


ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТОНКИХ ПРОСЛОЙКАХ**А. Д. Япаров^{1,а}, Н. М. Япарова^{2,б}**¹ ГК «ТехПром», г. Челябинск, Российская Федерация² Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), г. Челябинск, Российская Федерация^а rezozx@gmail.com^б ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1821-1159>,  natyap7@mail.ru


Аннотация: рассмотрена нелинейная обратная задача теплопроводности, связанная с определением внутренних температурных полей в тонких слоях, подвергающихся внешнему тепловому воздействию в быстропротекающих высокотемпературных технологических процессах. Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что при ее решении необходимо учитывать, что изменение теплофизических характеристик материала, из которого изготовлена прослойка, происходит в зависимости от ее текущего теплового состояния. Математически задача определения температур внутри прослойки представлена параболическим уравнением, коэффициенты которого зависят от искомого решения с начальными и граничными условиями, отражающими начальное тепловое состояние прослойки и характер изменения температуры вблизи внешней границы прослойки. В данной работе представлен новый подход к решению обратной задачи, основанный на аппроксимации коэффициентных функций, и вычислительная схема, реализующая этот подход. Схема создана на основе конечных разностей с применением регуляризирующих алгоритмов, обеспечивающих ее устойчивость. Верификация метода осуществлялась посредством вычислительных экспериментов, в ходе которых проводился сравнительный анализ численных решений обратной задачи с тестовыми функциями, сформированными на основе имитационного моделирования. Результаты экспериментов продемонстрировали, что погрешность полученных решений находится в допустимых пределах, что подтверждает надежность и достаточную точность используемой вычислительной схемы.

Ключевые слова: теплоперенос, численный метод, обратная задача, регуляризация.

Для цитирования: Япаров А. Д., Япарова Н. М. Численный метод решения нелинейной задачи теплопереноса в тонких прослойках. *Успехи кибернетики*. 2025;6(4):140–148.

Поступила в редакцию: 10.10.2025.

В окончательном варианте: 07.11.2025.

NUMERICAL METHOD FOR SOLVING NONLINEAR HEAT TRANSFER PROBLEMS IN THIN LAYERS**A. D. Yaparov^{1,а}, Yaparova N. M.^{2,б}**¹ TechPromGroup, Chelyabinsk, Russian Federation² South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russian Federation^а rezozx@gmail.com^б ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1821-1159>,  iaparovnm@susu.ru

Abstract: we consider a nonlinear inverse heat conduction problem arising in high-speed, high-temperature technological processes where real-time information about internal temperature fields in thin layers is required. A key feature of this problem is that the thermophysical properties of the interlayer material change depending on its current thermal state.

Mathematically, the problem of calculating temperatures at internal points of the layer is described by a parabolic equation whose coefficients depend on the solution, with initial and boundary conditions reflecting the interlayer's initial thermal state and the temperature variation near its outer boundary.

We present a new approach to solving the inverse problem based on approximating the coefficient functions and a computational scheme implementing this approach. The scheme uses finite differences and incorporates regularization algorithms to ensure stability. This approach and scheme form the basis of a method for calculating temperature fields in a thin interlayer.

We verified the method through computational experiments, solving the inverse problem and comparing the results with test functions. The results confirm the reliability and sufficient accuracy of the proposed computational scheme.

Keywords: heat transfer, numerical method, inverse problem, regularization.

Cite this article: Yaparov A. D., Yaparova N. M. Numerical Method for Solving Nonlinear Heat Transfer Problems in Thin Layers. *Russian Journal of Cybernetics*. 2025;6(4):140–148.

Original article submitted: 10.10.2025.

Revision submitted: 07.11.2025.

Введение

В современных технологиях, связанных с применением высокотемпературных режимов внешнего воздействия на технический объект, особое внимание уделяется обеспечению тепловой устойчивости защитных покрытий объекта. Во многих случаях защитное покрытие представлено тонким слоем, нанесенным на внешнюю поверхность объекта [1, 2]. При выборе и корректировке значений параметров, влияющих на теплофизические свойства защитного слоя, ориентируются на информацию о его тепловом состоянии, когда основой для определения температур во внутренних точках покрытия служат результаты температурных измерений вблизи поверхности объекта. Это приводит к необходимости рассматривать проблему определения теплового состояния защитного слоя как обратную задачу теплопроводности. Разработка методов решения обратных задач является актуальной, динамически развивающейся областью научных исследований, активно сочетающей теорию регуляризации, математический аппарат вычислительной математики и численных методов с применением современных информационных технологий [3–16]. В последнее время для решения таких задач активно применяются нейросетевые модели и машинное обучение [17, 18]. Однако в условиях небольшого количества проведенных измерений или малого числа измеряемых параметров такой подход может оказаться малоэффективным. Наиболее развитое направление в области создания методов определения внутренних нестационарных температурных полей связано с применением математического аппарата вычислительной математики, теории некорректных задач и регуляризации.

Специфика решения проблемы определения температурных полей заключается в том, что при разработке численного метода необходимо учитывать, что с изменением температуры объекта изменяются его теплофизические свойства. Математически эта связь выражается в функциональной зависимости коэффициентов уравнения от искомого решения, что относит рассматриваемую задачу к классу нелинейных обратных задач. Основная сложность численного решения таких задач обусловлена необходимостью создания подходов, позволяющих перейти от нелинейной задачи к уравнениям, в которых зависимость коэффициентов от искомой функции представлена в неявной форме. К таким подходам относится аппроксимация коэффициентов с помощью численной оптимизации либо сведением к иным уравнениям путем использования математических методов, часто опирающихся на решения вспомогательных линейных задач.

В данной работе предложен подход, включающий линейную аппроксимацию коэффициентов уравнения в зависимости от температурного диапазона и переход от исходной задачи к последовательности обратных задач, а также представлен численный метод, позволяющий находить приближенные решения для каждой из задач, согласованные на границах температурных диапазонов

Математическая модель теплопереноса

Рассматривается проблема определения текущего теплового состояния тонкой прослойки толщиной L , подвергаемой с одной стороны внешнему тепловому воздействию. В прослойке отсутствуют включения, приводящие к изменениям внутренних температурных полей. Отсутствие внутренних тепловых источников позволяет принять допущение об однородности структуры материала прослойки. Температурное поле внутри прослойки в каждой точке x , $x \in [0, L]$ в текущий момент времени t , $t \in [0, T]$ характеризуется функцией $u(x, t)$. К моменту начала внешнего воздействия температура прослойки постоянна и определяется величиной $u(x, 0) = U$, $x \in [0, L]$. Внешнее тепловое воздействие на границу прослойки одинаково в каждой граничной точке. Продолжительность внешнего воздействия ограничена величиной T . Влияние тепловых потоков, образующихся в результате внешнего теплового воздействия, представлено функцией плотности $q(t)$. Температурам, формируемым на внешней границе прослойки, соответствует функция $p(t)$. Схема теплового воздействия приведена на рис. 1.

Учитывая вышесказанное, проблема определения температурных полей однородной прослойки, подвергаемой одностороннему, изменяющемуся только по времени внешнему тепловому воздействию, сводится к задаче определения внутренних температурных полей стержня при высоких граничных

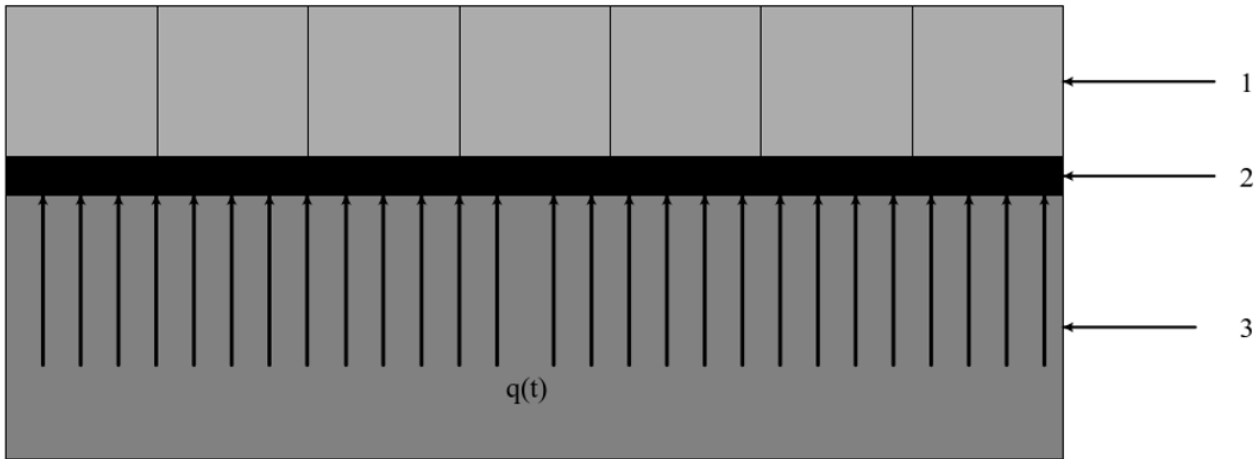


Рис. 1. Схема теплового воздействия на тонкую прослойку, 1 — внутреннее тело, покрытое защитной прослойкой, 2 — прослойка, 3 — внешняя среда, $q(t)$ — тепловой поток

температурах. Основываясь на подходах, представленных в работах [19–21], получаем, что математическая модель рассматриваемого процесса теплопереноса в прослойке сводится к обратной задаче, включающей уравнение теплопроводности:

$$c(u)\rho(u)u_t = \operatorname{div}(\lambda(u)u_x), \quad (x,t) \in (0,L) \times (0,T), \quad (1)$$

начальное условие:

$$u(x,0) = U, \quad x \in [0,L], \quad (2)$$

и граничные условия

$$-\lambda \frac{\partial u}{\partial x} = q(t), \quad t \in [0,T], \quad u(0,t) = p(t), \quad t \in [0,T]. \quad (3)$$

Для определения внутренних температурных полей прослойки требуется разработать метод, определяющий функцию $u(x,t)$ во всех внутренних точках в текущий момент времени вплоть до значений $u(L,t)$. В математическом представлении требуется разработать метод, позволяющий найти численное решение $u(x,t)$ обратной задачи (1)–(3) вплоть до граничных значений $u(L,t) = \psi(t)$. При построении метода численного решения обратной задачи необходимо учитывать, что источником формирования функций $p(t)$ и $q(t)$ служат результаты обработки измерительной информации, как следствие, в условиях (2), (3) вместо функций $p(t)$ и $q(t)$ заданы приближения $p_\delta(t)$ и $q_\delta(t)$, уровень отклонений которых не превосходит величины δ . Таким образом, при построении вычислительной схемы решения обратной задачи (1)–(3) требуется решить проблему нелинейности уравнения (1) и обеспечить устойчивость разрабатываемой вычислительной схемы относительно погрешности исходных данных.

Метод аппроксимационной регуляризации

Важный аспект рассматриваемой проблемы определения внутренних температурных полей прослойки заключается в том, что изменения основных характеристик: коэффициента удельной теплоемкости c , плотности ρ и коэффициента теплопроводности λ — приведены в зависимости от температурного диапазона [22].

Для решения проблемы нелинейности обратной задачи (1)–(3) предлагается следующий подход. Исходную задачу (1)–(3) сводят к последовательности линейных задач, решаемых в различных температурных диапазонах, внутри каждого из которых теплофизические характеристики материала претерпевают незначительные изменения. Тогда, опираясь на данную идею, получаем, что в каждом из температурных диапазонов исходная задача сводится к обратной задаче:

$$u_t = au_{xx} + \beta u_x + \gamma u, \quad (x,t) \in (0,L) \times (0,T) \quad (4)$$

$$u(x,0) = U, \quad x \in [0,L] \quad (5)$$

$$-\lambda \frac{\partial u}{\partial x} = q(t), \quad t \in [0, T] \quad u(0, t) = p(t), \quad t \in [0, T], \quad (6)$$

где a, β, γ – приведенные коэффициенты.

Для построения вычислительной схемы метода используем сетку:

$$G = \left\{ (x_i, t_j) \mid x_i = (i-1)h, t_j = (j-1)\tau, h = \frac{L}{N}, \tau = \frac{T}{M}, i = \overline{1, N+1}, j = \overline{1, M+1} \right\}$$

и конечно-разностные представления частных производных [23]. Обозначим $u(x_i, t_j) = u_{i,j}$. Тогда уравнение (4) в узле (x_i, t_j) принимает следующий вид:

$$\frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\tau} = a \frac{u_{i,j} - 2u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{h^2} + \beta \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h} + \gamma u_{i,j}. \quad (7)$$

Используя начальные условия (2) и граничные условия (3), получаем:

$$u_{i,1} = U, \quad u_{1,j} = p_j, \quad u_{2,j} = p_j - \frac{h}{\lambda} q_j. \quad (8)$$

В вычислительной схеме из конечно-разностных аналогов начальных и граничных условий и уравнения (4) находят численное решение задач (4)–(6).

Обозначим $A = \frac{1}{\tau}$, $B = \frac{a}{h^2}$, $C = \frac{\beta}{h}$. Выразив $u_{i,j}$ из соотношения (7) и учитывая (8), получаем следующую вычислительную схему определения температурных полей тонкой прослойки:

$$u_{i,j} = \frac{A * u_{i,j-1} - B * (2u_{i-1,j} - u_{i-2,j}) - C * u_{i,j+1}}{(A - B - C - \gamma)}.$$

Известно [23–25], что явные схемы численного решения дифференциальных уравнений являются неустойчивыми. Для обеспечения устойчивости получаемых численных решений в вычислительную схему вводят аддитивный стабилизирующий функционал с параметром регуляризации α . Такой подход применялся в работе [26] для решения нелинейных задач с неполными данными, а также для решения обратной задачи восстановления сигнала в динамике измерений [27]. Проверка разработанной вычислительной модели проводилась посредством экспериментов, включавших сопоставление расчетных результатов уравнений (4)–(6) с контрольными функциями, построенными методом компьютерного моделирования и воспроизводящими вероятные сценарии распределения температуры внутри слоя в разных температурных условиях.

Численное моделирование

Экспериментальные исследования проводились по следующей методике. На начальном этапе эксперимента задавали тестовые значения $u(0, t) = p(t)$ и $u(L, t) = \psi(t)$. Моделирование функций $p(t)$ и $\psi(t)$ проводили так, чтобы полученные значения отражали характер изменений температурных полей внутри прослойки. В эксперименте коэффициенты a, β, γ согласовывались с теплофизическими характеристиками жаропрочного сплава. Эксперименты проводились в различных температурных диапазонах. Выбор границ диапазонов определялся значениями скоростей изменения теплофизических характеристик, когда скорость изменения каждой из характеристик внутри диапазона отличается от скорости ее изменения в другом диапазоне. Далее по тестовым функциям $p(t)$ и $\psi(t)$ находили численное решение $u_0(x, t)$ следующей прямой задачи:

$$u_t = au_{xx} + bu_x + \gamma u, \quad (x, t) \in (0, L) \times (0, T)$$

$$u(x, 0) = U, \quad x \in [0, L],$$

$$u(0, t) = p(t), \quad u(L, t) = \psi(t), \quad t \in [0, T].$$

Затем формировали значения $q(t)$, используя конечно-разностный аналог производной первого порядка и функцию $p(t)$. Затем моделировали значения $p_\delta(t)$ и $q_\delta(t)$, добавляя к значениям $p(t)$ и $q(t)$ аддитивный шум. На следующем этапе находили численное решение $u_\delta(x, t)$ обратных задач (4)–(6). Далее оценивали величину отклонений $u_\delta(x, t)$ от $u_0(x, t)$ в области $[0, L] \times [0, T]$ и отдельно

исследовали динамику погрешности численных решений в точке $x = L$. Проведение дополнительных исследований обусловлено тем, что величина погрешности численных решений достигает наибольшего значения в точках $x = L$, поскольку значения $u_\delta(L, t) = \psi_\delta(t)$ вычисляются последними на каждом шаге итерационного процесса. Для оценки погрешности численных решений в точках $x = L$ использовали функцию погрешности $\Delta(t)$, определяемую формулой $\Delta(t) = |\psi_\delta(t) - \psi(t)|$. В эксперименте также исследовали влияние регуляризации на точность получаемых решений.

В данной работе приведены результаты эксперимента для тестовых функций, соответствующих следующим изменениям теплового состояния прослойки: непрерывный нагрев (тест 1), нагрев и последующее охлаждение (тест 2), постепенное охлаждение (тест 3). Рис. 2–4 иллюстрируют результаты экспериментов, полученные при уровне погрешности 5%. На рисунках 2а, 3а, 4а приведены графики найденных значений $\psi_\delta(t)$ и тестовых значений $\psi(t)$. Графики функции $\Delta(t)$ представлены на рис. 2б, 3б, 4б.

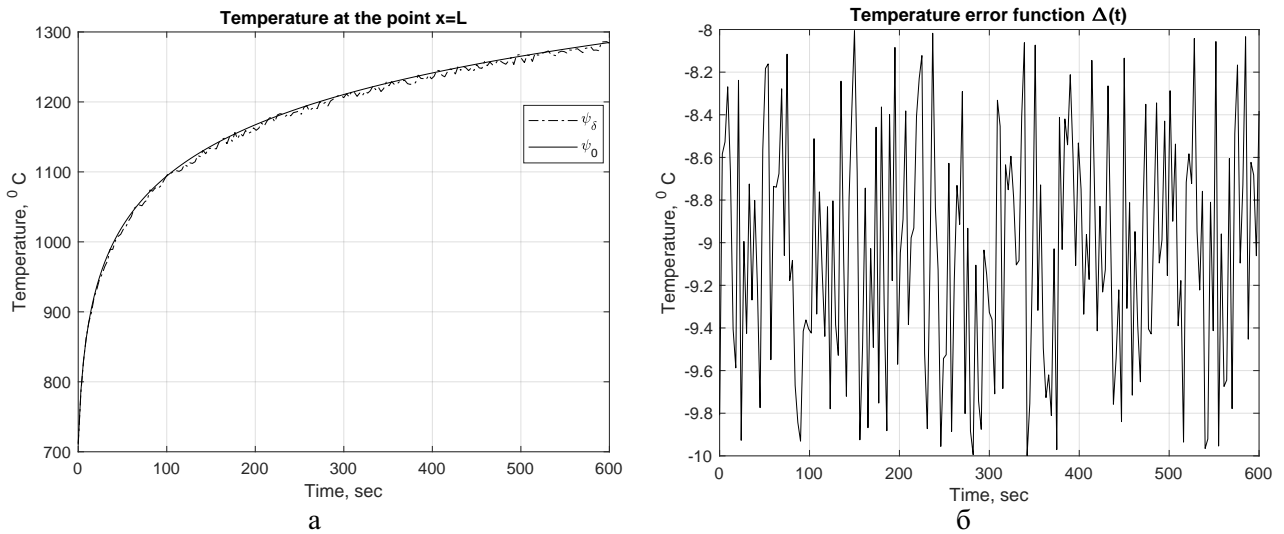


Рис. 2. Результаты расчета температур непрерывного нагрева: а) графики функции температуры; б) график функции $\Delta(t)$

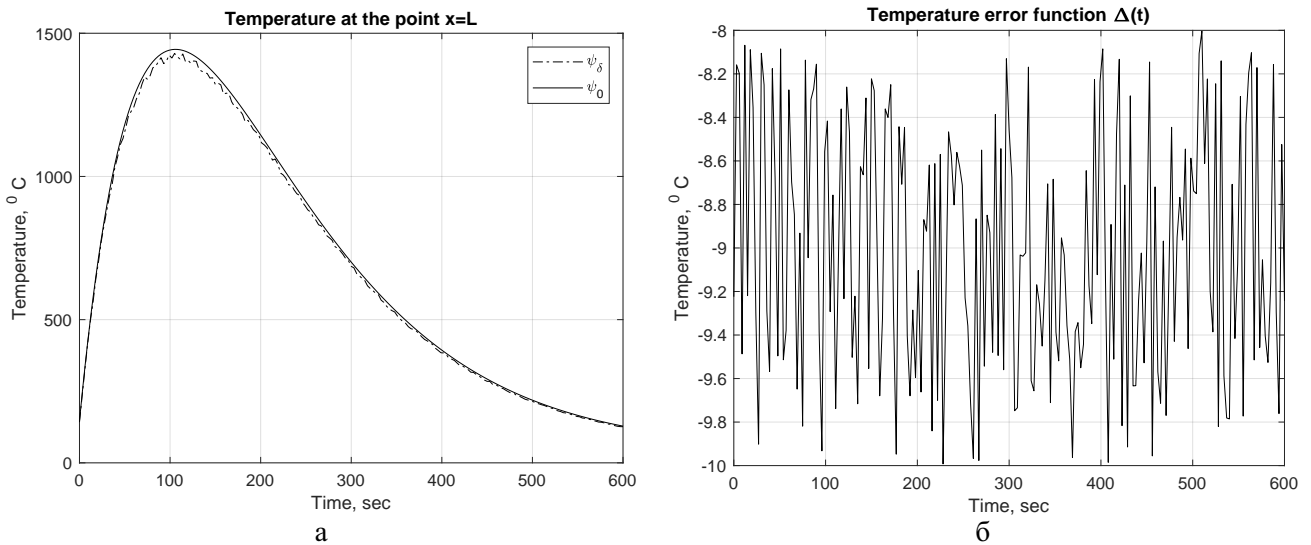


Рис. 3. Результаты расчета температур для нагрева и охлаждения: а) графики функции температуры; б) график функции $\Delta(t)$

Поверхности, приведенные на рис. 5, иллюстрируют тепловое состояние тонкой прослойки. Для оценки погрешностей численного решения $u_\delta(x, t)$ обратной задачи (1)–(3) использовали

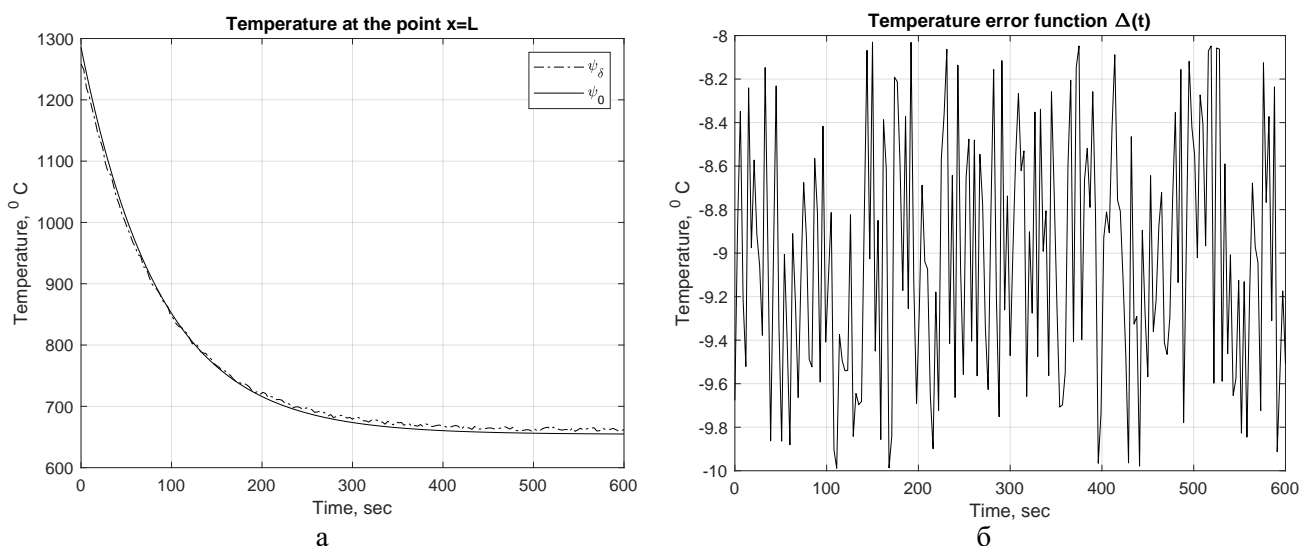


Рис. 4. Результаты расчета температур для охлаждения: а) графики функции температуры; б) график функции $\Delta(t)$

величины Δ_{abs} , Δ_ε и Δ , определяемые формулами:

$$\Delta_{abs} = \max_{(x,t) \in [0,T] \times [0,L]} |u_\delta(x,t) - u_0(x,t)|, \quad \Delta_\varepsilon = \max_{(x,t) \in [0,T] \times [0,L]} \frac{|u_\delta(x,t) - u_0(x,t)|}{|u_0(x,t)|}$$

$$\Delta = \max_{t \in [0,T]} |\Delta(t)|.$$

В таблице 1 приведены значения этих величин в различных температурных диапазонах, полученные для теста 1. Для остальных тестов — оценки погрешностей.

Таблица 1

Температурные отклонения по диапазону

Температурные диапазоны, °C	δ	$\Delta, ^\circ C$	$\Delta_{abs}, ^\circ C$	$\Delta_\varepsilon, ^\circ C$
20–600	0,01	4,15	4,15	0,01
	0,05	6,65	6,65	0,01
600–800	0,01	4,73	4,73	0,01
	0,05	7,77	7,77	0,01
800–1000	0,01	6,75	6,75	0,01
	0,05	8,88	8,88	0,01
1000–1200	0,01	7,92	7,92	0,01
	0,05	9,03	9,03	0,01
1200–1390	0,01	9,55	9,55	0,01
	0,05	10,46	10,46	0,01

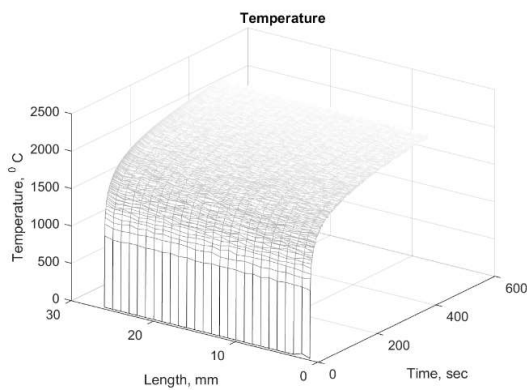
В данной работе представлены также результаты исследования влияния регуляризации на точность решений. В таблице 2 приведены значения погрешности численных решений задач (4)–(6), полученные на основе предложенной вычислительной схемы с нулевым параметром регуляризации, что соответствует исключению стабилизирующего функционала из процедуры вычислений

Результаты эксперимента свидетельствуют об эффективности предложенного метода аппроксимационной регуляризации и достаточной точности разработанной вычислительной схемы для определения температур в тонких прослойках, а также подтверждают необходимость использования регуляризирующих подходов при построении численных решений рассматриваемой задачи.

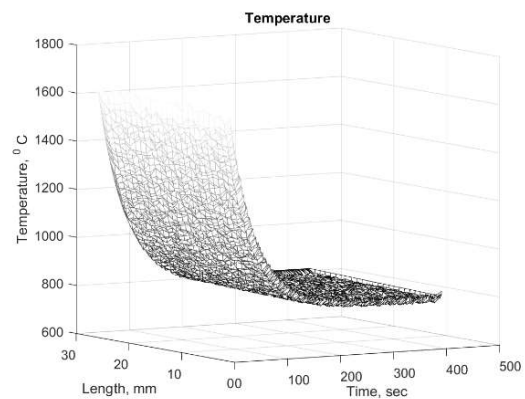
Таблица 2

Температурные отклонения в схеме без регуляризации

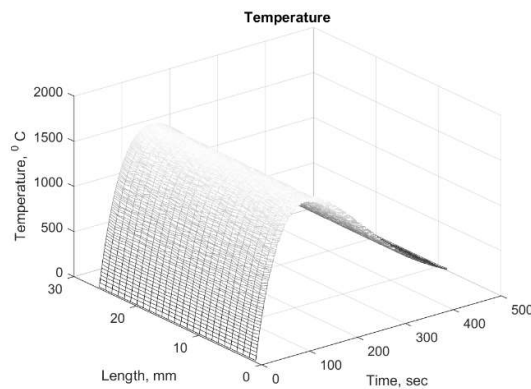
Температурные диапазоны, °C	$\delta_{ир}$	$\Delta, ^\circ\text{C}$	$\Delta_{abs}, ^\circ\text{C}$	$\Delta_\varepsilon, ^\circ\text{C}$
20–600	0,01	20,34	20,34	0,03
	0,05	23,15	23,15	0,04
600–800	0,01	21,56	21,56	0,03
	0,05	25,51	25,51	0,04
800–1000	0,01	30,64	30,64	0,03
	0,05	40,25	40,25	0,04
1000–1200	0,01	45,37	45,37	0,04
	0,05	54,22	54,22	0,05
1200–1390	0,01	55,91	55,91	0,04
	0,05	62,13	62,13	0,05



а



б



в

Рис. 5. Температурные поля тонкой прослойки: а) температуры прослойки, соответствующие тесту 1; б) температуры, соответствующие тесту 2; в) температуры, соответствующие тесту 3

Заключение

В статье предложен метод, позволяющий определить внутренние температурные поля с достаточным уровнем точности в каждом из рассматриваемых диапазонов. Построена устойчивая относительно шума схема. Применение регуляризирующего подхода позволяет повысить точность определения температур. Предложенная схема может быть использована в системах температурного контроля с фиксированным временным интервалом измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алифанов О. М., Будник С. А., Ненарокомов А. В., Салосина М. О., Титов Д. М. Датчики для косвенного измерения нестационарных тепловых потоков на основе методологии обратных задач теплопроводности. *Инженерно-физический журнал*. 2023;967:1705–1716.
2. Белоусов М. Д., Шестаков А. Л., Япарова Н. М. Оценка собственного состояния термометров сопротивлений. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника*. 2012;35:105–109.
3. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. *Методы решения некорректных задач*. М.: Наука; 1986. 288 с.
4. Иванов В. К., Васин В. В., Танана В. П. *Теория линейных некорректных задач и ее приложения*. М.: Наука; 1978. 208 с.
5. Денисов А. М. Приближенное решение обратных задач для уравнения теплопроводности с сингулярным возмущением. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2021;6112:2040–2049. DOI: 10.31857/S0044466921120085.
6. Борухов В. Т., Заяц Г. М., Костюкова О. И. Обратные задачи восстановления коэффициентов и источников переноса в нелинейных уравнениях теплопроводности. *Труды Института математики НАН Беларуси*. 2023;311:33–43.
7. Boykov I. V., Ryazantsev V. A. On the Problem of Recovering Boundary Conditions in the Third Boundary Value Problem for Parabolic Equation. *University Proceedings. Volga Region. Physical and Mathematical Sciences*. 2021;2:3–13. DOI: 10.21685/2072-3040-2021-2-1.
8. Ваганова Н. А., Филимонов М. Ю. Моделирование температурных полей под опорой железнодорожного моста в криолитозоне. *Химическая физика и мезоскопия*. 2025;272:144–152. DOI: 10.62669/17270227.2025.2.14.
9. Япарова Н. М. Метод решения обратной задачи идентификации функции источника с использованием преобразования Лапласа. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика*. 2016;53:20–35. DOI: 10.14529/cmse160302.
10. Вабищевич П. Н. Операторно-разностные аппроксимации на нестандартных прямоугольных сетках. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2024;647:1097–1111. DOI: 10.31857/S0044466924070016.
11. Кабанихин С. И. *Обратные и некорректные задачи*. Новосибирск: Сибирское научное издательство; 2009. 457 с.
12. Samarskii A. A., Vabishchevich P. N. *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics*. Berlin: Walter de Gruyter; 2007. DOI: 10.1515/9783110205794.
13. Япарова Н. М., Капелюшин Ю. Е. Идентификация внутреннего теплового источника и определение теплового состояния объекта по динамическим граничным измерениям. *Информационные и математические технологии в науке и управлении*. 2023;4:91–103. DOI: 10.25729/ESI.2023.32.4.008.
14. Vasylyev V., Vasilyeva M. An Accurate Approximation of the Two-Phase Stefan Problem with Coefficient Smoothing. *Mathematics*. 2020;811:19224. DOI: 10.3390/math8111924.
15. Lukyanenko D. V., Argun R. L., Borzunov A. A., Gorbachev A. V., Shinkarev V. D., Shishlenin M. A., Yagola A. G. On the Features of Numerical Solution of Coefficient Inverse Problems for Nonlinear Equations of the Reaction–Diffusion–Advection Type with Data of Various Types. *Differential Equations*. 2023;5912:1734–1757. DOI: 10.1134/s0012266123120133.
16. Yaparova N. M. Mathematical Modelling and Method for Solving a Parametric Identification Problem for Self-Test of Measuring Devices. *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2016;241:77–91. DOI: 10.1080/17415977.2015.1017482.
17. Дилигенская А. Н., Самокиш А. В. Параметрическая идентификация в обратных задачах теплопроводности в условиях интервальной неопределенности на основе нейронных сетей. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки*. 2020;284:6–18.
18. Япаров Д. Д., Карманов Д. Е., Япарова Н. М. Метод обработки информации для прогнозирования степени восстановления металлов на основе нейросетевых технологий. *Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере*. 2025;1:29–36. DOI: 10.14529/secur250103.
19. Алифанов О. М. *Обратные задачи теплообмена*. М.: Машиностроение; 1988. 280 с.
20. Тихонов А. Н. Самарский А. А. *Уравнения математической физики*. М.: Изд-во МГУ; 1999. 799 с.
21. Лукин С. В. Режим нагрева и термостатирования слябов в печи при горячем посаде. *Металлург*. 2018;7:54–58.

22. Зубченко А. С., Колосков М. М., Каширский Ю. В. *Марочник сталей и сплавов*. М.: Машиностроение; 2003. 784 с.
23. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. *Вычислительная теплопередача*. М.: Едиториал УРСС; 2009. 784 с.
24. Марчук Г. И. *Методы вычислительной математики*. СПб.: Лань; 2009. 608 с.
25. Калиткин Н. Н. *Численные методы*. М.: Наука; 1995. 512 с.
26. Япарова Н. М. Численный метод решения некоторых обратных задач теплопроводности с неизвестными начальными условиями. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника*. 2015;152:97–108. DOI: 10.14529/ctcr150211.
27. Япаров Д. Д., Шестаков А. Л. Саморегуляризирующий метод динамических измерений. *Автоматика и телемеханика*. 2024;4:112–124. DOI: 10.31857/S0005231024040073.