволяет ценам сравняться. Комиссия на бирже Uniswap составляет 0.3 % от суммы обмена. Таким образом, если, например, цена 1 ETH на бирже Binance составляет 1003 USDT, а на бирже Uniswap — 1000 USDT, то реальная стоимость покупки 1 ETH будет 1000 USDT + комиссия в 3 USDT, итого 1003 USDT, т.е. безрисковая прибыль отсутствует, хотя цены отличаются на 0.3 %. Кроме того, за операцию обмена в блокчейне также придется заплатить стоимость газа транзакции, которая не зависит от суммы обмена, но может составлять существенный процент при маленьких суммах обмена, что также влияет на разницу цен Binance и Uniswap: чем меньше объем ликвидности, тем больше стоимость транзакции влияет на прибыльность операции. Таким образом, можно ожидать, что цены Binance и Uniswap будут достаточно близкими, но могут отличаться на размер комиссии (0.3 %) или немного больше (в зависимости от цены газа транзакции). На рисунке 1 приведены графики цен ETH/USDT на бирже Binance и Uniswap в первые 1000 блоков исследуемого временного интервала.

Как видно из рисунка 1, цена ETH/USDT в Binance подвержена большей волатильности, чем цена ETH/USDT в Uniswap, что подтверждается расчетами статистических показателей изменения цен (таблица). Кроме того, заметны продолжительные периоды, когда цена Uniswap стабильно выше (или ниже) цены Binance, что можно объяснить комиссией и стоимостью транзакций в сети Ethereum, что делает обмен в Uniswap невыгодным по сравнению с обменом в Binance даже при долгом расхождении цен. Это еще нагляднее видно на графиках среднеарифметических цен за 5-минутные интервалы времени на рисунке 2.

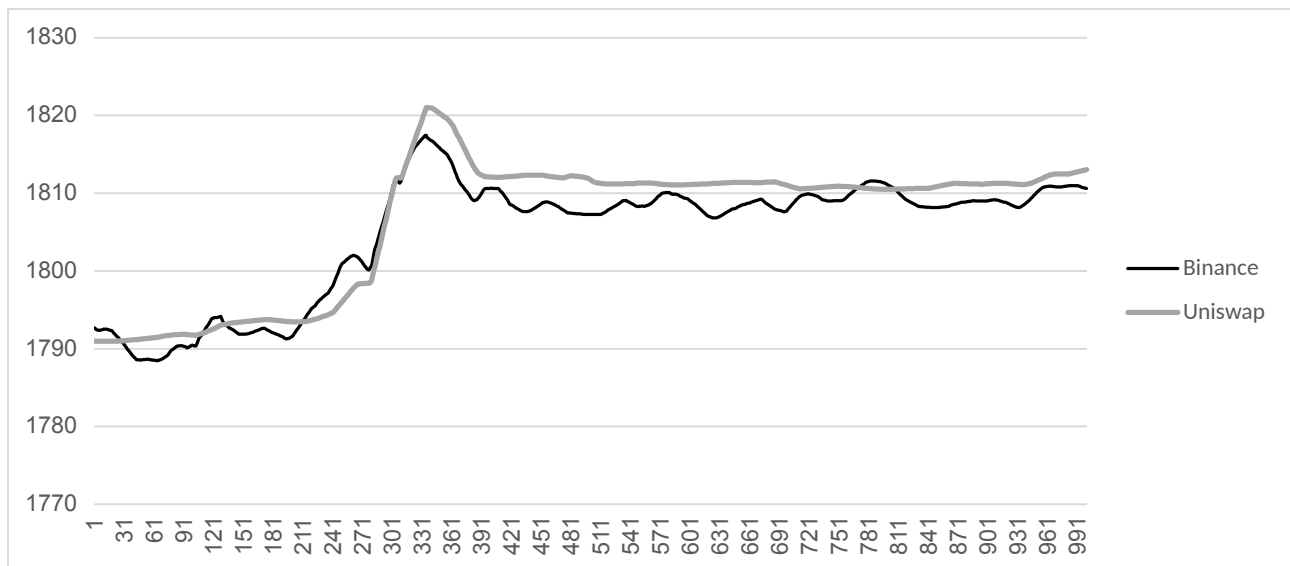


Рис. 2. Сравнение средней цены ETH/USDT за 5-минутные интервалы в биржах Binance и Uniswap в первые 1000 блоков исследуемого временного интервала

На рисунке 3 показаны графики отклонения текущих и средних (за 5 минут) цен Binance от цен Uniswap в процентах.

Как видно из рисунка 3, отклонение цен Binance и Uniswap находится в границах 0.3%-й комиссии, однако внутри этих границ отклонение продолжительное время может сохранять один и тот же знак, что указывает на зависимость будущих значений этого ряда от предыдущих. В статистике для определения степени связи уровней ряда за один или несколько периодов используется коэффициент автокорреляции. Высокое значение этого коэффициента (близкое к 1) показывает высокую зависимость, а низкое значение (близкое к 0) — низкую зависимость.

В таблице указаны коэффициенты автокорреляции отклонения цены Binance от цены Uniswap разного порядка. Как видно из таблицы, отклонение между ценами обладает достаточно высокой степенью автокорреляции даже на 30-минутном интервале (хотя с увеличением временного интервала автокорреляция уменьшается). Другими словами, текущее отклонение цен является очень сильным предсказателем будущего отклонения цен.

Высокая автокорреляция отклонения цен позволяет использовать простой алгоритм предска-

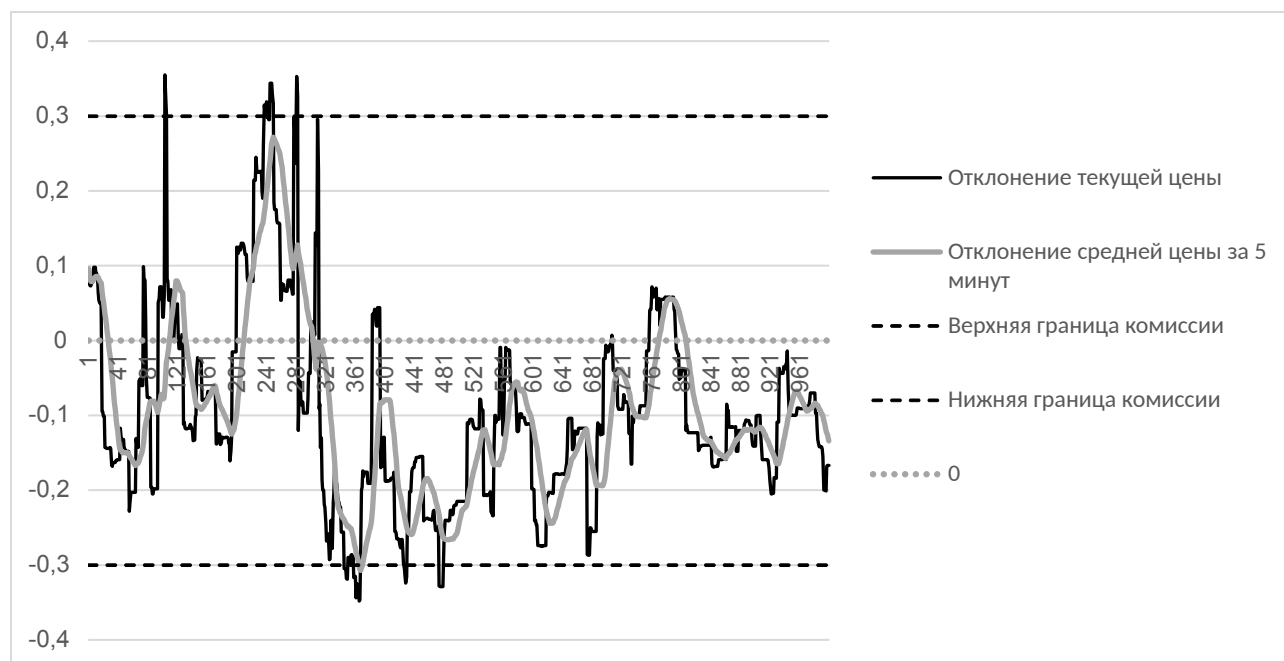


Рис. 3. Отклонение цены ETH/USDT на бирже Binance от цены на бирже Uniswap в первые 1000 блоков исследуемого временного интервала

Таблица

Статистические параметры изменения цены в исследуемом временном интервале

Параметр	Binance	Uniswap	Отклонение Binance от Uniswap
Волатильность (годовая)	42 %	29 %	267 %
Стандартное отклонение	0,026 %	0,018 %	0,16 %
Автокорреляция(12 секунд)	0,023	0,021	0,987
Автокорреляция(1 минута)	-0,003	0,017	0,939
Автокорреляция(5 минут)	0,01	0,013	0,764
Автокорреляция(30 минут)	0,003	0,004	0,29

ния будущих отклонений (и средних отклонений) цен:

- если текущее отклонение больше 0, то чем оно больше, тем больше ожидаемое отклонение в будущем;

- если текущее отклонение меньше 0, то чем оно меньше, тем меньше ожидаемое отклонение в будущем.

Чтобы точнее определить ожидаемое отклонение в зависимости от текущего отклонения, было проведено математическое моделирование, которое определяло среднее отклонение через интервал времени T в зависимости от текущего отклонения. Для этого текущее отклонение разбивалось на 60 интервалов (от -0.3 % до 0.3 % с шагом в 0.01 %) и для отклонения, попадающего в каждый из интервалов, считалось среднее отклонение через время T .

Результат моделирования представлен на рисунке 4.

Как видно из рисунка 4, текущее отклонение очень точно предсказывает будущее среднее отклонение. При этом чем меньше период предсказания, тем ближе будущее среднее отклонение к текущему отклонению. Через 1 минуту среднее будущее отклонение примерно равно текущему отклонению, через 10 минут будущее среднее отклонение равно примерно половине текущего отклонения, а через 30 минут — примерно одной третьей от текущего отклонения.

Статистическая уязвимость средних цен АММПП

Проведенное исследование сравнения реальных цен обменов в АММПП Uniswap v2 с ценами обменов на бирже Binance показало, что отклонение средних цен Uniswap от Binance не превышает

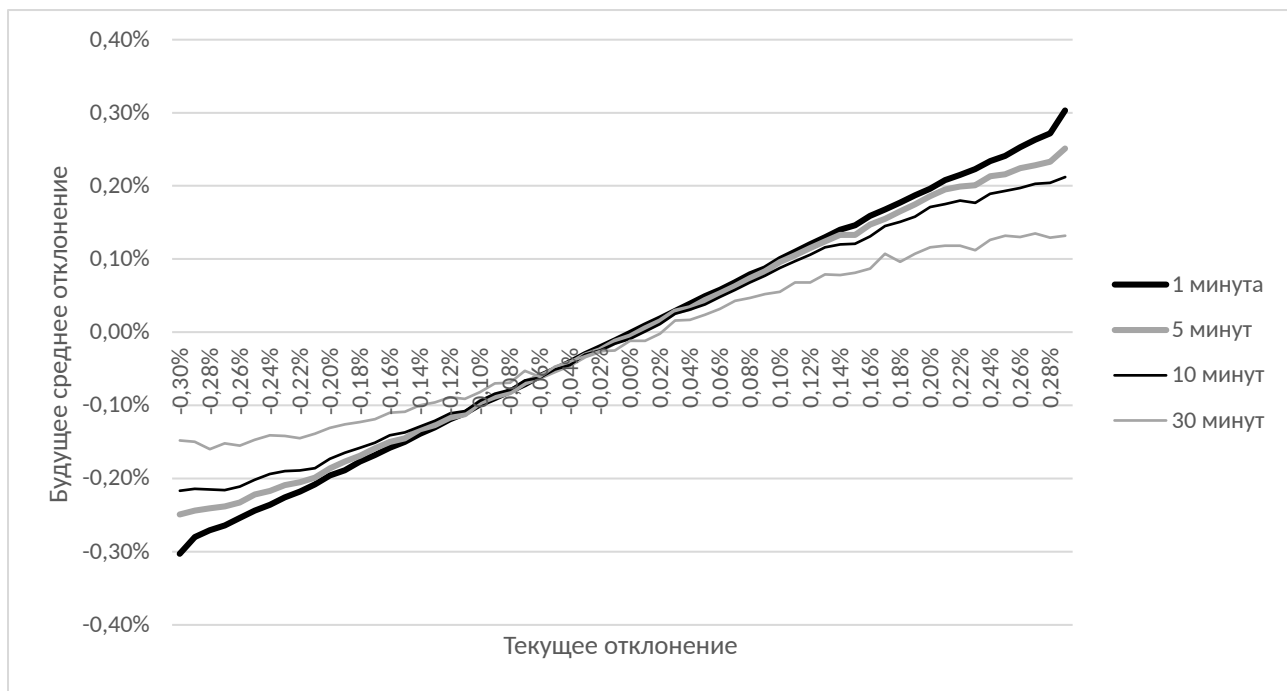


Рис. 4. Зависимость будущего среднего отклонения цен ETH/USDT от текущего отклонения за разный период прогнозирования

(или может несущественно превышать) комиссию Uniswap v2 (0.3 %). Поэтому приложения, которые не требуют точности оракула цены, лучше, чем комиссия (0.3 %), могут использовать оракулы средних цен АММПП.

В то же время если приложение требует большей точности оракула средних цен, то такие приложения могут быть потенциально уязвимы из-за высокой предсказуемости отклонения цен АММПП от рыночной цены.

Например, приложение, которое позволяет совершать обмен или торговлю производными инструментами по средней цене Uniswap за следующие 5 минут, но с пониженной комиссией (например, 0,1 %), будет иметь критическую статистическую уязвимость. Умный пользователь может предсказать, что при текущей разнице Uniswap с Binance 0.3 % или больше — средняя цена обмена за следующие 5 минут будет в среднем на 0,25% выше, чем в Binance. Этот пользователь продаёт 1 ETH в приложении и одновременно начинает покупать по 0,04 ETH каждые 12 секунд на бирже Binance. В результате через 5 минут пользователь купит 1 ETH на бирже Binance по средней цене за 5 минут, и одновременно продаст 1 ETH в уязвимом приложении по цене на 0,25% выше, чем в Binance. После уплаты 0,1% комиссии приложению, пользователь получит прибыль в 0,15% за 5 минут обмена. Проведя множество аналогичных операций, пользователь получит большую прибыль за короткое время за счет средств уязвимого приложения, т.е. из-за статистической уязвимости приложение понесет за короткое время финансовые потери в размере, близком ко всем вложенным в приложение средствам.

Заключение

В данном исследовании на основании данных реальных торгов бирж Binance и Uniswap v2 по обмену криптовалют ETH и USDT выявлены статистические особенности изменения цены обмена автоматических маркет-мейкеров постоянного производства, связанные со взимаемой комиссией. В частности, установлена высокая степень автокорреляции отклонения цен Uniswap от Binance, что позволяет достаточно точно предсказывать будущее отклонение цен, не превышающее размер комиссии. В результате математического моделирования показаны конкретные значения предсказаний в зависимости от временного интервала предсказания. Эта статистическая особенность может привести к критической статистической уязвимости в приложении, использующем оракул цены Uniswap.

На основании проведенного исследования можно определить рекомендации по устранению найденной статистической уязвимости для разработчиков и аудиторов по безопасности. Данные рекомендации применимы только для тех приложений, которые требуют точности цены оракула, лучше,

чем комиссия АММПП. В этом случае можно предложить 3 способа устранения статистической уязвимости в зависимости от потребностей и возможностей приложения:

1. Увеличить комиссию приложения до уровня, который компенсирует потенциальные потери и сделает статистическую атаку убыточной. Нужно учитывать особенности приложения при определении минимальной комиссии. Так, для приложения, позволяющего совершать обмен по средней цене оракула цены за 5 минут, минимальная комиссия для устранения уязвимости будет составлять 0,25 %. В то же время, для приложения, позволяющего торговать по утроенной средней цене оракула за 5 минут, минимальная комиссия будет в 3 раза больше — 0,75 %.

2. Увеличить интервал времени расчета средней цены. Например, увеличив среднее время для расчета цены обмена с 5 минут до 30 минут, можно снизить минимальную цену комиссии до 0,15 % вместо 0,25 %.

3. Выбрать другой оракул цен. В частности, вместо Uniswap v2 можно выбрать рынок обмена Uniswap v3 с базовой комиссией 0,05 %. Таким образом, минимальная комиссия приложения для такого рынка может составлять также 0,05 %.

Несмотря на то, что исследование проводилось на основе данных Uniswap v2, все полученные результаты применимы и к другим АММПП, в то числе к Uniswap v3, т.к. базовые предпосылки существования статистической уязвимости не зависят от конкретной реализации АММПП. В то же время другие автоматические маркет-мейкеры (такие, как Uniswap v3) могут иметь и другие факторы, влияющие на среднюю цену, поэтому дальнейшие исследования в этом направлении могут включать изучение статистических уязвимостей цен других АММ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schar F. Decentralized Finance: On Blockchain- and Smart Contract-Based Financial Markets. *Federal Reserve Bank of St. Louis*. 2021;103(2):153–174. DOI: 10.20955/r.103.153-74.
2. Mohan V. Automated Market Makers and Decentralized Exchanges: a Defi Primer. *Financial Innovation*. 2022;8(20). DOI: 10.2139/ssrn.3722714.
3. Angeris G., Chitra T. Improved Price Oracles. *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Advances in Financial Technologies*. 2020. DOI: 10.1145/3419614.3423251.
4. Peterson J., Krug J., Zoltu M., Williams A.K., Alexander S. Augur: a Decentralized Oracle and Prediction Market Platform. 2020. *arXiv:1501.01042 [cs.CR]*.
5. Angeris G., Evans A., Chitra T. When Does the Tail Wag the Dog? Curvature and market Making. 2020. *arXiv:2012.08040 [q-fin.TR]*.
6. Pourpouneh M., Nielsen K., Ross O. Automated Market Makers. *IFRO Working Paper*. 2020. Режим доступа: https://ideas.repec.org/p/foi/wpaper/2020_08.html.
7. Barbon A., Rinaldo A. On the Quality of Cryptocurrency Markets: Centralized Versus Decentralized Exchanges. 2021. *arXiv:2112.07386 [q-fin.TR]*.
8. Lehar A., Parlour A., Christine A. Decentralized Exchanges. 2021. DOI: 10.2139/ssrn.3905316.
9. Wu S. et al. DeFiRanger: Detecting Price Manipulation Attacks on DeFi Applications. 2021. *ArXiv:2104.15068 [Cs]*.
10. Binance Exchange. Режим доступа: <https://www.binance.com>.
11. Binance Market Data. Daily Spot ETH/USDT, 1-second interval. Режим доступа: <https://data.binance.vision/?prefix=data/spot/daily/klines/ETHUSDT/1s/>.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-10

УТОЧНЕНИЕ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ В ЛИНИЯХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ ПУТЕМ УЧЕТА ИЗМЕНЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛИНИЙ ВО ВРЕМЕНИ

А. Я. Бигун^{1,a}, В. В. Рыжаков^{1,b}, Л. В. Владимиров^{1,c}, Ю. Е. Дроздова^{2,c}

¹ Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

² Омский государственный технический университет, г. Омск, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6004-0974>,  bigun_aya@surgu.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9664-4227>, ryzhakov_vv@surgu.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7208-0893>, vladimirov_lv@surgu.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-4043-5665>, drozdova1010@mail.ru

Аннотация: в работе представлен расчет потерь электрической энергии с учетом нестационарности тепловых процессов в проводах воздушных линий, возникающих из-за изменения режимных и климатических факторов (скорости и направления ветра, температуры окружающей среды). Для расчетов использовался метод, базирующийся на решении уравнения теплового баланса в нестационарном тепловом режиме проводов с возможностью расчета потерь электрической энергии, а также проводился расчет с учетом рекомендаций данных в приказе Министерства энергетики РФ от 30.12.2008 г. №326. Особенностью производимого расчета потерь электрической энергии при нестационарном режиме является применение метода, позволяющего сразу рассчитать их. Произведено сравнение полученных данных, выявлены расхождения, и представлена экономическая оценка расхождений.

Ключевые слова: провод, нагрев, тепловой режим, погодные условия, потери энергии.

Для цитирования: Бигун А. Я., Рыжаков В. В., Владимиров Л. В., Дроздова Ю. Е. Уточнение потерь энергии в линиях электропередачи путем учета изменения сопротивления линий во времени. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):95–100. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-10.

Поступила в редакцию: 02.08.2023.

В окончательном варианте: 02.09.2023.

ACCURATE ESTIMATION OF ENERGY LOSSES IN POWER LINES CONSIDERING THE RESISTANCE VARIATION IN TIME

A. Ya. Bigun^{1,a}, V. V. Ryzhakov^{1,b}, L. V. Vladimirov^{1,c}, Yu. E. Drozdova^{2,d}

¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation

² Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6004-0974>,  bigun_aya@surgu.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9664-4227>, ryzhakov_vv@surgu.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7208-0893>, vladimirov_lv@surgu.ru

^d ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-4043-5665>, drozdova1010@mail.ru

Abstract: this study estimates the electrical power losses in overhead power lines taking into account transient thermal processes caused by changes in operating and ambient conditions (wind speed and direction, air temperature). We solved the heat balance equation for the transient thermal condition of the wires to obtain the electrical power losses as specified in the Directive No. 326 of the Russian Ministry of Energy dated December 30, 2008. The proposed method directly estimates the losses. We analyzed the results, found discrepancies and performed a feasibility study.

Keywords: wire, heating, thermal conditions, weather conditions, energy loss.

Cite this article: Bigun A. Ya., Ryzhakov V. V., Vladimirov L. V., Drozdova Yu. E. Accurate Estimation of Energy Losses in Power Lines Considering the Resistance Variation in Time. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):95–100. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-10.

Original article submitted: 02.08.2023.

Revision submitted: 02.09.2023.

С ростом, наблюдающимся во всех отраслях, остро встает вопрос по обеспечению этих отраслей электрической энергией в необходимом объеме и установленного качества [1–3]. Для обеспечения потребителей электрической энергией есть несколько путей, а именно: повышение энергоэффективности оборудования на стороне потребителя, повышение выработки электрической энергии,

т. е. строительство и ввод в эксплуатацию новых генерирующих мощностей. Для реализации задач по повышению эффективности разработаны и приняты к исполнению ряд нормативных документов: распоряжение Правительства Российской Федерации от 9 июня 2020 г. № 1523-р «Об утверждении Энергетической стратегии Российской Федерации на период до 2035 года», распоряжение Правительства Российской Федерации от 3 апреля 2013 г. №511-р (ред. от 29 ноября 2017 г.) «Об утверждении Стратегии развития электросетевого комплекса Российской Федерации», постановление Правительства Российской Федерации от 15 апреля 2014 г. № 321 (ред. от 12 декабря 2022 г.) «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Энергоэффективность и развитие энергетики». Одним из них является госпрограмма «Энергосбережение и повышение энергетической эффективности», в которой указаны мероприятия по максимальному снижению потерь при производстве, передаче и потреблении энергии. Для эффективной реализации мероприятий, указанных в госпрограмме, необходимо наиболее точно определять потери в каждом элементе сети.

Расчет потерь электрической энергии регламентируется приказом Министерства энергетики РФ от 30.12.2008 г. №326 «Об организации в Министерстве энергетики Российской Федерации работ по утверждению нормативов технологических потерь электроэнергии при ее передаче по электрическим сетям» (с изменениями и дополнениями). Согласно пункту 12 раздела 2 «Расчет активных сопротивлений линий, шинопроводов, обмоток трансформаторов (автотрансформаторов)», мы должны учитывать температуру провода, но имеются некоторые пояснения: при отсутствии данных о температуре провода она принимается равной 20°C. Такой подход к расчету не приемлем, так как охлаждение и нагрев провода зависит от многих факторов: скорость ветра, температура окружающего воздуха, ток нагрузки, а также солнечное излучение [4-5]. Поэтому потери, рассчитанные согласно пункту 12, будут отличаться от реальных. Для учета всех вышеизложенных факторов разрабатываются методы, рассчитывающие температуру провода в стационарном тепловом режиме линий электропередачи [6] и в нестационарном режиме [7-8]. Наибольший интерес представляют методы, рассчитывающие температуру провода в онлайн-режиме, так как они учитывают все изменения.

Произведем расчет потерь электрической энергии в схеме, изображенной на рисунке 1, в которую входит источник и 3 потребителя. Расчет будет производиться, как указано в приказе, и методом, учитывающим изменения климатических и режимных факторов [7].

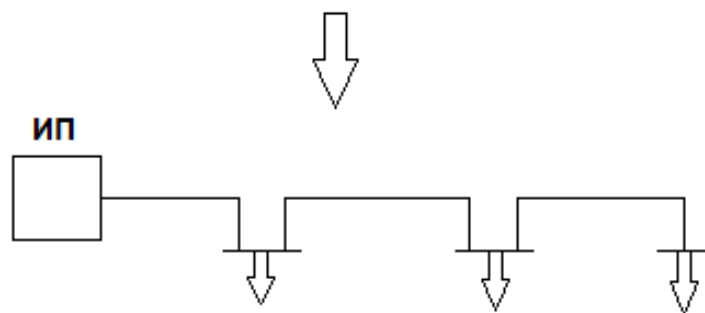


Рис. 1. Структурная схема

На рисунке 2 изображена расчетная схема, на которой видно, что у потребителей имеется 2 секции шин, соединенные между собой секционными выключателями, а также для каждой секции имеются свои линии, всего 6 линий. Использована марка провода модели ACCR 195-T20, сечением 99/20. Во всех режимах напряжение у потребителя не снижалось и не превышало допустимые значения. Расчет токов в линиях был произведен при помощи программы EnergyCS Режим.

На основании полученных значений токов (таблица 1) производился расчет температуры провода и потерь электрической энергии. Потери электрической энергии рассчитывались при температуре окружающей среды 20°C, скорость ветра 0,6 м/с, согласно стандарту организации ОАО «ФСК ЕЭС», №56947007-29.240.55.143-2013 «Методика расчета предельных токовых нагрузок по условиям сохранения механической прочности проводов и допустимых габаритов воздушных линий». Указанные условия соответствуют минимальным значениям скорости ветра и являются наихудшими условиями

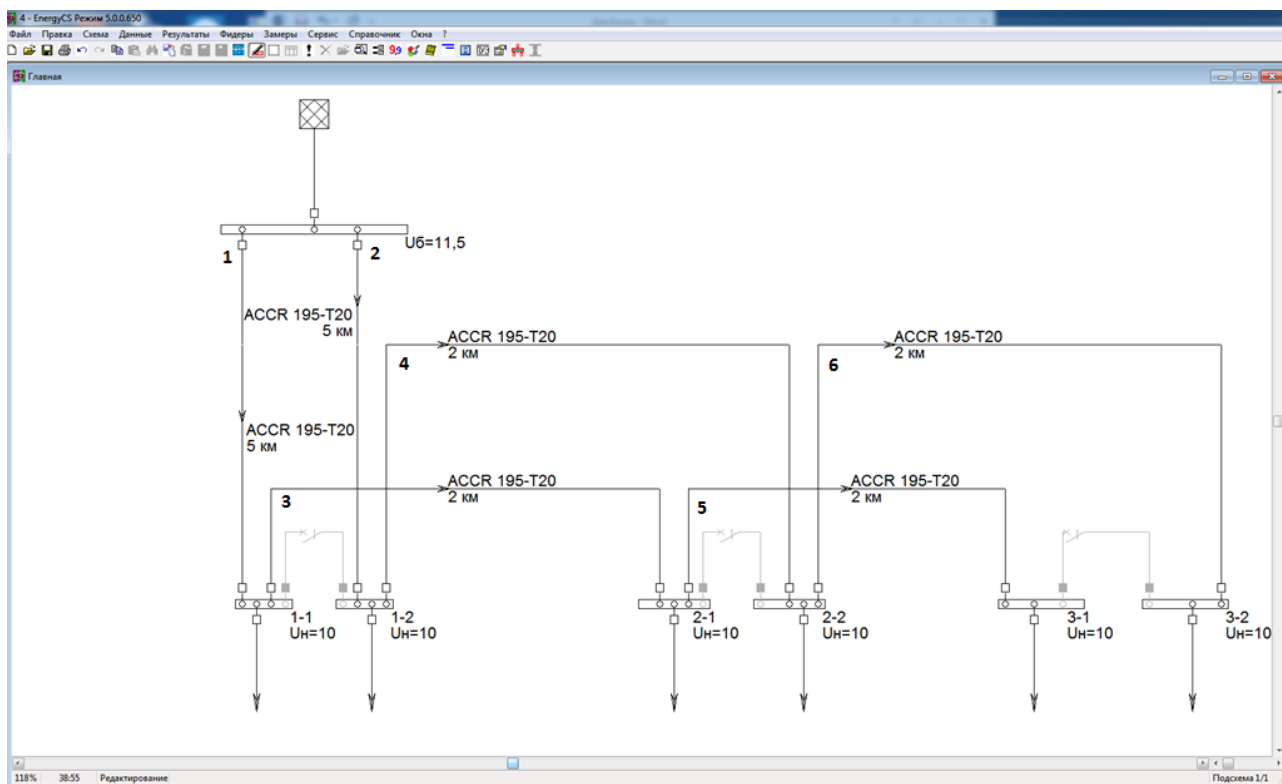


Рис. 2. Модель в EnergyCS

охлаждения. Угол атаки ветра (K_v) был принят равным 1. При расчетах было сделано допущение, что ток в линиях изменяется мгновенно.

Результаты расчета температуры по линиям представлены на рисунке 3. Из представленной зависимости видно, что в начальный момент времени было принято, что ток в линиях отсутствовал, и, соответственно, температура провода была равна температуре окружающей среды. При плотности тока ниже 1 А/мм^2 температура провода выше температуры окружающей среды на значения от $0,8^\circ\text{C}$ до $2,1^\circ\text{C}$, при плотности тока более 1 А/мм^2 температура повышается значительно.

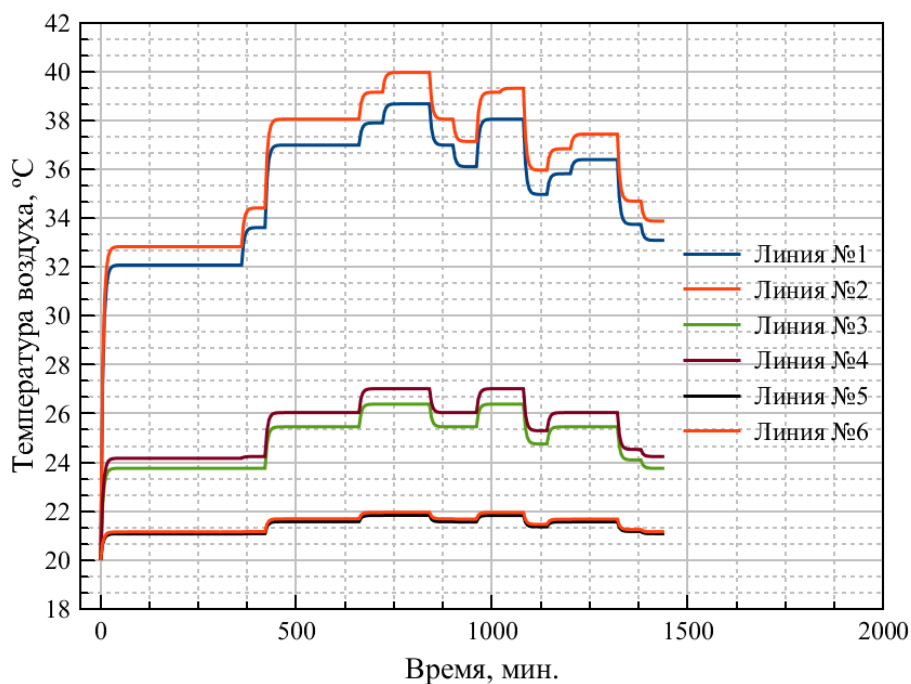


Рис. 3. Изменение температуры в линиях № 1–6

Таблица 1

Расчет токов

Время, ч	Ток в линии 1, А	Ток в линии 2, А	Ток в линии 3, А	Ток в линии 4, А	Ток в линии 5, А	Ток в линии 6, А
1	203	209	115	121	62,6	64,7
2	203	209	115	121	62,6	64,8
3	203	209	115	121	62,6	64,8
4	203	209	115	121	62,6	64,8
5	203	209	115	121	62,6	64,8
6	203	209	115	121	62,6	64,8
7	215	221	115	122	62,9	65,1
8	239	246	138	145	75,2	77,8
9	239	246	138	145	75,2	77,8
10	239	246	138	145	75,2	77,8
11	239	246	138	145	75,2	77,8
12	245	253	149	156	80,9	83,5
13	250	258	149	156	81	83,6
14	250	258	149	156	81	83,6
15	239	246	138	145	75,2	77,8
16	233	240	138	145	75	77,6
17	246	253	149	156	80,9	83,5
18	246	254	149	156	80,9	83,5
19	225	232	129	136	70,2	72,6
20	231	238	138	145	75	77,5
21	235	242	138	145	75,1	77,6
22	235	242	138	145	75,1	77,6
23	216	223	120	126	65,3	67,4
24	211	217	115	122	62,8	65

Особенностью применяемого метода [8] является возможность расчета потерь электрической энергии за переходный тепловой процесс. Результаты расчетов представлены в таблице 2. При плотности тока до 1 А/мм^2 разность потерь составляет 0,1 кВт, при плотности тока незначительно выше 1 А/мм^2 разность составляет 0,9–1,1 кВт, а при плотности тока более 1 А/мм^2 разность составляет от 18,8 кВт до 21,5 кВт. Суммарная разность представлена в таблице.

Для оценки финансовых потерь приняли, что средняя температура воздуха равна 20°C 95 суток. Данные значения средней температуры воздуха в летний период соответствуют значительной территории нашей страны. Потери электрической энергии по линиям равны:

- для первой линии — 27756,64 кВт/ч;
- для второй линии — 33894,26 кВт/ч;
- для третьей линии — 1335,11 кВт/ч;
- для четвертой линии — 1629,49 кВт/ч;
- для пятой линии — 113,54 кВт/ч;
- для шестой линии — 129,31 кВт/ч.

После суммирования по всей схеме потери электрической энергии за лето составили 64858,35 кВт/ч. Приняв тариф 5 рублей за кВт/ч, получаем 324291 рубль 75 копеек. Данная сумма значительна для схемы, где суммарная длина линий 18 км.

Если рассмотреть данный вопрос относительно всех распределительных сетей, то размеры потерь примут масштабные значения, так как протяженность этих линий составляет сотни тысяч километров. Стоит отметить, что рассмотрен вопрос при средней летней температуре и малой скорости ветра (значения штиля). Если же его рассматривать относительно температур и скоростей ветра в ре-

Таблица 2

Расчет потерь

Время, ч	Линия 1		Линия 2		Линия 3		Линия 4		Линия 5		Линия 6	
	Нестационационный режим, кВт	При 20°C, кВт	Нестационационный режим, кВт	При 20°C, кВт	Нестационационный режим, кВт	При 20°C, кВт	Нестационационный режим, кВт	При 20°C, кВт	Нестационационный режим, кВт	При 20°C, кВт	Нестационационный режим, кВт	При 20°C, кВт
1	175,8	168,5	186,8	178,6	21,9	21,6	24,3	23,9	6,4	6,4	6,9	6,8
2	176,6	168,5	187,7	178,6	22,0	21,6	24,3	23,9	6,4	6,4	6,9	6,9
3	176,6	168,5	187,7	178,6	22,0	21,6	24,3	23,9	6,4	6,4	6,9	6,9
4	176,6	168,5	187,7	178,6	22,0	21,6	24,3	23,9	6,4	6,4	6,9	6,9
5	176,6	168,5	187,7	178,6	22,0	21,6	24,3	23,9	6,4	6,4	6,9	6,9
6	176,6	168,5	187,7	178,6	22,0	21,6	24,3	23,9	6,4	6,4	6,9	6,9
7	199,1	189,0	211,0	199,7	22,0	21,6	24,8	24,3	6,5	6,5	7,0	6,9
8	249,0	233,6	264,8	247,4	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	10,0	9,9
9	249,3	233,6	265,1	247,4	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	10,0	9,9
10	249,3	233,6	265,1	247,4	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	10,0	9,9
11	249,3	233,6	265,1	247,4	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	10,0	9,9
12	262,7	245,4	281,5	261,7	37,2	36,3	40,9	39,8	10,8	10,7	11,5	11,4
13	274,4	255,6	293,6	272,2	37,2	36,3	40,9	39,8	10,8	10,7	11,5	11,4
14	264,8	255,6	293,7	272,2	37,2	36,3	40,9	39,8	10,8	10,7	11,5	11,4
15	249,4	233,6	265,3	247,4	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	10,0	9,9
16	236,2	222,0	251,6	235,5	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	9,9	9,8
17	264,9	247,4	281,4	261,7	37,2	36,3	40,9	39,8	10,8	10,7	11,5	11,4
18	265,1	247,4	284,0	263,8	37,2	36,3	40,9	39,8	10,8	10,7	11,5	11,4
19	219,5	207,0	234,3	220,1	27,7	27,2	30,9	30,3	8,1	8,1	8,7	8,6
20	231,8	218,2	247,0	231,6	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	9,9	9,8
21	240,4	225,8	255,9	239,5	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	9,9	9,8
22	240,5	225,8	256,0	239,5	31,8	31,1	35,2	34,4	9,3	9,2	9,9	9,8
23	201,3	190,8	215,4	203,3	23,9	23,6	26,4	26,0	7,0	7,0	7,5	7,4
24	191,5	182,0	203,2	192,5	22,0	21,6	24,8	24,3	6,5	6,5	6,9	6,9
Потери за 24 ч.	5383,156	5090,981	5759,099	5402,317	699,766	685,7122	774,257	757,1045	204,282	203,0869	218,386	217,0249
Разность	292,1752		356,7817		14,05378		17,15248		1,195125		1,361147	

альном времени, можно получить наиболее точные значения. Также стоит отметить, что методы, базирующиеся на решении уравнения теплового баланса при нестационарном тепловом режиме проводов воздушных линий, позволяют с наибольшей эффективностью эксплуатировать линии. Из вышеизложенного следует, что организации сетевого комплекса и потребители заинтересованы в использовании такого подхода в расчете.

ЛИТЕРАТУРА

- Игнатенко И. В., Власенко С. А., Пазенко Н. П., Сунь Ю. Обеспечение работоспособности воздушных линий электропередачи путём сохранения габарита при пропуске токов повышенной величины. *Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема*. 2019;4:25–34.
- Шепелев А. О., Гиршин С. С., Ткаченко В. А., Северинов Р. А. Практические способы реализации методов расчёта установившихся режимов электрических систем с учётом температурной зависимости активных сопротивлений. *Ученые Омска — региону* : Материалы V Региональной научно-технической конференции, Омск, 13–14 октября 2020 года / Под общей редакцией Л. О. Штриплинга. Омск: Омский государственный технический университет; 2020. С. 119–123.
- Шепелев А. О., Шепелева Е. Ю. Исследование несинусоидальных режимов работы электрооборудования в системе электроснабжения с 6-пульсным преобразователем. *Вестник Югорского государственного университета*. 2022;2:68–78. DOI: 10.18822/byusu20220268-78.

4. Васьковская А. В., Шепелев А. О., Шепелева Е. Ю. Определение максимально допустимого перетока активной мощности в сечении с учетом тепловых режимов линий электропередачи. *Вестник Югорского государственного университета*. 2023;1(68):131-138. DOI: 10.18822/byusu202301131-138.
5. Фигурнов Е. П., Харчевников В. И. Опыты по нагреву неизолированных проводов воздушных линий. *Электрические станции*. 2016;11:41–47.
6. Петрова Е. В., Гиршин С. С., Ляшков А. А., Бигун А. Я. Аналитическое решение уравнения теплового баланса провода воздушной линии в условиях вынужденной конвекции. *Современные проблемы науки и образования*. 2015;1(1):218. EDN: VIDWFF.
7. Girshin S. S., Bigun A. Y., Petrova E. V. *Analysis of Dynamic Thermal Rating of Overhead Power Lines in the Conditions of Forced Convection Considering Non-Linearity of Heat Transfer Processes*. International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2016. Chelyabinsk: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.; 2016. P. 7911434. DOI: 10.1109/ICIEAM.2016.7911434. EDN: XNBLQG.
8. Пазенко Н. П., Пухова А. И., Игнатенко И. В. Разработка математической модели расчета габарита провода воздушной линии электропередачи для определения предельных токовых нагрузок. *Транспорт Азиатско-Тихоокеанского региона*. 2019;2:40–43. EDN: HKMVVG.

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-11

СУЩЕСТВУЕТ ЛИ СВЯЗЬ МЕЖДУ «MANY-WORLDS INTERPRETATION» И «MANY-MINDS INTERPRETATION» В БИОКИБЕРНЕТИКЕ?

А. Ю. Кухарева^а, Е. Г. Мельникова^б, И. А. Байтуев^в, М. А. Филатов^г

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

^а alja.87@mail.ru, ^б pion_mma@mail.ru, ^в imambaytuev@gmail.com, ^г  filatovmik@yandex.ru

Аннотация: в 1957 году Х. Эверетт представил гипотезу «многомировой динамики» или «мультивселенной». Последние 20 лет появились работы в области «many-minds interpretation». При этом делаются попытки соединить эти два научных направления в нечто целое. Фактически речь идет об объединении нейронаук (наук о мозге) с квантовой теорией. Это выполнено на базе эффекта Еськова–Зинченко, т. е. на основе доказательства потери эргодичности биосистем. Именно этот эффект раскрывает сильные и слабые стороны квантовой теории сознания М. Б. Менского. Подчеркнем, что эта теория последние 15 лет никем не обсуждается, хотя она заслуживает особого внимания со стороны нейронаук.

Ключевые слова: сознание, неопределённость, квантовая редукция, эффект Еськова–Зинченко.

Для цитирования: Кухарева А. Ю., Мельникова Е. Г., Байтуев И. А., Филатов М. А. Существует ли связь между «many-worlds interpretation» и «many-minds interpretation» в биоклибернетике? *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):101–108. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-11.

Поступила в редакцию: 13.07.2023.

В окончательном варианте: 28.08.2023.

IS THERE A RELATIONSHIP BETWEEN “MANY-WORLDS INTERPRETATION” AND “MANY-MINDS INTERPRETATION” IN BIOCYBERNETICS?

A. Yu. Kukhareva^a, E. G. Melnikova^b, I. A. Baituev^c, M. A. Filatov^d

Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a alja.87@mail.ru, ^b pion_mma@mail.ru, ^c imambaytuev@gmail.com, ^d  filatovmik@yandex.ru

Abstract: in 1957, H. Everett presented the hypothesis of “multi-world dynamics” or “multiverse”. Over the past 20 years, the “many-minds interpretation” approach evolved. Also, there are attempts to combine these two scientific paradigms. It is about combining neurosciences (sciences about the brain) with quantum theory. This was done on the basis of the Eskov-Zinchenko effect, i.e. evidence of the loss of ergodicity of biosystems. It is this effect that reveals the strengths and weaknesses of Mensky’s quantum theory of consciousness. We emphasize that this theory was not discussed for the last 15 years, although it deserves special attention from neuroscientists.

Keywords: consciousness, uncertainty, quantum reduction, Eskov-Zinchenko effect.

Cite this article: Kukhareva A. Yu., Melnikova E. G., Baituev I. A., Filatov M. A. Is there a Relationship Between “Many-Worlds Interpretation” and “Many-Minds Interpretation” in Biocybernetics? *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):101–108. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-11.

Original article submitted: 13.07.2023.

Revision submitted: 28.08.2023.

Введение

Копенгагенская гипотеза коллапса волновой функции ψ противоречит законам квантовой физики и уравнению Шредингера (оно имеет линейный характер). Поэтому остается проблема редукции (коллапса), т. е. перехода от волновой функции к точке в известных опытах с дифракцией электронов (и других квантовых объектов). Фактически мы должны иметь все состояния электрона и после редукции [1], но этого мы не наблюдаем в опытах с дифракцией.

Одним из вариантов выхода из этого кризиса квантовой механики является переход в интерпретации Х. Эверетта. Им была предложена гипотеза «many-worlds interpretation» (гипотеза мультивселенной), которая находит поддержку у многих физиков. В этом случае сумма состояний $\psi_1 + \psi_2 + \dots$ должна оставаться и после опыта для любого квантового объекта.

Напомним, что эту гипотезу подтверждали выдающиеся физики XX века Уиллер и Де Витт [1]. В рамках этой гипотезы возникает возможность описывать квантовые парадоксы и давать некоторую интерпретацию редукции электрона. Однако необходимы внятные этим представлениям модели.

В 1999 году выходит статья В. Л. Гинзбурга, где он поднимает «три великие проблемы физики» [1]. Однако теория Эверетта тоже имеет свои трудности, и в 2005 году М. Б. Менский пытается дать интерпретацию этим проблемам в рамках своей квантовой теории сознания — КТСО [2]. Фактически речь идет о попытке объединения «many-worlds interpretation» — MWI — многомировой теории и «many-minds interpretations» — MMI — квантовой теории сознания в одно целое. Подчеркнем, что это был первый этап такого объединения. Однако в дальнейшем сам Менский не представил этому доказательств.

После открытия эффекта Еськова–Зинченко (ЭЗ) в виде потери эргодичности биосистем и потери однородности любых групп испытуемых [3–11] возникают реальные доказательства КТСО. Отметим, что мы выделяем и сильные, и слабые стороны выбора такого объединения (квантовой теории систем — КТС). Доказаны особые свойства нейронных сетей мозга (НСМ), которые работают в режиме хаоса и многократных ревербераций. Это дает повод для оптимизма в дальнейшем развитии КТС [12–16]. Фактически речь идет о возможности объединения MWI и MMI в нечто целое на базе особых свойств НСМ [3–16].

Что общего между теорией Эверетта–Уиллера–Де Витта и КТС?

Прежде всего, напомним, что квантовая теория перехода (интерпретация) от волновых функций пакета к точке в опытах с дифракцией электрона (и других подобных квантовых объектов) не находит точного экспериментального подтверждения. Это создает трудности для всей квантовой механики. Проблема не решена и до нынешнего времени. При этом речь идет как о теории (линейность уравнения Шредингера), так и об опытах Аспекта [17, 18].

Мы не можем объяснить, как состояние измеренной квантовой системы (явление суперпозиции, волнового пакета перед измерением) в виде: $|\psi\rangle = C_1|\psi_1\rangle + C_2|\psi_2\rangle$ и состоянием прибора $|\varphi_0\rangle$ переходит в конкретную точку на фотопластинке. Подчеркнем, что сам прибор мы тоже рассматриваем как квантовую систему φ_0 .

После осознания результатов измерения остается только одно состояние такой системы: или $|\Psi_1\rangle = |\psi_1\rangle|\varphi_1\rangle$, или $|\Psi_1\rangle = |\psi_2\rangle|\varphi_2\rangle$. Этого требует теория, но в действительности мы имеем только одно состояние прибора и объекта (электрона, например), где $|\varphi_1\rangle$ и $|\varphi_2\rangle$ — состояние прибора после опыта.

В статье Вигнера (1961 год) [1] высказывается гипотеза о том, что результаты таких экспериментов зависят от наблюдателя. Следует отметить, что сейчас неравенства Бэлла (возникают на основе анализа эксперимента Эйнштейна–Подольского–Розена — ЭПР) были опровергнуты рядом экспериментов. Это опровергает предположение о «локальном реализме». Возникают серьезные сомнения в правильности «копенгагенской интерпретации» квантовой редукции.

В опытах Аспекта [17, 18] было доказано нарушение неравенства Бэлла. Фактически это доказывает, что свойства, наблюдаемые при измерении, реально не существуют еще до измерения. Измерение как бы ликвидирует наше незнание об изначальных свойствах, но ситуация уже гораздо сложнее.

В этой связи мы приходим к заключению, что свойства, обнаруженные при измерениях, могут вообще не существовать до измерения. Это следует из опытов Аспекта. В определенном смысле реальность «творится», а не просто познается. Возникает проблема причинно-следственной связи (может ли прошлое определять будущее и наоборот?).

Итак, в квантовой механике реально существует проблема детерминации. И это связано с ролью сознания в проводимом квантовом эксперименте. Подобные рассуждения были представлены М. Б. Менским в [2], где он еще раз подчеркивает: свойства, обнаруженные при измерении, могут вообще не существовать до измерения. Речь идет о потере причинно-следственных связей (прошлое не определяет будущее) для квантовых систем [2].

Появление рассуждений Менского приводит к выводу: суперпозиция, существовавшая перед измерением, не исчезает в результате действия прибора. Математически это означает, что суперпозиция $|\psi\rangle|\varphi_0\rangle = (C_1|\psi_1\rangle + C_2|\psi_2\rangle)|\varphi_0\rangle$ после измерения переходит в суперпозицию: $|\Psi\rangle = C_1|\psi_1\rangle|\varphi_1\rangle + C_2|\psi_2\rangle|\varphi_2\rangle$.

При этом не остается одно из факторизованных состояний, которое является компонентом такой суперпозиции. Это обусловлено линейностью закона эволюции квантовой механики. Мы имеем линейный оператор эволюции на основе линейного оператора Шредингера. Эта линейность дает особые свойства объекту, но эти свойства не подтверждаются в опытах Аспекта [17, 18].

Закон такой эволюции не допускает внезапного исчезновения всех членов эволюции (кроме одного). При редукции (копенгагенская трактовка) волновой функции (при ее коллапсе) остается только одно состояние. Однако так не должно быть по квантовой теории [2].

Подчеркнем, что опыты Аспекта [17, 18] с поляризованными фотонами (что эквивалентно частицам со спинами $\frac{1}{2}$) доказали нарушение неравенств Белла. Отсюда следует, что априорное существование распределения по проекциям спинов (из этого выводятся неравенства Белла) опровергается опытами Аспекта (экспериментально). Возникает существенная проблема причинно-следственных связей для объектов квантового эксперимента. Может ли прошлое определять будущее (и наоборот)? Подчеркнем, что указанные проблемы имеются у нас в ЭЭЗ (нет детерминизма для всех биосистем).

Что общего между теорией Менского (КТС) и ЭЭЗ?

В целом, согласно результатам опытов Аспекта и рассуждений Менского, имеем: свойства, обнаруженные при измерении, могут вообще не существовать до измерения. Именно в этом заключается полная аналогия ЭЭЗ и представлений КТС, опытов Аспекта и представлений М. Б. Менского. В ЭЭЗ мы не можем повторить (статистически) выборку параметров систем третьего типа — СТТ.

Итогом всех этих работ (Аспекта, Менского и др.) является доказательство (proposition) того, что прошлое мало влияет на будущее для квантового объекта. Более того, мы не можем строго полагать, что свойства квантового объекта, которые были обнаружены во время измерения, существовали у объекта до измерения. Возникает полная неопределенность (Uncertainty) и непредсказуемость (Unpredictability) для квантовых систем.

Одновременно мы говорим о том, что суперпозиция, которая была до измерения, никуда не исчезает и после измерения (из-за линейности уравнения Шредингера). Очевидно, что эволюция полной системы во время измерений (при взаимодействии с прибором) должна быть линейной (при эволюции она не исчезает). Именно такие выводы сделал М. Б. Менский [2]. И это создает большие трудности для современной квантовой механики в копенгагенской интерпретации. Необходима новая интерпретация опытов Аспекта [17, 18].

Итог этого анализа — отказ от локального реализма и постулирование тезиса: «Свойство системы, обнаруженное при ее измерении (например, определенная поляризация фотона) могло не существовать до измерения» [2]. Именно такой вывод сделал Менский в своей работе и предложил КТСО. Сейчас становится очевидным, что доказательство ЭЭЗ существенно приближает все биосистемы (СТТ) и, в частности, НСМ, сам мозг к квантово-механическим объектам (системам) — КМС.

Главное в таких приближениях — это аналогия с неопределенностью прошлого и будущего для всех КМС. А именно это и доказывает ЭЭЗ в виде потери эргодичности у всех биосистем. Намечается аналогия между КТС и ЭЭЗ, но с других позиций, чем это делал Менский [2].

Выше мы неоднократно говорили о том, что знание состояния КМС после наблюдения (опыта) не дает нам четкой информации о состоянии КМС до опыта. Справедливо и обратное утверждение: суперпозиция (волновая функция) не дает нам информации о результатах опыта, точнее, суперпозиция не исчезает после опыта. Однако в итоге опыта мы имеем редукцию, т. е. одну точку на фотопластинке, например [2].

Редукция фон Неймана не является единственной интерпретацией результатов опыта. Поэтому в 1957 году Х. Эверетт предложил «*relative state interpretation*», что сейчас обозначается как «*many-worlds interpretation*» Эверетта–Уилера–Де Витта. И именно этот ученый поддерживал идеи Эверетта [1].

В теории Эверетта после опыта мы приходим к суперпозиции вида (из-за запутывания системы с окружающим миром):

$$c_1 | \psi_1 \rangle | \varphi_1 \rangle + c_2 | \psi_2 \rangle | \varphi_2 \rangle .$$

В новой интерпретации вводится сознание наблюдателя (его мозга) в виде $| \mathfrak{x}_0 \rangle$ исходно и в виде двух разных состояний $| \mathfrak{x}_1 \rangle$ и $| \mathfrak{x}_2 \rangle$ после измерения. Два последних состояния запутываются с КМС и прибором, и мы имеем в итоге (после опыта) состояние КМС в виде $c_1 | \psi_1 \rangle | \varphi_1 \rangle | \mathfrak{x}_1 \rangle + c_2 | \psi_2 \rangle | \varphi_2 \rangle | \mathfrak{x}_2 \rangle$.

Это интерпретируется так: в каждом из классических миров наблюдатель фиксирует то, что в нем произошло. В мире 1 наблюдатель 1 находится в состоянии α_1 , а в мире 2 наблюдатель 2 находится в состоянии α_2 . Квантовый мир как бы расслаивается на множество классических миров. Это основа всей ММИ. Из этого исходит и Менский в своих представлениях о КТСО [2].

При этом считается, что все альтернативы после опыта (редукции) исчезают (кроме выбранной). Считается, что сознание разделяется между альтернативами, но индивидуальное сознание (одного наблюдателя) субъективно осуществляет выбор одной альтернативы. Происходит как бы редукция альтернатив на уровне сознания.

Таким образом, возникает довольно обширная аналогия квантовой механики при изучении КМС и НСМ. Впервые это отметил М. Б. Менский, но он не знал о существовании ЭЕЗ, в котором прошлое точно не определяет будущее. Более того, ЭЕЗ доказывает реальность многих альтернатив (в виде набора выборки).

Это является главной аналогией между КМС и любой биосистемой — СТТ, включая и НСМ. Подчеркнем, что такими, якобы квантовыми, свойствами обладают все биосистемы, а не только НСМ. Но Менский рассматривал только мозг и его особые состояния. Мы в ЭЕЗ говорим о подобии КМС любой СТТ, любой биосистеме. Для любой СТТ невозможно повторить (спровоцировать) ее будущее состояние и ее прошлое.

Регуляция любых функций организма человека происходит в режиме квантовой неопределенности. В этом случае будущее состояние СТТ не определяет прошлое состояние СТТ. Причем речь идет не о точечном определении, а о статистическом по всем выборкам. Очевидно и обратное утверждение: прошлое не определяет будущее для СТТ [19–27]. Распадаются все причинно-следственные связи для СТТ, имеется потеря эргодичности.

Это имеет принципиальное значение, о чем никто и никогда не говорил в современной детерминистской и стохастической науке (ДСН). Поясним этот тезис. В детерминизме, например, в теории динамических систем (ТДС) прошлое (знание начального значения $x(t_0)$ вектора состояния системы $x = x(t) = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$, в m -мерном фазовом пространстве состояния (ФПС)) полностью определяет конечное состояние $x(t_f)$. При этом любая фазовая траектория (ФТ) повторима точно (любое число раз). Мы говорим о повторении ФТ по всем точкам, включая начальную $x(t_0)$ и конечную $x(t_f)$.

Причем в ТДС все процессы обратимы и повторяемы. В стохастике этого уже нет. Здесь знание $x(t_0)$ и повторение процесса (измерения) не гарантирует прогноз $x(t_f)$. Попасть в эту конечную точку $x(t_f)$ невозможно (для непрерывных случайных величин — НСВ). И наоборот, знание о $x(t_f)$ не дает нам информацию о состоянии $x(t_0)$. Нет точной (по всем точкам) детерминации, появляется первая complexity.

Поэтому в стохастике мы не работаем с одной точкой $x(t_0)$ или $x(t_f)$. Процесс повторяют много раз и получают облако точек в ФПС. Разработаны правила сравнения таких облаков в ФПС (в статистике). Подчеркнем: при переходе от ТДС к стохастике мы переходим от точки $x(t_0)$ к $x(t_f)$ и в итоге к выборке $x(t_f)$. При этом мы уже измеряем на интервале времени Δt . В детерминизме логика является финитной (поточечной), в стохастике мы работаем с облаком точек в ФПС. Эти облака точек (по всем точкам) никогда не совпадают. Это уже Complexity (по Weaver), появляется неопределенность.

Это принципиально: будущее и прошлое оценивается в ДС по точкам времени t_0 и t_1 , а в стохастике мы работаем с интервалами времени Δt_1 , Δt_2 и т. д. Очень странно, но за 150–200 лет никто не сравнивал выборки одной системы на интервале времени Δt_1 , Δt_2 , ..., Δt_n . Никто даже не пытался это сделать в эксперименте. Все были уверены в силе современной математики (но она не описывает неэргодичные системы).

Почему никто в мире не работал с интервалом времени Δt_1 и не сравнивал выборки на параметрах биосистем? Для нас это остается загадкой. Напомним, что в 1948 году W. Weaver обратил внимание всех ученых на особые свойства СТТ (живых систем), но сам он не был экспериментатором и не установил эти особые свойства СТТ.

Weaver только призывал это изучать. Он призывал выделить СТТ в особый тип систем, который не может быть объектом ДСН. Он призывал сделать новую науку (третья, после ДСН) для описания СТТ. Но никто не обратил внимание на его призывы. Затем был Н. Накен, который в 1969 году пытался создать синергетику как особую науку. Однако особая синергетика не была изучена им (нет особого аппарата, нет учета потери эргодичности).

Из этого ничего не вышло, так как никто из них не открыл потерю эргодичности у СТТ и не вышел за пределы методов и моделей ДСН. Надо было реализовать идеи Weaver. Школа профессора В. М. Еськова это сделала на рубеже XX и XXI веков сначала при изучении движений. Этот коллектив доказал гипотезу Н. А. Берштейна «о повторении без повторений». Причем речь идет об отсутствии «повторений» как в рамках детерминизма, так и в стохастике (всей ДСН).

Далее мы доказали гипотезы W. Weaver в отношении многих разных параметров функций организма человека. В итоге школа профессора В. М. Еськова доказала потерю эргодичности и потерю однородности групп любых параметров функций организма любого человека на планете. Это завершает эпоху ДСН в изучении СТТ.

Итог этих более чем двадцатилетних исследований — мы начали создавать теорию хаоса-самоорганизации (ТХС) и КТСО. Эта КТСО весьма подобна квантовой механике и всей КТС. Однако имеются и некоторые отличия.

Сходство и отличие «many-minds interpretation» от ЭЭЗ и новой КТСО (НКТСО)

Подводя итог всему сказанному выше, надо отметить, что все вышеперечисленное было недоступно ученым (не имели знаний об ЭЭЗ и всего того, что следует из этого ЭЭЗ). Если учитывать потерю эргодичности СТТ и потерю однородности любой группы испытуемых в ТХС, то все сразу становится на свои места. Возникает новая теория сознания на основе ЭЭЗ.

Отметим, что все ученые мира стоят на позициях ДСН. Более того, пять нобелевских лауреатов (J. A. Hill, I. R. Prigogine, M. Gell-Mann, B. Л. Гинзбург, R. Penrose), которые активно занимались изучением биосистем, твердо стояли на позиции стохастики. Основоположник термодинамики неравновесных систем (ТНС) I. R. Prigogine уже отрицал детерминизм, но он верил в стохастику, квантовую механику и теорию динамического хаоса (ТДХ) для СТТ [28].

Все это оказалось иллюзией. Модели ДСН не могут описывать биосистемы — СТТ. Усилия Синая и Арнольда (выдающихся математиков XX века) по построению теории неэргодичных систем тоже не завершились успехом. А вся современная ТДХ просто является мостиком между ТДС и всей стохастикой (из-за аттракторов Лоренца). В этих аттракторах мы имеем равномерное распределение.

В итоге все усилия целого ряда выдающихся ученых мира не приблизили нас к изучению реальных свойств СТТ. На деле оказалось, что изучение истинных свойств СТТ потребует от всей науки таких же усилий, как и процесс перехода в физике начала XX века от классической физики к квантовой физике. ТХС требует создания новой науки и новых моделей для биосистем. Однако эта новая наука должна выйти за пределы ДСН [11–16, 19–27].

На примере НСМ мы сейчас покажем, в чем отличие квантовой механики (КТС) от КТСО, т. е. от поведения НСМ. Одновременно мы покажем определенное сходство между КТС и КТСО на конкретных примерах и моделях. Подчеркнем, что речь идет об опытном обосновании.

Во-первых, главное сходство — это появление неопределенности. В квантовой механике мы уже говорим, что знание результатов опыта (с квантовым объектом) не дает нам информации об исходном (до завершения опыта мы не знаем о состоянии объекта). Выше мы говорим, что свойства, обнаруженные при измерении, вообще могут не существовать до измерения. Нет причинно-следственных связей. Это имеется и в ЭЭЗ.

Для СТТ выборка, полученная на интервале времени Δt_2 , не дает нам объективную информацию о СТТ на предыдущем интервале времени Δt_1 . Имеется аналогия и с обратным утверждением. В КТС мы сейчас отрицаем редукцию волновой функции в представлениях фон Неймана. Мы в опыте (измерениях) наблюдаем одно состояние квантового объекта, но в эволюции волновой функции мы (из-за линейности уравнения Шредингера) должны иметь сразу много состояний. Мы должны наблюдать «many worlds interpretation». Здесь уже возникает существенное противоречие.

Менский в своих представлениях пытается напрямую связать КТС и КТСО, что, видимо, не произойдет когда-либо. Он прямо говорит о том, что сознание оказывается общей частью квантовой физики и психологии. Однако это очень смелая гипотеза, мы сейчас говорим именно о сходстве и различиях в моделях квантовой механики и КТСО, а не об их тождественности. Более того, у нас есть аргументы в поддержку некоторых идей Менского и возражения против его других идей. Подчеркнем, что речь идет об аналогиях, но не о тождестве (полной идентичности).

Очевидно, что человек перерабатывает всю внешнюю информацию и создаёт внутри НСМ некоторую «копию» этого «всего мира». При этом такая «копия» будет у всех разной, и это уже не

учитывает М. Б. Менский. В нашей ТХС все это учитывается путем вариации альтернатив и вариации таких коридоров [3–11]. Делается это в искусственных нейросетях (ИНС) путем многократного запуска настройки ИНС при хаосе начальных весов признаков W_{i0} (на каждой итерации такой настройки).

Менский считает: «Предсказуемость эволюции, характерная для квазиклассических коридоров (представляющих собой огрубленные образы классических траекторий), оказывается абсолютно необходимой в рамках расширенной концепции Эверетта, а классичность эвереттовских миров оказывается необходимой для самого существования сознающих живых существ» [2]. Мы согласны, что такие «миры» в нашем сознании циркулируют непрерывно.

Далее Менский пытается представить сам механизм такой классичности: этот мир с его характерной квантовой нелокальностью живое существо воспринимает не в целом, а в виде отдельных классических проекций. Каждая из таких проекций является «локально предсказуемой». Это следует понимать, как «локальный» сценарий (это и есть жизнь). Подчеркнем, что в ЭЭЗ все такие альтернативы воспроизводятся последовательно, но они реально существуют в НСМ человека. Любой осознанный акт (мысль) всегда существует в подсознательном, но не всегда реализуется легко.

Отключение сознания (по Менскому) в нашей трактовке моделируется введением хаоса в работу НСМ и ИНС. Необходимо заставить работать мозг в самых невероятных режимах. Например, сделать так, чтобы значимое было малозначимым и наоборот. Это сейчас мы задаем в ИНС путем хаотического задания начальных весов w_{i0} всех диагностических признаков ИНС. При этом эти w_{i0} хаотически выбираются из отрезка $[0,1]$, т. е. $w_{i0} \in [0,1]$.

При этом мы заставляем ИНС ревербировать тысячи раз (многократно повторяться). Это является аналогом создания параллельных миров Эверетта, но мы это делаем последовательно во времени. В реальных НСМ это может происходить и параллельно (думаем, что это бывает по-разному). В итоге мы получили системный синтез, т. е. ИНС может находить главные диагностические признаки-параметры порядка (ПП), что наука пока делать не может (и не сможет никогда из-за ЭЭЗ).

Выводы

В современной квантовой механике существуют реальные противоречия между редукцией фон Неймана и реальной эволюцией квантовой системы. Поскольку эта эволюция описывается линейным уравнением Шредингера, то после редукции должно быть много состояний частицы. Для выхода из этого кризиса была предложена гипотеза Х. Эверетта о мультивселенной (многовариантная интерпретация).

Она находит все больше сторонников, но при этом необходимо вводить сознание наблюдателя в квантовый эксперимент. Возникает проблема запутанности, которая требует создания новой квантовой теории сознания. Одна из версий такой теории представлена в публикации М. Б. Менского. Здесь остается неизвестной проблема оценки вероятности редукции мозга.

После открытия ЭЭЗ становится возможным не только подтвердить гипотезу Менского, но и создать модель редукции многих миров (в мозге человека) в виде одного (конечного) решения. В итоге возникает новое направление в теории ИНС и иное решение задачи системного синтеза, т. е. нахождение ПП. Эта задача решается с помощью ИНС в двух особых режимах (хаос и многие реверберации).

Отметим, что в современной математике эти задачи не имеют решения и не могут быть решены в принципе из-за потери эргодичности любой выборки любого параметра биосистемы. Очевидно, что любые статистические характеристики любой выборки будут уникальны. Поэтому их нельзя использовать для системного анализа (и прогноза).

Мы предполагаем, что мозг работает, как наши ИНС (хаос + реверберации) и происходит ранжирование x_i (альтернатив). В итоге по принципам выбора доминанты остается одна альтернатива (главная с максимумом $\langle w \rangle$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ginzburg V. L. What Problems of Physics and Astrophysics Seem Now to be Especially Important and Interesting (Thirty Years Later, Already on the Verge of XXI Century)? *Physics-Uspekhi*. 1999;42:353–373. DOI: 10.1070/PU1999v042n04ABEH000562.
2. Menskii M. B. Concept of Consciousness in the Context of Quantum Mechanics. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. 2005;175(4):413–435. DOI: 10.1070/PU2005v048n04ABEH002075.

3. Еськов В. М., Пятин В. Ф., Башкатова Ю. В. Медицинская и биологическая кибернетика: перспективы развития. *Успехи кибернетики*. 2020;1(1):64–72.
4. Зимин М. И., Пятин В. Ф., Филатов М. А., Шакирова Л. С. Что общего между «Fuzziness» L. A. Zadeh и «Complexity» W. Weaver в кибернетике. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):102–112. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-11.
5. Заславский Б. Г., Филатов М. А., Еськов В. В., Манина Е. А. Проблема нестационарности в физике и биофизике. *Успехи кибернетики*. 2020;1(2):61–67.
6. Пятин В. Ф., Еськов В. В. Может ли быть статичным гомеостаз? *Успехи кибернетики*. 2021;2(1):41–49.
7. Gazyu G. V., Eskov V. M. Uncertainty of the First Type in Industrial Ecology. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. 2021;839:042072. DOI: 10.1088/1755-1315/839/4/042072.
8. Газя Г. В., Еськов В. В., Бодин О. Н., Веденеев В. В. Системный анализ параметров сердечно-сосудистой системы мужчин и женщин Югры. *Вестник новых медицинских технологий*. 2021;4:26–29. DOI: 10.24412/1609-2163-2021-4-26-29.
9. Коннов П. Е., Газя Г. В., Еськов В. В. Клинические показатели больных хроническим актиническим дерматитом. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:15–26. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-15-25.
10. Еськов В. М., Гавриленко Т. В., Музиева М. И., Самойленко И. А. Теория динамического хаоса не может описывать биосистемы. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:87–95. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-60-71.
11. Башкатова Ю. В., Шакирова Л. С., Филатова О. Е., Чемпалова Л. С. Реакция сердечно-сосудистой системы женщин на гипертермические воздействия. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:27–39. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-26-32.
12. Еськов В. М., Пятин В. Ф., Чемпалова Л. С., Шамов К. А., Кухарева А. Ю. Существуют ли возможности для исследования стохастики в кардиологии и во всей медицине? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;1:28–47. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-1-28-49.
13. Филатова О. Е., Еськов В. М., Галкин В. А., Музиева М. И., Кухарева А. Ю. Существуют ли отличия классификации систем искусственного интеллекта? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;1:48–59. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-1-48-59.
14. Еськов В. В., Шакирова Л. С., Кухарева А. Ю. Почему детерминистский и стохастический подход невозможно использовать в кардиологии и во всей медицине? *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;2:46–54. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-2-46-54.
15. Буданов В. Г., Попов Ю. М., Филатов М. А., Кухарева А. Ю. Хронология возникновения трех видов систем. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:40–52. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-3-33-41.
16. Козупица Г. С., Пятин В. Ф., Кухарева А. Ю., Байтуев И. А. Три великие проблемы Гинзбурга и три реальные проблемы биомедицины. *Сложность. Разум. Постнеклассика*. 2022;3:5–14. DOI: 10.12737/2306-174X-2022-3-5-14.
17. Aspect A., Grangier P., Roger G. Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem. *Physical Review Letters*. 1981;47:460–463.
18. Aspect A., Dalibard J., Roger G. Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers. *Physical Review Letters*. 1982;49:1804–1807.
19. Eskov V. M. Methods for Identifying Two Types of Uncertainty in BioCybernetics. *AIP Conference Proceedings* 2021;2402:050042. DOI: 10.1063/5.0072488.
20. Еськов В. В., Пятин В. Ф., Шакирова Л. С., Мельникова Е. Г. *Роль хаоса в регуляции физиологических функций организма* / под ред. А. А. Хадарцева. Самара: ООО «Порто-принт»; 2020. 248 с.
21. Еськов В. М., Галкин В. А., Филатова О. Е. *Complexity: хаос гомеостатических систем* / под ред. Г. С. Розенберга. Самара: ООО «Порто-принт»; 2017. 388 с.
22. Еськов В. М., Галкин В. А., Филатова О. Е. *Конец определенности: хаос гомеостатических систем* / под ред. А. А. Хадарцева, Г. С. Розенберга. Тула: Изд-во «Тульское производственное полиграфическое объединение»; 2017. 596 с.
23. Gazyu G. V., Eskov V. V., Bashkatova Yu. V., Stratan N. F. Research of the Industrial Electromagnetic Field Influence on Heart State in Oil and Gas Workers of the Russian Federation. *Ecology and Industry*

- of Russia*. 2022;26(5):55–59.
24. Хадарцева К. А., Филатова О. Е. Новое понимание стационарных режимов биологических систем. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):92–101. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-10.
 25. Filatova O. E., Maistrenko E. V., Boltaev A. V., Gazya G. V. The Influence of Industrial Electromagnetic Fields on Cardio-Respiratory Systems Dynamics of Oil-Gas Industry Complex Female Workers. *Ecology and Industry of Russia*. 2017;21(7):46–51.
 26. Boltaev A. V., Gazya G. V., Khadartsev A. A., Sinenko D. V. The Electromagnetic Fields Effect on Chaotic Dynamics of Cardiovascular System Parameters of Workers of Oil and Gas Industry. *Human Ecology (Ekologiya Cheloveka)*. 2017;8:3–7.
 27. Еськов В. В. *Математическое моделирование гомеостаза и эволюции complexity*. Тула: Издательство ТулГУ; 2016. 307 с.
 28. Prigogine I. R. *The End of Certainty: Time, Chaos, and the New Laws of Nature*. Free Press; 1996. 230 p.

Сетевое издание. Полные тексты статей размещаются на официальном сайте издания jsyb.ru.

Адрес учредителя и издателя:

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр
Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»,
117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1. Телефон: +7 (495) 718-21-10.

Дата выхода в свет 29.09.2023.

Формат 60 × 84/8.

Усл. печ. л. 7,5. Уч.-изд. л. 11,1.

Цена свободная.