

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ЗА ПЛАСТИНОЙ В ДВУМЕРНОМ КАНАЛЕ

Т. В. Гавриленко^{1,2,a}, О. Ю. Семенов^{1,b}¹ Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация² Сургутский филиал федерального государственного автономного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Сургут, Российская Федерация^a taras.gavrilenko@gmail.com, ^b ous.tutor.phinma@mail.ru

Аннотация: в статье описывается моделирование двумерного течения жидкости за перпендикулярной пластиной с использованием методов вычислительной гидродинамики на основе решеточных алгоритмов. Выполнен анализ безразмерных временных характеристик переходных процессов от ламинарного к турбулентному режиму. Определены функциональные зависимости ключевых физических параметров от скорости потока и числа Рейнольдса. Исследование акцентирует внимание на формировании и стабилизации вихревых структур при достижении критических гидродинамических условий при обтекании препятствия жидкостью в канале.

Ключевые слова: моделирование течения жидкости, вычислительная механика, число Рейнольдса, плоский канал с препятствием, порядок аппроксимации, критерии подобия, турбулентный поток.

Для цитирования: Гавриленко Т. В., Семенов О. Ю. Моделирование течения жидкости за пластиной в двумерном канале. *Успехи кибернетики*. 2026;7(1):114–122.

Поступила в редакцию: 31.01.2026.

В окончательном варианте: 22.02.2026.

SIMULATION OF FLUID FLOW BEHIND THE PLATE IN A 2D CHANNEL

Т. В. Гавриленко^{1,2,a}, О. Ю. Семенов^{1,b}¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation² Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre “Kurchatov Institute”, Surgut, Russian Federation^a taras.gavrilenko@gmail.com, ^b ous.tutor.phinma@mail.ru

Abstract: we studied 2D fluid flow around a flat plate using computational fluid dynamics based on lattice methods. We analyzed dimensionless time characteristics of transient processes during the transition from laminar to turbulent flow. We determined the relationships between key physical parameters, flow velocity, and the Reynolds number. The study examines the formation and stabilization of vortex structures when the flow reaches critical hydrodynamic conditions as it passes an obstacle in a channel.

Keywords: fluid flow modeling, computational mechanics, Reynolds number, flat channel with an obstacle, approximation order, similarity criteria, turbulent flow.

Cite this article: Gavrilenco T. V., Semenov O. Yu. Simulation of Fluid Flow Behind the Plate in a 2D Channel. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(1):114–122.

Original article submitted: 31.01.2026.

Revision submitted: 22.02.2026.

Введение

Изучение течения жидкостей в различных геометрических конфигурациях является одной из ключевых задач в области гидродинамики. Движение жидкостей и газов в каналах и трубах описывается дифференциальными уравнениями, для которых не существует универсального аналитического решения, поэтому часто в таких случаях используются численные методы. Работа [1] посвящена вопросам обоснования корректности задач для систем нелинейных уравнений, имеющих прикладное значение в математической физике. В статьях [2, 3] разработан подход к моделированию вязких жидкостей. В работе [4] авторами предложен метод численного моделирования сплошных сред с произвольным уравнением состояния.

В исследовании [5] описан метод определения расхода по изменению поперечного градиента температуры прямоугольного канала и показана возможность изучения закономерностей теплообмена при естественной конвекции. Метод решеточного уравнения для моделирования процессов течения жидкости, а также изучения конвекции и диффузии пассивных примесей применяются в исследовании [6]. Математическая модель процесса пространственно неоднородной коагуляции в дисперсных

системах, приводящая к решению уравнения Смолуховского для дискретных масс, описана в работе [7]. В статье [8] проведен анализ полученных данных с применением методов нелинейной динамики, таких как построение рекуррентных диаграмм и их количественная оценка, что позволяет отличать периодические и аperiodические функции, а также выявлять характерные особенности поведения динамических систем.

Процессы диффузии, описываемые уравнениями Максвелла–Стефана и молекулярного переноса вещества, связанные с градиентом температуры, смоделированы в исследованиях [9, 10]. В работе [11] использован метод конечных разностей, основанный на аппроксимации дифференциальных уравнений их дискретными аналогами. В статье [12] представлено сравнение результатов расчетов для различных чисел Грасгофа и Рейнольдса с данными моделирования. Авторами работ [13–15] исследуются течения разреженного газа и жидкости. В научной статье [16] описаны полученные профили показателя преломления, температуры и оптические характеристики шаровой молнии с помощью решения уравнения Абеля. Автором статьи [17] рассматривается модель разреженного газа, состоящего из одноподобных частиц, столкновения между которыми возможны только в случае, если векторы их скоростей ориентированы перпендикулярно друг другу. В статьях [18, 19] сравниваются многопоточные параллельные реализации метода решетчатого уравнения для неоднородных сеток на разных аппаратных платформах; выполнены вычисления по моделированию медленного газового течения в прямоугольном канале и продемонстрирована эффективность применения графических процессоров при расчетах течений разреженного газа. Автором работы [20] рассматриваются условия проявления эффектов, возникающих при распространении фронта пламени в канале с перегородкой, которые характеризуются системой геометрических и теплофизических параметров.

Целью данного исследования является разработка математической модели течения жидкости в плоском канале с препятствием, а также проведение моделирования и последующий анализ характеристик динамики потока жидкости для изучения процессов переноса и взаимодействия в условиях двумерной геометрии.

Математическая модель

Состояние сплошной среды определяется приближенными модельными уравнениями [21], одним из которых является уравнение Бхатнагара–Гросса–Крука:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f}{dt} + \xi \cdot \frac{df}{dx} = \Omega(f) = \frac{f^{eq} - f}{\tau}, \quad (1)$$

где $f = f(t, x, \xi)$ — функция распределения частиц в среде, t — время движения частиц в жидкости, ξ — скорость частицы в сплошной среде, x — точка геометрического пространства среды, $\Omega(f)$ — интеграл (ядро) столкновений частиц, f^{eq} — равновесная функция распределения, q — тепловой поток, e — дискретное множество скоростей, τ — время релаксации.

Рассмотрим дискретизацию уравнения (1). Пусть даны характерные параметры: l_0 — длина, v_0 — скорость, ρ_0 — плотность, t_0 — время. Безразмерные параметры в уравнении Гросса–Крука определяются выражениями:

$$\tau^* = \frac{\tau}{t_0}, f^* = f \frac{v_0^d}{\rho_0}, \Omega^* = \Omega \frac{l_0 v_0^2}{\rho_0}, \quad (2)$$

где d — размерность геометрического пространства.

Безразмерная равновесная функция распределения:

$$f^{eq} = f^{eq}(t, x, \xi) = \frac{\rho^*}{(2\pi T^*)^{d/2}} \cdot e^{-\frac{(\xi-u)^2}{2T^*}}, \quad (3)$$

где

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad u^* = \frac{u}{v_0}, \quad \xi^* = \frac{\xi}{v_0}, \quad T^* = \frac{RT}{v_0^2} = \frac{c_s^2}{\gamma \cdot v_0^2}. \quad (4)$$

За масштабы длины и времени принимаются пространственный и временной шаг сетки: $l_0 = \Delta x$ и $t_0 = \Delta t$. Обозначениям в формулах (3) и (4) соответствуют величины: T — температура, R — универсальная газовая постоянная, u — скорость течения, c_s — скорость звука (скорость распространения возмущений в среде), γ — адиабатическая постоянная, масштаб скорости $v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Моделирование требует выполнения определенной последовательности шагов: построения равномерной пространственной сетки, дискретизации временных интервалов и ограничения скоростей частиц для обеспечения их перехода в соседние узлы [22].

Временной интервал Δt вычисляется по формуле:

$$\Delta t = \frac{\sqrt{\gamma} \Delta x}{\sqrt{3} c}. \quad (5)$$

Далее рассматриваются частицы идентичной массы для установления связи с макроскопическими параметрами сплошной среды (см. уравнения (2), (5)–(10)). Скорость будет определяться следующим выражением:

$$v = \frac{1}{\rho} \sum_{a=1}^n f_a, \quad (6)$$

где индекс a — тензор, n — количество определенных скоростей частиц.

Уравнение для макроскопической плотности:

$$\rho = \sum_{a=1}^n f_a. \quad (7)$$

Формула для энергии:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^n (v_a - u_a)^2 \cdot f_a, \quad (8)$$

где v_a — скорость частиц, u_a — скорость потока.

Согласно уравнениям (6)–(8) получаем формулу для макроскопической плотности:

$$\rho(x, t) = \sum_i f_i(x, t). \quad (9)$$

Скорость течения жидкости

$$\rho(x, t) \cdot u(x, t) = \sum_i v_i \cdot f_i(x, t). \quad (10)$$

Макроскопические характеристики задаются через моменты дискретной функции распределения:

$$f_i(r + v_i, t + \tau) = f_i(r, t) - \frac{f_i - f_i^{eq}}{\tau}, \quad (11)$$

где τ — время релаксации — перехода функции f_i в состояние с меньшей энергией, f_i^{eq} — функция распределения, v_i — скорость частицы в среде [23].

Используя квадратную решетку — плоский шаблон (рис. 1), в узлах которой определяется функция распределения, можно осуществить дискретизацию двумерного пространства. Скоростные каналы (11) вводятся по направлениям, исходящим от узлов. Для выбранных частиц рассматриваются девять основных перемещений и скоростей в каждом узле пространственного шаблона.

Дискретные скорости v_i образуют набор параметров: $v_0 = (0, 0)$; $v_1 = (1, 0)$; $v_2 = (0, 1)$; $v_3 = (-1, 0)$; $v_4 = (0, -1)$; $v_5 = (1, 1)$; $v_6 = (-1, 1)$; $v_7 = (-1, -1)$; $v_8 = (1, -1)$. Частицы $f_i(r, t)$ перемещаются в соседний узел $x + v_i, \Delta t$.

Оператор Ω_i характеризует взаимодействие частиц по функции f .

$$\Omega = -\frac{1}{\tau} (f_i(x, t) - f_i^{\cdot}(x, t)). \quad (12)$$

Время релаксации τ связано с кинематической вязкостью ν следующим соотношением:

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right). \quad (13)$$

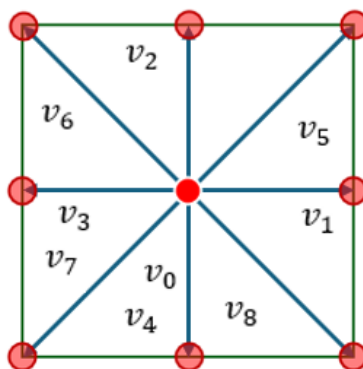


Рис. 1. Двумерный шаблон с неподвижными частицами и модулями скоростей

На основании этих данных и формул (9) и (10) можно вычислить общую плотность ρ :

$$\rho = \sum n_i, \quad (14)$$

макроскопическую скорость потока u относительно координаты x :

$$u_x = \frac{(n_1 + n_5 + n_8) - (n_3 + n_6 + n_7)}{\rho} \quad (15)$$

и для координаты y :

$$u_y = \frac{(n_2 + n_5 + n_6) - (n_4 + n_7 + n_8)}{\rho}. \quad (16)$$

Для моделирования тепловых скоростей (рис. 2) запишем весовые коэффициенты, которые определяются приравниниванием моментов до 4-го порядка непрерывности и распределений:

$$D(v) = \frac{m}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T} \cdot e^{-mv^2/2kT}. \quad (17)$$

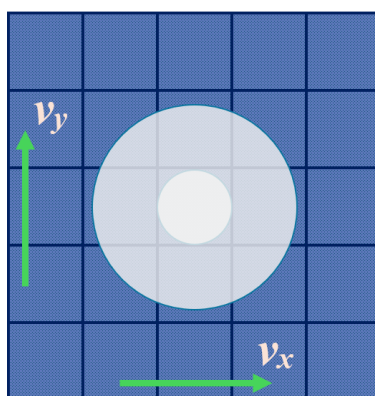


Рис. 2. Поле скоростей

Общая дискретизированная скорость — это скорость потока плюс тепловая скорость. Чтобы получить дискретное приближение и равновесные плотности, расширяем уравнение до второго порядка (рис. 3):

$$D(v) \rightarrow \frac{m}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T} \cdot e^{-\frac{m(v_i - u)^2}{2kT}} \dots n_i^{eq} \Rightarrow$$

$$f'_i(x, t) = \rho w_i \left[1 + 3e_i u + \frac{9}{2}(e_i u)^2 - \frac{3}{2}(u)^2 \right]. \quad (18)$$

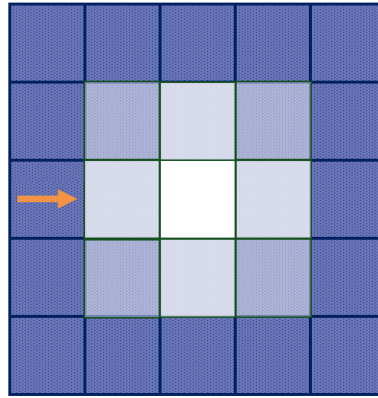


Рис. 3. Дискретное приближение

В соответствии с математической теорией интерполяционных кубатурных уравнений [24] параметры весовых коэффициентов уравнения определяются через произведения весов квадратурных формул, построенных на базе полиномов Эрмита:

$$\omega_i = \frac{K!}{(K \cdot H^{(K-1)}(\xi_i))^2}, \quad (19)$$

где ξ_i — узловые точки, H — вещественная переменная, K — порядок узлов и весовые коэффициенты равны $\omega_0 = \frac{4}{9}$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \frac{1}{9}$ и $\omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = \frac{1}{36}$.

Граничные условия определяются следующим образом: при условии прилипания функция распределения разворачивается на 180 градусов, в то время как при условии проскальзывания происходит зеркальное отражение функции распределения, поддерживающее состояние равновесия (см. уравнения (12)–(18)).

Во время шага частицы в каждой ячейке решетки сталкиваются и релаксируют к этим равновесным значениям:

$$n_i \rightarrow n_i + \frac{1}{\tau} \cdot (n_i^{eq} - n_i). \quad (20)$$

Алгоритм заключается в простом чередовании столкновений с потоком, при котором молекулы перемещаются в соседние ячейки в соответствии со своими скоростями (см. уравнения (19) и (20)).

Моделирование динамики двумерной жидкости

В работе проведено моделирование поля скоростей для течения жидкости в двумерном канале с препятствием. С использованием вычислительной платформы Fluid Dynamics Simulation Physics Weber [25] получены распределения скоростей, давлений и температур.

В процессе моделирования жидкость движется слева направо, а линейный барьер изменяет направление потока и создает вихревые образования. Цвета отображают уровень завихрения и локального вращательного движения жидкости.

В расчетах применялся безразмерный критерий Рейнольдса, определяемый формулой:

$$Re = \frac{(\rho v L)}{\mu}, \quad (21)$$

где ρ — плотность среды (кг/м³); v — характерная скорость потока (м/с); L — характерный линейный размер (м); μ — динамическая вязкость среды (Па·с).

В процессе моделирования зафиксирована временная динамика распространения частиц потока жидкости в плоском канале с линейной преградой (рис. 4). В начальной стадии моделирования фиксируется образование пары вихрей за препятствием, которые при возрастании скорости жидкости вытягиваются и начинают совершать колебания. Далее происходит перестройка потока в структуру, известную как дорожка Кармана. Увеличение чисел Рейнольдса указывает на повышение интенсивности вихревых процессов в жидкости.

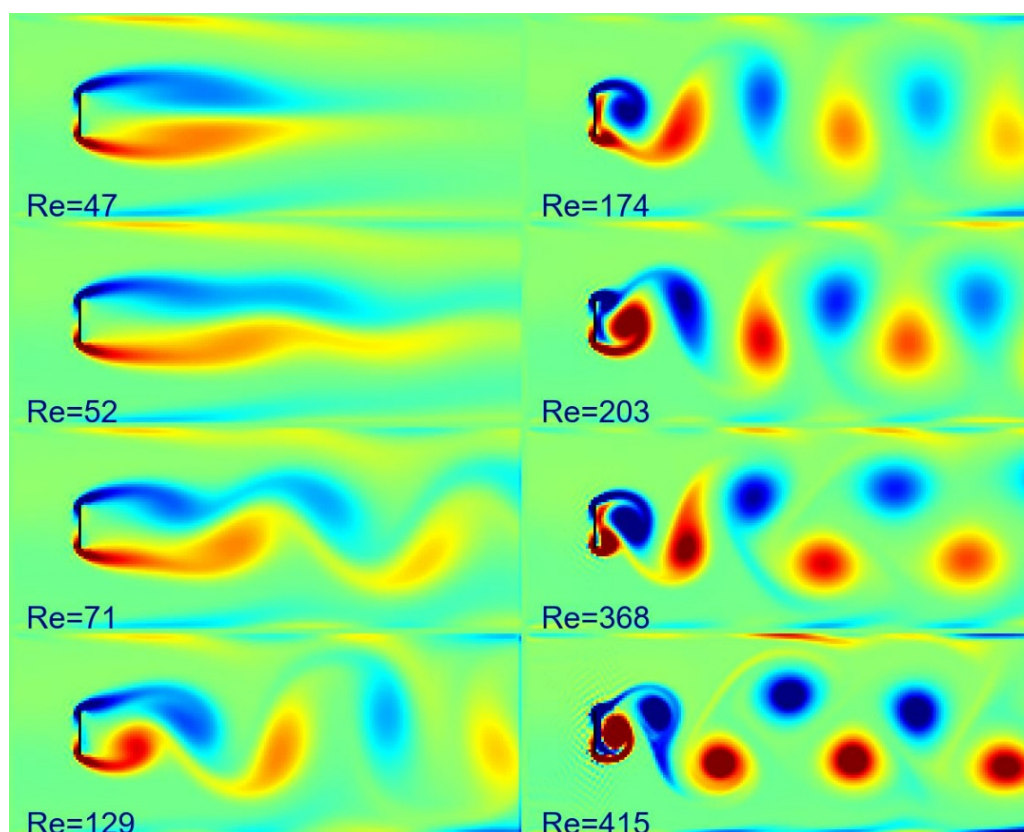


Рис. 4. Распределение плотности частиц за пластиной в двумерном канале

Появление устойчивой вихревой дорожки Кармана при увеличении скорости потока является важным аспектом, обеспечивающим согласование между теоретической моделью и экспериментальными наблюдениями.

Динамика вихрей в потоке за пластиной представляет собой сложный гидродинамический процесс, характеризующийся образованием и развитием вихревых структур вследствие инерционных и вязкостных взаимодействий в пограничном слое переходного режима течения. В условиях скоростного потока за препятствием возникают механизмы отделения слоя и последующего формирования вихрей, что существенно влияет на распределение скоростей, давления и турбулентных характеристик в плоском канале (рис. 5).

Данная модель обладает значительной параллелизационной эффективностью и позволяет достоверно воспроизвести основные качественные характеристики физических процессов, такие как формирование вихрей за плоским барьером. Проявление турбулентности за пластиной является результатом взаимодействия инерционных и вязкостных сил в пограничном слое, что обусловлено характеристиками потока, в первую очередь числом Рейнольдса (21).

При низких значениях Re вязкостные силы подавляют развитие вихрей, поток остается ламинарным и вихри не образуются или их количество минимально. По мере увеличения Re инерционные силы начинают преобладать, что способствует отделению пограничного слоя от поверхности пластины и приводит к формированию вихревых структур. При определенных условиях один слой отделяется от поверхности из-за возникновения обратных потоков внутри пограничного слоя, далее отделившийся поток создает области низкого давления внутри вихревых структур. С дальнейшим увеличением Re количество и размеры вихрей растут, они могут сливаться в более крупные структуры.

На рисунке 6 показана зависимость отношения количества вихрей к скорости потока, что иллюстрирует рост числа вихрей с увеличением Re . В начальной области (низкие значения Re) вихри отсутствуют или их количество мало, затем при достижении критического Re происходит резкий рост количества вихрей за счет усиления процессов отделения и формирования новых сложных структур.

Моделирование на основе решеточных уравнений позволяет эффективно воспроизводить эти процессы, а обработка изображений и данных с использованием языка Python обеспечивает анализ и

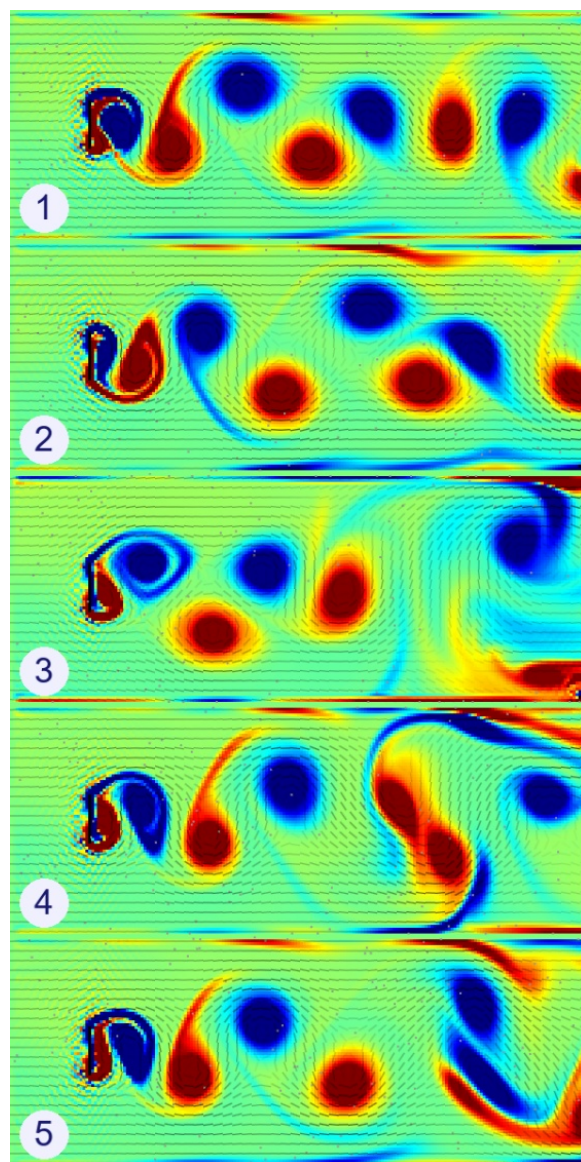


Рис. 5. Динамика вихрей в потоке за пластиной

визуализацию вихревых структур (рис. 6).

Данный метод широко применяется для моделирования потоков в сложных геометрических областях с учетом различных физических явлений, включая пористые и многокомпонентные среды, а также течения с теплопередачей.

Преимущества данного метода включают простоту реализации и высокую вычислительную эффективность. Однако его применение ограничено геометрическими параметрами канала, скоростями течения потока и нестабильным поведением на границах препятствий.

В целом, учет зависимости вихревых процессов от Re в сочетании с современными цифровыми инструментами обработки данных позволяет получать достоверные результаты, отражающие физическую природу образования и развития вихрей.

Заключение

Методы, основанные на решетчатых уравнениях, представляют собой класс численных подходов в области вычислительной гидродинамики, предназначенных для моделирования течений жидкостей. В моделировании столкновений частиц также широко применяется модель Бхатнагара–Гросса–Крука.

В рамках данного исследования было выполнено численное моделирование течения жидкости с использованием методов вычислительной гидродинамики. Рассмотрена задача движения жидкости

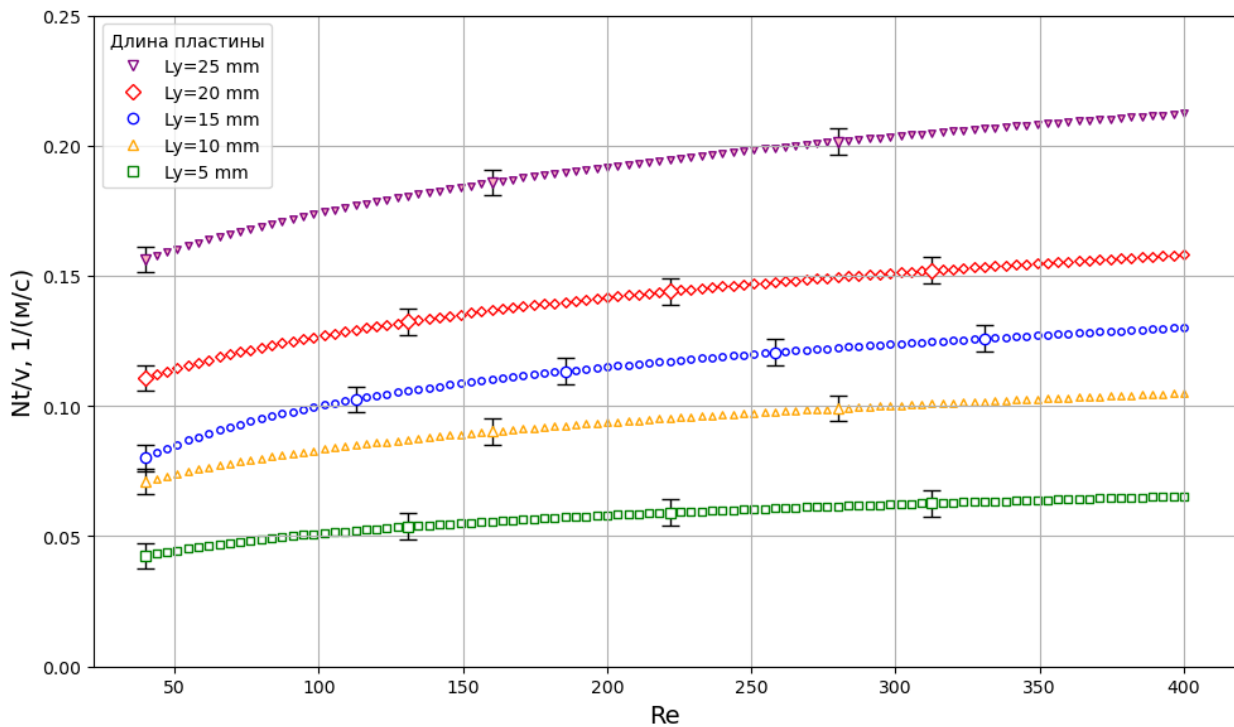


Рис. 6. Зависимости отношений количества вихрей к скорости потока от числа Рейнольдса при моделировании течения в канале с пластиной

для условий ламинарного и турбулентного течения в плоском канале с препятствием. Анализ полей скорости, давления и температуры выявил формирование стабильных вихревых структур, возникающих при критических значениях параметров модели.

Изучение течений жидкостей и газов является важной задачей как с практической, так и с теоретической точек зрения, поскольку появление отрывных потоков часто свидетельствует о начале сложных процессов перехода от ламинарного к турбулентному режиму и встречается в различных технических системах и конструкциях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галкин В. А. *Анализ математических моделей: системы законов сохранения, уравнения Больцмана и Смолуховского*. М.: Бином. Лаб. знаний; 2009. 408 с.
2. Peng Y., Schaefer L. Equations of State in a Lattice Boltzmann Method. *Physics of Fluids*. 2006;18(4):042101-01–042101-11. DOI: 10.1063/1.2187070.
3. Inamuro T. Lattice Boltzmann Method for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows. *Fluid Dynamics Research*. 2006;38(9):3–17. DOI: 10.1007/978-3-642-01273-0_1.
4. Kupershtokh A. L., Medvedev D. A., Karpov D. I. On Equations of State in a Lattice Boltzmann Method. *Computers and Mathematics with Applications*. 2009;58(5):965–974. DOI: 10.1016/j.camwa.2009.02.024.
5. Semenov O. Yu., Dyomko A. I. Liquid and Gas Optical Flowmeter Model Development. *AIP Conf. Proc.* 2019;2141:050010-1–050010-10. DOI: 10.1063/1.5122153.
6. Huang H.-B., Lu X.-Y., Sukop M. C. Numerical Study of Lattice Boltzmann Methods for a Convection-Diffusion Equation Coupled with Navier–Stokes Equations. *Journal of Physics A*. 2011;44(5):055001-1–055001-18. DOI: 10.1088/1751-8113/44/5/055001.
7. Галкин А. В. *Математическое моделирование столкновений частиц, приводящих к решениям уравнений Больцмана и Смолуховского*: автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2009. 19 с.
8. Горбунов Д. В., Гавриленко А. В., Горбунова М. Н., Семенов О. Ю. Визуальный корреляционный анализ периодических и непериодических функций на основе рекуррентного анализа. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):54–61. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-05.

9. Shan X. Multicomponent Lattice Boltzmann Model from Continuum Kinetic Theory. *Physical Review E*. 2010;81(4):045701.1–045701.4. DOI: 10.1103/PhysRevE.81.045701.
10. Tiribocchi A., Stella N., Gonella G., Lamura A. Hybrid Lattice Boltzmann Model for Binary Fluid Mixtures. *Physical Review E*. 2009;80(2):026701-1–026701-7. DOI: 10.1103/PhysRevE.80.026701.
11. Смирнов Е. М., Зайцев Д. К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии. *Научно-технические ведомости СПбГТУ*. 2004;2:70–81. Режим доступа: https://engtechspbstu.ru/userfiles/files/volume/N2_36_2004.pdf.
12. Chen S., Tolke J., Krafczyk M. Numerical Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer inside a Rotating Disk-Cylinder Configuration by a Lattice Boltzmann Model. *Physical Review E*. 2009;80(1):016702. DOI: 10.1103/PhysRevE.80.016702.
13. Chiavazzo E., Karlin I. V., Gorban A. N., Boulouchos K. Combustion Simulation Via Lattice Boltzmann and Reduced Chemical Kinetics. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2009;2009(6):P06013. DOI: 10.1088/1742-5468/2009/06/P06013.
14. Obrecht C., Kuznik F., Tourancheau B., Roux J.-J. Multi-GPU Implementation of the Lattice Boltzmann Method. *Computers & Mathematics with Applications*. 2013;65(2):252–261. DOI: 10.1016/j.camwa.2011.02.020.
15. Schonherr M., Kucher K., Geier M., Stiebler M., Freudiger S., Krafczyk M. Multi-Thread Implementation of the Lattice Boltzmann Method on Non-Uniform Grids for Cpus and Gpus. *Computers and Mathematics with Applications*. 2011;61(12):3730–3743. DOI: 10.1016/j.camwa.2011.04.012.
16. Семенов О. Ю., Гавриленко Т. В. Диагностика структуры плазмы методом фокусировки изображения. *Успехи кибернетики*. 2023;4(2):18–23. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-2-03.
17. Галкин А. В. Математическое моделирование газа, образующего конденсированную структуру. *Математическое моделирование*. 2009;21(2):103–117.
18. Hazi G., Markus A. Modeling Heat Transfer in Supercritical Fluid Using the Lattice Boltzmann Method. *Physical Review E*. 2007;77(2):1–10. DOI: 10.1103/PhysRevE.77.026305.
19. Titarev V. A. Rarefied Gas Flow in a Planar Channel Caused by Arbitrary Pressure and Temperature Drops. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. 2012;55(21–22):5916–5930. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.088.
20. Семенов О. Ю. Исследование гидродинамики пламени в плоском канале с неподвижным поршнем. *Вестник кибернетики*. 2019;1:7–14. Режим доступа: <https://www.vestcyber.ru/jour/article/view/256/137>.
21. Ataei M., Shaayegan V., Costa F., Han S., Park C. B., Bussmann M. LBfoam: an Open-Source Software Package for the Simulation of Foaming Using the Lattice Boltzmann Method. *Computer Physics Communications*. 2021;259:107698. DOI: 10.1016/j.cpc.2020.107698.
22. Ji G., Zhu J. Computational Fluid Dynamics Simulations. 2020. DOI: 10.5772/intechopen.83278.
23. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика: учеб. пос. В 10 т. Т. 10. Физическая кинетика*. М.: ФИЗМАТЛИТ; 2002. 536 с.
24. Sukop M. C., Thorne D. T. *Lattice Boltzmann Modeling. An Introduction for Geoscientists and Engineers*. 2006. DOI: 10.1007/978-3-540-27982-2.
25. *Fluid Dynamics Simulation*. Available at: <https://physics.weber.edu/schroeder/fluids/>.