DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-4-7

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ТРАФИКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

В. А. Галкин

Сургутский филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»,
Сургутский государственный университет,
Тюменский индустриальный университет, филиал ТИУ в г. Сургуте,
г. Сургут, Российская Федерация
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9721-4026, val-gal@yandex.ru

Аннотация: предложен подход для моделирования динамики транспортных потоков для взаимодействующих аппаратов на основе теории самосогласованного поля, основанного на уравнениях А.А. Власова. Сформулированы проблемы применимости таких моделей для описания коллективных явлений трафика в связи с задачами поведения «стаи» роботизированных однородных взаимодействующих аппаратов в фазовом пространстве на основе кинетического подхода.

Ключевые слова: уравнения Власова, движение, интеллектуальная транспортная система.

Благодарности: работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 20-07-00236.

Для цитирования: Галкин В. А. Математические задачи, связанные с трафиком взаимодействующих роботизированных транспортных средств. *Успехи кибернетики*. 2021;2(4):67–74. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-4-7.

MATHEMATICAL PROBLEMS OF COLLABORATING ROBOTIC VEHICLE TRAFFIC

V. A. Galkin

Surgut Branch of Federal State Institute
“Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”,
Surgut State University,
Industrial University of Tyumen, Surgut Branch,
Surgut, Russian Federation
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9721-4026, val-gal@yandex.ru

Abstract: an approach to the simulation of time-dependent collaborating vehicle traffic flows based on the self-consistent field theory and A. Vlasov equations are proposed. The problems of the simulation model applicability to collaborative traffic processes such as the behavior of a swarm of identical collaborating vehicles in phase space using the kinetic approach are stated.

Keywords: Vlasov equations, traffic, intelligent transportation system.

Acknowledgements: this work is supported by RFBR, grant No. 20-07-00236.

Cite this article: Galkin V. A. Mathematical Problems of Collaborating Robotic Vehicle Traffic. *Russian Journal of Cybernetics*. 2021;2(4):67–74. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-4-7.

При описании поведенческих явлений на основе методов гидродинамики (модели сплошной среды) и в рамках кинетической теории (основанной на исследовании функции распределения частиц) возникают принципиально новые явления, выходящие за рамки «физики мертвой натуры», поскольку силы взаимодействия «частиц» в социальных системах не могут быть выведены из базовых физических законов (принципов) и физические силы заменяются эмпирическими социальными силами. Эта ситуация типична в моделях борьбы за власть [1], в поведенческих моделях «стаи» (см. гл. 4 «Динамика распределения власти в иерархии» в [1]). Важным фактором, фиксирующимся в ряде экспериментальных и теоретических работ по динамике «живых систем», является явление их статистической неустойчивости [2].

Несомненно, что с аналогичными явлениями придется столкнуться при реализации общественных мегапроектов, носящих общее название «искусственный интеллект». В частности, эта проблема с особой остротой возникнет при планирующемся достаточно быстром внедрении беспилотных роботизированных комплексов грузоперевозок на междугородних трассах с большой загрузкой.

Отмечается, что «основой для развития мультимодального транспорта должны стать интеллектуальные транспортные системы (ИТС), которые обеспечат взаимодействие дорожного полотна, объектов инфраструктуры (светофоров, видеокамер, систем освещения и др.), транспортных средств, приложений для оперативного управления дорожным движением и т.п. Ключевой тренд — создание беспилотного транспорта на базе технологий искусственного интеллекта, появление умных дорог (smart road), развитие технологий коммуникации машин между собой (Vehicle-to-Vehicle) и с дорожной инфраструктурой (Vehicle-to-Infrastructure)» [3].

В 2024 году на трассе М-11 между Москвой и Петербургом могут начать курсировать беспилотные роботизированные транспортные аппараты [4].

О старте пилотного проекта объявил на Петербургском международном экономическом форуме заместитель министра транспорта Кирилл Богданов. Отмечается, что «к 2024 году транспортный коридор между Москвой и Санкт-Петербургом будет подготовлен к движению беспилотных грузовиков. $< \ldots >$ Участники проекта ожидают, что это увеличит скорость перевозки грузов и позволит снизить ее стоимость. В числе участников проекта Минтранс называет ассоциацию «Цифровой транспорт и логистика» (ЦТЛ), предприятия КамАЗ, «Национальные телематические системы» (НТС), «СберАвтоТех», «Деловые линии», Globaltruck и «Первую экспедиционную компанию» (ПЭК), а также ретейлера X5 Group» [4].

Подобно классической динамике разреженного газа, кинетическое моделирование транспортного потока должно определять локальную и глобальную динамику на объектах, вовлеченных в поток, с учетом реальной геометрии участников движения, препятствий, знаков, правил дорожного движения и т.п. Здесь важно подчеркнуть, что законы реального дорожного движения основаны на интеллекте Человека, его опыте, ответственности, гуманности, которые включают интеллектуальные тонкости социального взаимодействия, зачастую не формализуемые на языке компьютер-компьютерного взаимодействия. (Примеры: внезапно возникший ребенок на дороге, жертвенность участников движения по отношению к терпящим бедствие, интуитивное предсказание складывающейся катастрофической ситуации на дороге без ее явного наступления и т.д.) Все это относится к «живой динамике», математическая природа которой не формализована (конечно, имеются в виду не грубые механистические модели, положенные в основу обучения формальных искусственных нейронных сетей — ИНС, реализующих аппроксимацию неких дорожных ситуаций на основе заданного обучающего набора примеров).

В частности, «частицами» трафика являются транспортные средства, изменяющие свою скорость в соответствии с некоторыми законами коллективного взаимодействия социума дорожного потока, определение которых может повлиять на совокупное описание и на предельные гидродинамические характеристики (макроскопический уровень описания). Очевидно, что такие предельные задачи должны улавливать переход от модели сжимаемого газа, для которой характерны явления типа ударной волны, до модели несжимаемой жидкости, типичной для динамики транспорта в пробках.

Эти новые взаимодействия обычно выводятся эвристически с целью воспроизведения качественного поведения системы и в лучшем случае получаются с помощью статистических методов. Традиционные микроскопические модели движения основаны на предположении, что транспортный поток состоит из однородных транспортных средств, реакция которых на изменение скорости связана с типом транспортного средства. Однако в реальных транспортных потоках часто наблюдаются структурные различия между транспортными средствами с точки зрения, например, веса транспортного средства, эффективности двигателя и более или менее агрессивного поведения водителя. Неоднородность трафика влияет на процесс замедления/ускорения водителей в условиях смешанного движения.

Чтобы понять, с какими явлениями придется столкнуться проектировщикам алгоритмов для ИНС роботизированного трафика, естественно, имеет смысл рассмотреть близкие по математической природе динамики взаимодействующих частиц в физической кинетике и гидродинамике.

В связи с вышеуказанным полезно рассмотреть простейшую модель одномерного бесстолкновительного движения по параллельным каналам (одномерным полосам) и сопоставить результаты с решениями уравнений газовой динамики (сжимаемый газ). Предположим, что частицы типа i движутся вдоль одномерного многообразия без каких-либо взаимодействий, параметризованного точками числовой прямой $Ox = \mathbb{R}$, и имеют значения скорости $\mathrm{v}_i(x,t)$, $1 \leq i \leq N$, где t — время. Тогда в случае такой системы кинетическое уравнение для плотности функции распределения участников потока $p_i(x,t)$ представляет собой систему не связанных между собой уравнений Лиувилля:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}p_i + \dfrac{\partial}{\partial x}(p_i \mathrm{v}_i) = 0, \\ \qquad 1 \le i \le N, \end{cases} \qquad x,t \in \mathbb{R}.$$

Очевидно, в случае $\mathrm{v}_i = \mathrm{v}_i(t)$ точное решение этих уравнений имеет следующий вид:

$$p_i(x,t) = p_i\left(x - \int\limits_0^t \mathrm{v}_i(\tau)d\tau, 0\right).$$

Примем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
&\rho(x,t) = \sum_i p_i(x,t),\\
&\rho(x,t)\overline{\mathrm{v}}(x,t) = \sum_i \mathrm{v}_i p_i(x,t),\\
&\rho(x,t)e(x,t) = \frac{1}{2}\sum_i [\mathrm{v}_i - \overline{\mathrm{v}}(x,t)]^2 p_i(x,t),\\
&e(x,t) = \frac{1}{2}RT(x,t),\\
&P(x,t) = \sum_i [\mathrm{v}_i - \overline{\mathrm{v}}(x,t)]^2 p_i(x,t),\\
&q(x,t) = \frac{1}{2}\sum_i [\mathrm{v}_i - \overline{\mathrm{v}}(x,t)]^3 p_i(x,t).
\end{aligned}$$

Т. к. в силу этих соотношений на решении системы справедливо тождество $P = 2\rho e$, то для рассматриваемой модели получаем стандартное уравнение состояния идеального газа $P = R\rho T$ — уравнение Клапейрона–Менделеева.

В соответствии с этой моделью рассмотрим задачу о «сталкивающихся» встречных потоках. (Поскольку участники движения не взаимодействуют между собой, то это означает, что движение осуществляется по параллельным каналам без пересечений.) Предположим, что в начальный момент времени $t = 0$ выполняются соотношения:

$$f_1(x,0) = \rho_0(1 - \theta(x)), \qquad f_2(x,0) = \rho_0\theta(x), \qquad \mathrm{v}_1 = \mathrm{v}_0, \qquad \mathrm{v}_2 = -\mathrm{v}_0,$$

где $\mathrm{v}_0 = \mathrm{const} > 0$, $\rho_0 = \mathrm{const} > 0$ — начальная макроскопическая плотность участников движения; функция Хевисайда определяется соотношением:

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \ge 0. \end{cases}$$

В этом случае имеем:

$$f_1(x,t) = \rho_0(1 - \theta(x - \mathrm{v}_1 t)), \qquad f_2(x,0) = \rho_0\theta(x - \mathrm{v}_2 t).$$

С учетом предположений о значениях скоростей $\mathrm{v}_1 = \mathrm{v}_0 \ge 0$ и $\mathrm{v}_2 = -\mathrm{v}_0 \le 0$ для макроскопических параметров рассматриваемого сжимаемого газа получаем:

$$\rho(x,t) = \begin{cases} 2\rho_0, & |x| \le \mathrm{v}_0 t, \\ \rho_0, & |x| > \mathrm{v}_0 t, \end{cases}$$

$$\overline{\mathrm{v}}(x,t) = \begin{cases} 0, & |x| \le \mathrm{v}_0 t, \\ -\mathrm{v}_0, & x > \mathrm{v}_0 t, \\ \mathrm{v}_0, & x < -\mathrm{v}_0 t, \end{cases}$$

$$T(x,t) = \begin{cases} \dfrac{v_0^2}{R}, & |x| \le v_0 t, \\ 0, & |x| > v_0 t, \end{cases}$$

$$q(x,t) = 0.$$

Эти функции удовлетворяют модели Эйлера идеального газа [5], когда коэффициенты вязкости и теплопроводности равны нулю. Отметим, что для трафика в тоннелях важна макроскопическая характеристика $\rho(x,t)$, в частности, определяющая локальный по пространственным координатам выброс CO_2 в окружающую среду — загазованность тоннеля. В общем случае величина газодинамической «температуры» транспортного потока $T(x,t)$ характеризует среднее хаотическое поведение участников движения, которое, в частности, связано с отклонениями индивидуальных скоростей от средней величины $\overline{v}(x,t)$ — гидродинамической скорости транспортного потока.

К рассмотренному выше примеру примыкают модели с нелокальными взаимодействиями, к которым, прежде всего, относятся уравнения теории плазмы (А.А. Власова). В резком отличии свойств плазмы от свойств нейтральных газов, к которым относится модель больцмановского газа, определяющую роль играет взаимодействие частиц плазмы между собой через кулоновские силы притяжения и отталкивания, убывающие с расстоянием гораздо медленнее (т.е. значительно более дальнодействующие), чем силы взаимодействия нейтральных частиц. С этой точки зрения динамика системы беспилотных роботизированных аппаратов (БРА) подобна в грубом приближении динамике плазмы гравитирующих масс. Конечно, тут следует подчеркнуть, что коллективные взаимодействия в системе БРА, скорее всего, не описываются потенциалом парного взаимодействия частиц. Но эта модель может рассматриваться как базовое приближение, в рамках которого можно усмотреть основные проблемы для более сложной ситуации. Конечно, центральным моментом здесь является получение экспериментальных характеристик поведения системы, основанных на алгоритмах взаимодействия в системе БРА.

Кинетические уравнения для плазмы существенно упрощаются в случае, когда длина свободного пробега и время свободного пробега велики по сравнению с характерными соответствующими параметрами задачи. Тогда столкновениями частиц можно пренебречь, учитывая только коллективное взаимодействие частиц через самосогласованные поля. Это бесстолкновительное приближение приводит к уравнению Власова — уравнению, в котором операторы столкновения равны нулю. Следует подчеркнуть, что случай уравнений Власова для системы частиц, взаимодействующих посредством гладкого двучастичного потенциала, подробно исследован Р.Л. Добрушиным [6]. Им установлена важная связь бесстолкновительных уравнений Власова с уравнением Лиувилля для упомянутых конечномерных гамильтоновых систем и доказано, что статистическое решение для гамильтоновой системы является единственным решением уравнений Власова. Теорема единственности установлена на основе применения метрики Канторовича–Рубинштейна в пространстве мер, а также обоснован предельный переход, когда число частиц стремится к бесконечности. Отметим, что в работах [7, 8] построены решения уравнения А.А Власова для классических механических частиц, взаимодействующих посредством дифференцируемого потенциала парного взаимодействия частиц.

Близкий класс задач, связанный с движением заряженных частиц в кристаллической решетке, связан с так называемым эффектом каналирования, подробно описанным в монографии [9]. В частности, здесь методами вычислительного эксперимента было показано появление неустойчивости потока частиц при движении на многообразиях отрицательной кривизны.

Кинетическое описание эффекта каналирования быстрых заряженных частиц в кристаллах было впервые предложено в работе [10] с помощью уравнения движения диффузионного типа (в частности, на основе кинетического уравнения Фоккера–Планка).

Уравнение Лиувилля, т.е. уравнение неразрывности, является основополагающим законом сохранения, который определяет статистические решения динамических систем, моделирующих взаимодействие частиц плазмы, гидродинамические течения, положение фронта фазового перехода при выращивании кристаллов из расплава и т.д. Важно подчеркнуть, что уравнения Власова, описывающие динамику плазмы в приближении самосогласованного поля, представляют собой не что иное, как разновидность уравнения Лиувилля. Весьма интересные явления для решений уравнения Лиувилля имеют место при наличии скачков поля скоростей течения. В газовой динамике это приводит к ударным волнам, но возможны также решения типа «черной дыры», когда частицы среды аккумулируются в одной точке. В этом случае уравнение Лиувилля–Власова описывает статистическое решение системы дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. Для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в этом случае реализуется «скользящий режим» в теории А.Ф. Филиппова [11], а соответствующих классических и обобщенных решений не существует. Аналогичная проблема связана с общим классом задач для уравнения Власова теории плазмы, в котором имеется разрывный потенциал кулоновского типа. Исследования кинетики плазмы, состоящей из многих заряженных частиц, привели к выводу кинетического уравнения плазмы, которое было получено в 1936–1938 гг. советскими учеными А.А. Власовым и Л.Д. Ландау. Это уравнение обычно называют по имени Власова. Таким образом, актуальной является проблема численного моделирования для уравнения типа Лиувилля при наличии разрывных коэффициентов, так как разностные схемы в этом случае, вообще говоря, не являются аппроксимирующими.

Рассмотрим динамическую систему на числовой прямой:

$$\frac{dx}{dt} = f(x),$$

где $f(x)$ — поле скоростей частиц. Уравнение Лиувилля — это одно из основных уравнений статистической физики для плотности функции распределения частиц p_t в фазовом объеме. В пространстве имеет вид:

$$\frac{\partial p_t}{\partial t} + \mathrm{div}_x(p_t f) = 0.$$

Статистическое решение $p_t(x)$ (плотность вероятности распределения частиц в фазовом пространстве $\mathbb{R}$ в момент времени t) для этой динамической системы определяется задачей Коши для уравнения Лиувилля:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p_t(x)}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}(p_t(x)f(x)) = 0, \\ \qquad\qquad p_t(x)|_{t=0} = p^{(0)}(x). \end{cases} \tag{1}$$

где $p^{(0)}$ — начальная плотность вероятности распределения частиц в фазовом пространстве $\mathbb{R}$. Систематическое исследование гиперболических систем уравнений с разрывными коэффициентами начато в работах И.М. Гельфанда [12].

Рассмотрим простейший случай разрывного поля скоростей:

$$f(x) = -\mathrm{sgn}\,(x). \tag{2}$$

Вид функции $f(x)$ в (2) соответствует ситуации, когда частицы со скоростями, равными по абсолютной величине единице, движутся навстречу друг другу.

Для построения приближенного метода решения задачи (1), (2) воспользуемся регуляризацией, основанной на сглаживании разрывной функции поля скоростей $f(x)$ на интервале $[-\Delta;\Delta]$ методом В.А. Стеклова:

$$\bar{f}_\Delta(x) = \frac{1}{2\Delta}\int_{x-\Delta}^{x+\Delta} f(\xi)d\xi = \frac{1}{2\Delta}\int_{x-\Delta}^{x+\Delta}(-\mathrm{sgn}\,(\xi))d\xi = -\frac{x}{\Delta}, \qquad x \in [-\Delta;\Delta].$$

Таким образом, сглаженная задача принимает вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p_\Delta(x,t)}{\partial t} + \dfrac{\partial p_\Delta(x,t) f_\Delta(x)}{\partial x} = 0 \\ \qquad\qquad p_\Delta(x,t)|_{t=0} = p^{(0)}(x), \end{cases} \tag{3}$$

где

$$f_\Delta(x) = \begin{cases} f(x),\ |x| > \Delta, \\ \bar{f}_\Delta(x),\ |x| \le \Delta, \end{cases} = \begin{cases} -\mathrm{sgn}\,(x), & |x| > \Delta, \\ -\dfrac{x}{\Delta}, & |x| \le \Delta, \end{cases}$$

Построим решение задачи (3) методом характеристик, описываемых динамической системой:

$$\frac{dx}{dt} = f_\Delta(x).$$

Исследуем предельное поведение решения при $\Delta \to 0$. Для этого умножим $p_\Delta(x,t)$ на финитную функцию $\varphi(x,t)$ и проинтегрируем по x от $-\infty$ до ∞ и по t от 0 до $+\infty$.

Переходя к пределу $\Delta \to 0$ в полученном таким образом интегральном выражении, устанавливаем, что обобщенным решением (в интегральной форме С.Л. Соболева) задачи Коши (1), (2) является обобщенная функция:

$$p_t(x) = p^{(0)}(x + t\,\mathrm{sgn}\,(x)) + \delta_0(x) \int_0^t \left(p^{(0)}(t-z) + p^{(0)}(z-t)\right) dz,$$

где δ_0 — мера Дирака, сосредоточенная в точке $x = 0$. Главной причиной возникновения функционального решения в рассмотренном примере служит наличие разрыва поля скоростей.

Для транспортных потоков образование в решении меры Дирака означает формирование «пробки».

Уравнения Власова представляют собой, по существу, некоторую модификацию уравнения Лиувилля, порожденного дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t,x(t)), \qquad t \in \Delta \tag{4}$$

где функция f принадлежит совокупности функций $\tilde{G}$ при аргументах $t \in \Delta$, $x \in \mathbb{R}_n$ $(n = 1,2,\ldots)$ со значениями в $\mathbb{R}_n$ таких, что существуют непрерывные градиенты $D_x f(t,x)$ по x, ограниченные равномерно по $x \in \mathbb{R}_n$ и $t \in \Delta'$, где $\Delta' \subseteq \Delta$ — любой конечный интервал, и что функции $f(t,x)$ и $D_x f(t,x)$ непрерывны по $t \in \Delta$ при любом $x \in \mathbb{R}_n$. В рассматриваемом случае к уравнению (4) применимы обычные теоремы о существовании и единственности на всем интервале Δ. Зафиксировав $t^{(0)} \in \Delta$, обозначим через $x(t,u)$, $t \in \Delta$, $u \in \mathbb{R}_n$ решение уравнения (1) с начальным условием:

$$x(t^{(0)},u) = u. \tag{5}$$

Ниже следуем обозначениям, принятым в [6].

В работах [6–8] исследована и обоснована асимптотика при $N \to \infty$ решения системы N дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = A(x_i(t)) + N^{-1} \sum_{j=1}^{N} B(x_i(t) - x_j(t)), \quad i = 1,\ldots,N, \quad t \in \mathbb{R}_1,$$

где $x_1,\ldots,x_N$ и $A \in L^1(\mathbb{R}_n)$, $B \in C_b^1(\mathbb{R}_n)$ — гладкие, ограниченные вместе со своими производными функции со значениями в $\mathbb{R}_n$. Ситуации, рассматриваемой в механике, соответствует случай, когда $n = 6$, точки $x \in \mathbb{R}_6$ записываются в виде $x = (q,p)$, где $q \in \mathbb{R}_3$ интерпретируются как положения, а $p \in \mathbb{R}_3$ — как импульсы частиц,

$$A(x) = (p,Q(q)),$$

где $Q \in L^1(\mathbb{R}_3)$ — внешняя сила, действующая на систему,

$$B(x) = (0,F(q)),$$

где

$$F(q) = -D\hat{O}(q),$$

и $\hat{O} \in C_b^2(\mathbb{R}_3)$ — потенциал парного взаимодействия частиц.

Решение $(x_1(t),\ldots,(x_N(t))$ рассматриваемой гамильтоновой системы удобно описывать при помощи дискретных вероятностных мер:

$$\mu_t^N(B) = \frac{1}{N} \sum_i 1, \qquad i : x_i(t) \in B, \qquad B \in B_n, \qquad t \in \mathbb{R}_1,$$

задающих распределение частиц в фазовом пространстве в момент времени t на борелевских множествах B из $\mathbb{R}_n$.

Для любого заряда $\mu \in M_n$ положим:

$$B_\mu(x) = \mu(B(x - \cdot)) = \int\limits_{R_n} B(x - \hat{x})\mu(d\hat{x}), \qquad x \in \mathbb{R}_n.$$

Семейство зарядов $M = \{\mu_t, t \in M_n\}$, для которого выполнено условие равномерной ограниченности норм зарядов $M = \{\mu_t, t \in \Delta\}$, является слабым решением уравнения Власова–Лиувилля для динамики (3) с начальным условием $\mu^{(0)} = \mu_{t(0)}$ из множества неотрицательных зарядов M_n^+, если для любой финитной (пробной) функции $h \in D(\mathbb{R}_n)$ семейство зарядов $\mu_t(h)$ дифференцируемо по $t \in \Delta$ и выполнено следующее соотношение (слабое уравнение Власова–Лиувилля):

$$\frac{d\mu_t(h)}{dt} = \mu_t(f(t,.)Dh), \qquad t \in \Delta. \tag{6}$$

Если заряды μ_t заданы непрерывно дифференцируемыми плотностями по мере Лебега $p_t(x)$, $t \in \Delta$, $x \in \mathbb{R}_n$, то семейство M образует слабое решение уравнения Власова–Лиувилля в том и только в том случае, когда $p_t(x)$ является сильным решением уравнения Власова–Лиувилля, т.е.

$$\frac{\partial p_t(x)}{\partial t} + \operatorname{div}_x(p_t(x)f(t,x)) = 0, \qquad x \in \mathbb{R}_n, \qquad t \in \Delta. \tag{7}$$

Справедливы следующие утверждения [6]:

- для любых $t^{(0)} \in \Delta$, $\mu^{(0)} \in M_n^+$ и интервала $\Delta \subseteq \mathbb{R}_1$ слабое решение $M = \{\mu_t, t \in \Delta\}$ уравнения Власова–Лиувилля для динамики (4) с начальным условием $\mu^{(0)}$ в точке $t^{(0)}$ существует и единственно. Это решение задано соотношением

$$\mu_t(B) = \mu^{(0)}(u \in \mathbb{R}_n : x(t,u) \in B), \qquad B \in B_n, \qquad t \in \Delta, \tag{8}$$

и однопараметрическое семейство зарядов $\mu_t \in M_n^+$ при всех $t \in \Delta$, где $B \in B_n$ — борелевские множества в $\mathbb{R}_n$;

- если мера $\mu^{(0)}$ задана непрерывно дифференцируемой плотностью $p^{(0)}(u)$ на множестве $u \in \mathbb{R}_n$, и функция $f \in \tilde{G}$ имеет непрерывные вторые частные производные по x, ограниченные равномерно по $x \in \mathbb{R}_n$, $t \in \Delta'$, где $\Delta' \subseteq \Delta$ — любой конечный интервал, то функция

$$p_t(u) = p^{(0)}(x^{-1}(t,u))S_t(u), \tag{9}$$

где $x^{-1}(t,\cdot)$ — функция, обратная к $x(t,u)$, и $S_t(u)$ — якобиан преобразования $u \to x^{-1}(t,u)$, удовлетворяет сильному уравнению Власова–Лиувилля (7).

Важнейшим для практического исследования и применения такого класса моделей для изучения устойчивого и управляемого поведения автоматизированных аппаратов при их взаимодействии [13] в трафике является экспериментальная оценка приближения потенциала $\hat{O}$ сил, определяющих взаимодействие БРА на основе заложенных в них алгоритмов поведения в зависимости от их расположения в фазовом пространстве. По сути, это определяет ситуационную оценку и прогноз динамики коллектива («стаи») программно-однородных одинаковых по своим техническим характеристикам БРА. Естественно, что это лишь грубое приближение реальности. Но при математическом исследовании таких простейших задач выявляются основные черты возникающих проблем для разработки стандартов управления такими большими системами и требования к их безопасному применению, т.е. границы применимости. Очевидно, что коллективные явления, возникающие при моделировании плазмы, найдут свое место в моделях автоматизированного (роботизированного) трафика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. *Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры*. 2-е изд., испр. М.: Физматлит; 2001. 320 с.
2. Бетелин В. Б., Еськов В. М., Галкин В. А., Гавриленко Т. В. Стохастическая неустойчивость в динамике поведения сложных гомеостатических систем. *Доклады Академии наук*. 2017;472(6):642–644.

3. Рудычева Н. *Рынок цифровизации транспорта и логистики к 2030 г. вырастет в 7 раз*. Режим доступа: https://www.cnews.ru/reviews/it_v_transportnoj_otrasli_2021/articles/rynok_tsifrovizatsii_transporta_i.
4. Левинская А., Тадтаев Г. *Власти назвали срок пуска беспилотников по трассе от Москвы до Петербурга*. Режим доступа: https://rbcru.turbopages.org/rbc.ru/s/business/03/06/2021/60b878a09a7947f108341ffb.
5. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. *Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике*. М.: Наука; 1978.
6. Добрушин Р. Л. Уравнения Власова. *Функциональный анализ и его приложения*. 1979;13(2):48–58.
7. Braun W., Hepp K. The Vlasov Dynamics and Its Fluctuations in the 1/N Limit of Interacting Classical Particles. *Commun. Math. Phys*. 1977;36:101–113.
8. Маслов В. П. Уравнения самосогласованного поля. *Современные проблемы математики*. 1978;11:153–234.
9. Кощеев В. П., Моргун Д. А., Панина Т. А., Штанов Ю. Н. *Компьютерное моделирование стохастической динамики эффекта каналирования*. Сургут: Печатный мир; 2017. 169 с.
10. Линдхард Й. Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц. *Усп. физ. наук*. 1969;99(10):249–296.
11. Филиппов А. Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. *Мат. сб*. 1960;51(1):101–128.
12. Гельфанд И. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений. *Успехи математических наук*. 1959;14(2):87–158.
13. Бетелин В. Б., Галкин В. А., Гавриленко Т. В., Дибижев А. К., Коваленко О. В., Никитин Н. Ф., Соловьев В. П. Проблемные вопросы реализации технологий искусственного интеллекта в высокотехнологичных отраслях отечественной промышленности (жизненно стратегически важных сегментах российского общества). *Успехи кибернетики*. 2021;2(3):8–18. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-3-2.