

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ: ЕМКОСТНО-РЕЗИСТИВНАЯ МОДЕЛЬ БЕЗ УЧЕТА ЗАБОЙНОГО ДАВЛЕНИЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБВОДНЕНИЯ СКВАЖИНЫ

И. В. Афанаскин^{1,a}, С. Г. Вольпин^{2,b}, А. В. Королев^{2,c}, М. Ю. Ахапкин^{2,d}

¹ Государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Альметьевский государственный технологический университет «Высшая школа нефти», г. Альметьевск,

Российская Федерация

² Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Москва,

Российская Федерация

^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0617-221X>,  ivan@afanaskin.ru

^b ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3591-2910>, sergvolpin@gmail.com

^c ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9163-9106>, aleksandre.korolev@mail.ru

^d ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8482-3236>, makhapkin@niisi.ras.ru

Аннотация: в работе предлагается модифицированная CRM-модель (Capacitance-Resistive Model), исключающая использование забойного давления. Модель может применяться в условиях заводнения или при упруговодонапорном режиме разработки. В отличие от традиционных подходов, модель основана на учете накопленных объемов добычи и закачки и описывает межскважинное взаимодействие добывающих скважин с включением влияния аквифера. Модель является полуаналитической. Дополнительно введена эмпирическая логарифмическая модель обводнения, учитывающая зависимость водонасыщенности от накопленной добычи жидкости. Полученные уравнения позволяют рассчитывать дебиты жидкости и показатели обводнения без использования забойного давления, что существенно расширяет область применимости модели в условиях ограниченного промыслового мониторинга. Модель протестирована на данных по четырем добывающим скважинам месторождения с карбонатным коллектором, эксплуатируемого при упруговодонапорном режиме. Сравнение результатов расчетов по стандартной и модифицированной CRM-моделям показало приемлемое качество аппроксимации дебитов жидкости при исключении давления, а также высокую точность модели обводнения. Предложенный подход может быть применен для анализа разработки и прогнозирования без необходимости в труднодоступных параметрах, таких как забойное давление, а также для оперативной интерпретации промысловой информации.

Ключевые слова: математические модели, прогнозирование разработки нефтяных месторождений, CRM-модель, модель обводнения, упруговодонапорный режим разработки.

Благодарности: публикация выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ по теме № FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах».

Для цитирования: Афанаскин И. В., Вольпин С. Г., Королев А. В., Ахапкин М. Ю. Математические модели для анализа и прогнозирования разработки нефтяных месторождений: емкостно-резистивная модель без учета забойного давления и логарифмическая модель обводнения скважины. *Успехи кибернетики*. 2025;6(2):27–39.

Поступила в редакцию: 23.05.2025.

В окончательном варианте: 11.06.2025.

MATHEMATICAL MODELS FOR THE ANALYSIS AND FORECASTING OF OIL FIELD DEVELOPMENT: A CAPACITIVE-RESISTIVE MODEL WITHOUT BOTTOMHOLE PRESSURE AND A LOGARITHMIC MODEL OF WELL WATER BREAKTHROUGH

I. V. Afanaskin^{1,a}, S. G. Volpin^{2,b}, A. V. Korolev^{2,c}, M. Yu. Ahapkin^{2,d}

¹ Almet'yevsk State Technological University, Petroleum Higher School, Almet'yevsk, Russian Federation

² Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre Kurchatov Institute, Moscow, Russian Federation

^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0617-221X>,  ivan@afanaskin.ru

^b ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3591-2910>, sergvolpin@gmail.com

^c ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9163-9106>, aleksandre.korolev@mail.ru

^d ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8482-3236>, makhapkin@niisi.ras.ru

Abstract: we developed a modified Capacitance-Resistive Model (CRM) that does not require bottomhole pressure data. This semi-analytical model applies to waterflooding and elastic-water-drive reservoir development. Unlike traditional CRM formulations, our approach relies on cumulative production and injection volumes and incorporates inter-well interactions along with the effects of aquifers.

We also introduced an empirical logarithmic model for water breakthrough, which relates water saturation to cumulative liquid production. The resulting equations enable the calculation of liquid flow rates and water breakthrough without bottomhole pressure, significantly broadening the model's applicability in fields with limited monitoring data.

We tested the model on four production wells in a carbonate reservoir under elastic-water-drive conditions. Comparisons with the standard CRM model demonstrated acceptable accuracy in flow rate prediction without pressure input and high precision in modeling water breakthrough dynamics. This approach supports both development forecasting and real-time field analysis without relying on hard-to-obtain parameters such as bottomhole pressure.

Keywords: mathematical models, oil field development forecasting, CRM model, water breakthrough model, elastic water drive.

Acknowledgements: this is a part of the FNEF-2024-0001 Development and Deployment of Trusted AI Systems based on New Mathematical and Algorithmic Approaches and Fast Computing Models Compatible with Domestic Computer Hardware government contract.

Cite this article: Afanaskin I. V., Volpin S. G., Korolev A. V., Ahapkin M. Yu. Mathematical Models for the Analysis and Forecasting of Oil Field Development: A Capacitive-Resistive Model Without Bottomhole Pressure and a Logarithmic Model of Well Water Breakthrough. *Russian Journal of Cybernetics*. 2025;6(2):27–39.

Original article submitted: 23.05.2025.

Revision submitted: 11.06.2025.

Введение

Capacitance-Resistive Model (CRM) — это класс математических моделей, состоящий из емкостно-резистивных моделей, предназначенных для описания взаимодействия между нагнетательными и добывающими скважинами в процессе разработки нефтяных месторождений. Эти модели основаны на принципах материального баланса и представляют пласт как систему, преобразующую закачку в отклик на добычу. Математическая структура CRM включает уравнение сохранения массы, отвечающее за емкость, и уравнение притока, описывающее сопротивление между скважинами. Такая формализация позволяет воспроизводить динамику межскважинных потоков без построения полной геологической модели, что делает CRM-методы особенно привлекательными для оперативной оценки состояния системы поддержания пластового давления (ППД).

В зависимости от постановки задачи и уровня детализации модели выделяют различные модификации CRM: CRMT [1, 2, 7, 8, 11–13]; CRMP [2, 6–9, 11–13]; CRMIP [3, 7, 8, 12]; CRM-Block [7, 8]; ML-CRM [7]; CRMT-M, CRMP-M и CRMIP-M [5, 8] и другие. Ключевое преимущество этих моделей — возможность обходиться без регулярных замеров пластового давления, которое в промышленной практике определяется редко и с большой неопределенностью. Благодаря этому CRM-модели широко применяются для оценки дренируемых объемов, анализа межскважинной интерференции, краткосрочного прогнозирования и оптимизации системы заводнения.

Отдельное направление в развитии CRM-моделирования составляют подходы, полностью исключающие из расчетов забойное давление. Такие модели становятся особенно актуальными в условиях, где замеры давления отсутствуют, нестабильны или нерепрезентативны. В ряде современных публикаций представлены примеры успешного применения CRM-моделей именно в таком формате. Так, в работе [15] показано, что классическая CRM-модель может быть эффективно адаптирована к реальным данным без учета забойных давлений, с получением высокой точности прогноза дебитов на основе только объемов закачки и добычи.

В статье [16] предлагается модифицированная многоскважинная модель (MCCM), способная учитывать переменный скин-фактор и остановки добывающих скважин. Хотя исходная формулировка

модели включает забойное давление, авторы подчеркивают, что она может быть использована и без давления, что особенно важно для полевых данных с частыми остановками и неполными измерениями.

В отечественной практике примером такого подхода является метод Cost-БФА, представленный в [17], в котором применяется упрощенная CRM-модель, полностью исключая давление из расчетной схемы. Эта модель интегрирована с экономической оценкой и предназначена для оптимизации системы ППД при помощи анализа межскважинной связи на основе исторических данных закачки и добычи.

В настоящей работе рассматривается развитие этого направления: предложена CRM-модель, построенная без использования забойного давления, адаптированная к условиям упруговодонапорного режима и дополненная логарифмической моделью обводнения скважин. Рассматриваемый подход позволяет анализировать межскважинную связь и динамику обводненности без необходимости в труднодоступных параметрах, обеспечивая при этом достаточную точность прогноза и применимость в инженерной практике.

Математическая модель

Изучим CRM-модель для следующих специальных условий: рассматривается единый поровый объем для каждой добывающей скважины, на процессы в котором оказывают влияние окружающие скважины; учитывается влияние как добывающих, так и нагнетательных скважин; учитывается влияние аквифера (с каждой добывающей скважиной взаимодействует отдельный участок аквифера — водоносной области, взаимодействие участков аквифера не учитывается). Такую модель можно рассматривать как модификацию модели CRMP. Остальные условия — стандартные для CRMP-модели [2, 6–9, 11–13].

Запишем систему уравнений сохранения, описывающую такую CRM-модель:

$$c_{t,i} V_{p,i} \frac{dp_i}{dt} = -q_{l,i}(t) - \sum_{j=1}^{N_i} g_{ij} q_{l,j}(t) + \sum_{j=1}^{M_i} f_{ij} \omega_j(t) + q_{a,i}(t), \quad (1)$$

$$q_{l,i}(t) = PI_i [p_i(t) - p_{w,i}(t)], \quad (2)$$

$$q_{o,i}(t) = q_{l,i}(t) [1 - f_{w,i}(t)], \quad (3)$$

$$q_{w,i}(t) = q_{l,i}(t) f_{w,i}(t), \quad (4)$$

$$c_{ta,i} V_{pa,i} \frac{dp_{a,i}}{dt} = -q_{a,i}(t), \quad (5)$$

$$q_{a,i}(t) = PI_{a,i} [p_{a,i}(t) - p_i(t)], \quad (6)$$

где $c_{t,i}$ и $V_{p,i}$ — суммарная сжимаемость поровой среды и жидкости, поровый объем области дренирования i -ой скважины соответственно; $p_i(t)$ — пластовое давление в объеме дренирования i -ой скважины; $q_{l,i}(t)$, $q_{l,j}(t)$, $\omega_j(t)$ и $q_{a,i}(t)$ — дебит жидкости i -ой и j -ой добывающих скважин, расход закачиваемой воды j -ой нагнетательной скважины, приток воды из законтурной области (аквифера) в объем дренирования i -ой добывающей скважины соответственно; PI_i и $p_{w,i}(t)$ — коэффициент продуктивности по жидкости и забойное давление i -ой скважины соответственно; $q_{o,i}(t)$, $q_{w,i}(t)$ и $f_{w,i}(t)$ — дебит нефти и воды, обводненность i -ой скважины соответственно; $c_{ta,i}$ и $V_{pa,i}$ — полная сжимаемость системы пласт-вода и поровый объем участка аквифера, взаимодействующего с поровым объемом i -скважины, соответственно; $PI_{a,i}$ и $p_{a,i}(t)$ — аналог коэффициента продуктивности и пластовое давление участка аквифера, взаимодействующего с поровым объемом i -скважины, соответственно.

Здесь и ниже все дебиты, расходы, притоки и пр. записываются при пластовых давлении и температуре.

Уравнения сохранения объема жидкости и воды в пластовых условиях — уравнения (1) и (5) соответственно. Фактически это уравнения материального баланса для объема дренирования скважины и связанного с ним объема законтурной водоносной области. Уравнения притока жидкости, воды и нефти к скважине, уравнение притока воды из аквифера — уравнения (2)–(4) и (6) соответственно.

Система уравнений (1)–(6) дополняется начальными условиями:

$$p_{w,i}(t=0) = p_{a,i}(t=0) = p_{0,i}, \quad (7)$$

$$q_{l,i}(t=0) = 0. \quad (8)$$

Выразим из (2) $p_i(t)$ и продифференцируем:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{dp_{w,i}}{dt} + \frac{1}{PI_i} \frac{dq_{l,i}}{dt}. \quad (9)$$

Подставим (9) в (1) и проинтегрируем по времени от нуля до момента t :

$$\begin{aligned} c_{t,i} V_{p,i} \left(\int_{p_{0,i}}^{\int_{p_{0,i}}^{p_{w,i}(t)} dp_{w,i}} + \frac{1}{PI_i} \int_0^{q_{l,i}(t)} dq_{l,i} \right) = \\ = - \int_0^t q_{l,i}(\tau) dt - \sum_{j=1}^{Ni} \left(g_{ij} \int_0^t q_{l,j}(\tau) dt \right) + \sum_{j=1}^{Mi} \left(f_{ij} \int_0^t \omega_j(\tau) dt \right) \sum_{j=1}^{Mi} f_{ij} \omega_j(t) + \\ + \int_0^t q_{a,i}(\tau) dt. \quad (10) \end{aligned}$$

Совершая элементарные преобразования, получим выражение для $p_{w,i}(t)$:

$$p_{w,i}(t) = p_{0,i} - \frac{Q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij} Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} f_{ij} W_j(t) - Q_{a,i}(t)}{c_{t,i} V_{p,i}} - \frac{q_{l,i}(t)}{PI_i}, \quad (11)$$

где $Q_{l,i}(t)$, $Q_{l,j}(t)$, $W_j(t)$ и $Q_{a,i}(t)$ — накопленные добыча жидкости, закачка воды и приток воды из аквифера по скважинам соответственно.

С учетом формул (3) и (4), считая $q_{\alpha,i}(t) \rightarrow q_{\alpha,i}(t - \Delta t)$ при $\Delta t \rightarrow 0$, где $\alpha = o, \omega$, перепишем (11):

$$p_{w,i}(t) = p_{0,i} - \frac{Q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij} Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} f_{ij} W_j(t) - Q_{a,i}(t)}{c_{t,i} V_{p,i}} - \frac{q_{o,i}(t - \Delta t)}{2PI_{o,i}} - \frac{q_{w,i}(t - \Delta t)}{2PI_{w,i}}, \quad (12)$$

где $PI_{o,i}$ и $PI_{w,i}$ — коэффициенты продуктивности i -скважины по нефти и воде, которые для расчета забойного давления и дебита жидкости будем полагать постоянными и не зависящими от обводненности.

Считая $\Delta t \rightarrow 0$, примем $Q_{\alpha,i}(t) \rightarrow Q_{\alpha,i}(t - \Delta t)$. Кроме того:

$$Q_{l,i}(t) = Q_{l,i}(t - \Delta t) + \Delta t q_{l,i}(t). \quad (13)$$

Тогда выразим из (11) и (12) дебит жидкости i -ой скважины $q_{l,i}(t)$:

$$q_{l,i}(t) = \frac{p_{0,i} - \frac{Q_{l,i}(t - \Delta t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij} Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} f_{ij} W_j(t) - Q_{a,i}(t - \Delta t)}{c_{t,i} V_{p,i}} - p_{w,i}(t)}{\frac{1}{PI_i} + \frac{\Delta t}{c_{t,i} V_{p,i}}}, \quad (14)$$

$$q_{l,i}(t) = \frac{p_{0,i} - \frac{Q_{l,i}(t - \Delta t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij} Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} f_{ij} W_j(t) - Q_{a,i}(t - \Delta t)}{c_{t,i} V_{p,i}} - p_{w,i}(t)}{\frac{1 - f_{w,i}(t - \Delta t)}{PI_{o,i}} + \frac{f_{w,i}(t - \Delta t)}{PI_{w,i}} + \frac{\Delta t}{c_{t,i} V_{p,i}}}. \quad (15)$$

Проинтегрируем (5) по времени от 0 до t . Получим выражение для давления на участке законтурной водоносной области:

$$p_{a,i}(t) = p_{0,i} - \frac{Q_{a,i}(t)}{c_{ta,i} V_{pa,i}}. \quad (16)$$

С помощью (6) и (16) получим выражение для притока воды $q_{a,i}(t)$:

$$q_{a,i}(t) = \frac{\frac{PI_{a,i}}{c_{t,i}V_{p,i}} \left[Q_{l,i}(t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij}Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} \dot{f}_{ij}W_j(t) \right] - PI_{a,i}\Omega_i Q_{a,i}(t - \Delta t)}{1 + PI_{a,i}\Omega_i\Delta t}, \quad (17)$$

где

$$\Omega_i = \frac{1}{c_{ta,i}V_{pa,i}} + \frac{1}{c_{t,i}V_{p,i}}. \quad (18)$$

Подставим (11) в (14) и (12) в (15) и получим две формулы для дебита жидкости $q_{l,i}(t)$ без участия забойного давления $p_{w,i}(t)$:

$$q_{l,i}(t) = \frac{PI_i}{c_{t,i}V_{p,i} + \Delta t PI_i} \left[Q_{l,i}(t - \Delta t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij}Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} \dot{f}_{ij}W_j(t) - Q_{a,i}(t - \Delta t) \right], \quad (19)$$

$$q_{l,i}(t) = \frac{Q_{l,i}(t - \Delta t) + \sum_{j=1}^{Ni} g_{ij}Q_{l,j}(t) - \sum_{j=1}^{Mi} \dot{f}_{ij}W_j(t) - Q_{a,i}(t - \Delta t)}{c_{t,i}V_{p,i} \left[\frac{1 - f_{w,i}(t - \Delta t)}{PI_{o,i}} + \frac{\dot{f}_{w,i}(t - \Delta t)}{PI_{w,i}} + \frac{\Delta t}{c_{t,i}V_{p,i}} \right]}. \quad (20)$$

Теория Баклея–Левретта [14] позволяет связать объемную долю воды в потоке в вертикальном сечении пласта с водонасыщенностью в этом сечении (капиллярные и гравитационные силы при этом не учитываются). Тогда обводненность в пластовых условиях следующим образом зависит от водонасыщенности на стенке скважины:

$$wct_i(s_i) = \frac{q_{w,i}(t)}{q_{l,i}(t)} = \frac{q_{w,i}(t)}{q_{w,i}(t) + q_{o,i}(t)} = \frac{k_{rw,i}(s_i)}{k_{rw,i}(s_i) + k_{ro,i}(s_i) \frac{\mu_w}{\mu_o}}, \quad (21)$$

где $s_i = s_i(t)$ — водонасыщенность на стенке скважины, $k_{ro,i}(s_i)$ и $k_{rw,i}(s_i)$ — относительные фазовые проницаемости (ОФП) для нефти и воды, μ_o и μ_w — динамические вязкости для нефти и воды. Поскольку ранее дебиты были записаны в пластовых условиях, обводненность было решено записать в тех же условиях.

Для моделирования водонасыщенности могут быть использованы эмпирические зависимости водонасыщенности от накопленной добычи (обычно при 100 % компенсации отбора используется линейная зависимость от накопленной добычи нефти). В этой работе рассматривается эмпирическая логарифмическая зависимость водонасыщенности от накопленной добычи жидкости (интерференция скважин не учитывается):

$$s_i(t) = a_i + b_i \cdot \ln(Q_{l,i}(t)), \quad a_i <> 0, \quad b_i > 0, \quad (22)$$

где a_i и b_i — константы, определяемые путем линейной регрессии.

Относительные фазовые проницаемости по нефти и воде описываются с помощью аналитической модели:

$$k_{rw}(s) = A \left(\frac{s(t) - s_{wcr}}{1 - s_{wcr}} \right)^\alpha, \quad k_{ro}(s) = B \left(\frac{1 - s_{owcr} - s(t)}{1 - s_{owcr} - s_{wcr}} \right)^\beta, \quad (23)$$

где s_{wcr} — насыщенность пласта связанной водой; s_{owcr} — остаточная нефтенасыщенность при вытеснении нефти водой; A, B, α, β — коэффициенты аппроксимации.

Практическое применение предложенной модели

Рассмотрим пример использования предложенной CRM-модели для анализа работы группы скважин на реальном месторождении. В течение анализируемого времени месторождение эксплуатировалось при упруговодонапорном режиме разработки, закачка воды отсутствовала.

Основные характеристики залежи нефти:

1. Глубина водонефтяного контакта (ВНК) — 2904 м.

2. Начальное пластовое давление — 311 бар.
3. Пористость — 0,12 д.ед.
4. Эффективная нефтенасыщенная толщина — 21 м.
5. Проницаемость — 350 мД.
6. Свойства нефти: вязкость — 5,88 мПа·с, объемный коэффициент — $1,08 \text{ м}^3/\text{м}^3$.
7. Свойства воды: вязкость — 1,1 мПа·с, объемный коэффициент — $1,01 \text{ м}^3/\text{м}^3$.
8. Суммарная сжимаемость системы пласт-флюид — $3,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/бар}$.

На рис. 1 приведена схема расположения скважин и границ. Анализируется работа скважин №№ 2, 10, 18, 24. Оценивается влияние на их работу скважин №№ 1302 и 1303, которые были запущены позже. Длительность анализируемого периода — 10,5 месяцев.

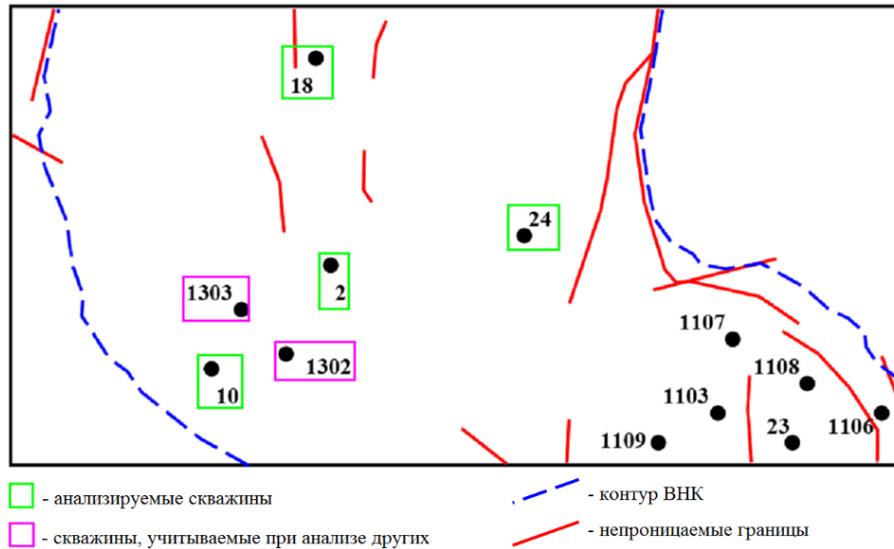


Рис. 1. Схема расположения скважин и границ

На рис. 2 приведены ОФП по нефти и воде и их аппроксимация с помощью формул (23).

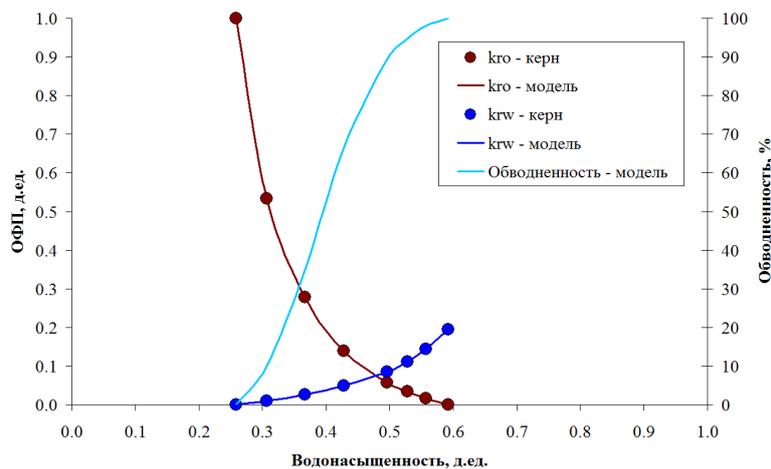


Рис. 2. ОФП по нефти и воде и их аппроксимация

На рис. 3, 4 и 5 представлены соответственно история забойного давления, дебита жидкости и обводненности по скважинам. Продолжительная история обводнения, которую можно анализировать, имеется только по скважинам №№ 2 и 24.

Далее на рисунках приведено сравнение модельных и фактических данных. Для оценки качества моделей и сравнения их между собой использован т.н. «скорректированный коэффициент детерминации» R_a^2 , который учитывает разное количество параметров моделей: $R_a^2 = 1 - (1 - R^2)(n - 1) / (n - k)$, где n — количество точек данных, k — количество параметров модели. Для

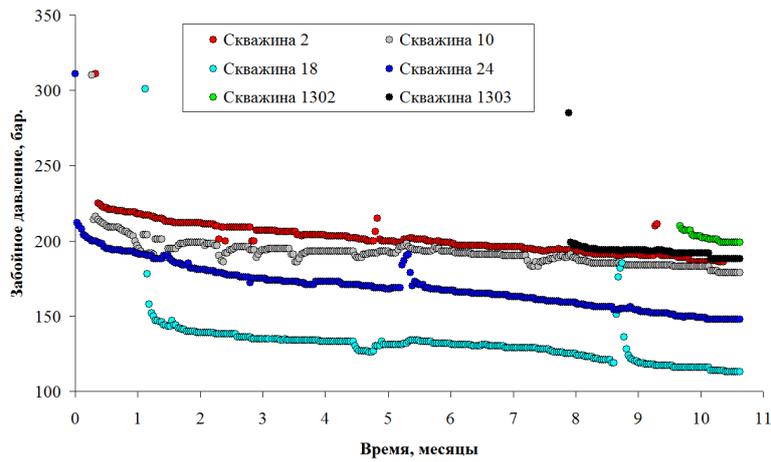


Рис. 3. История забойного давления по скважинам

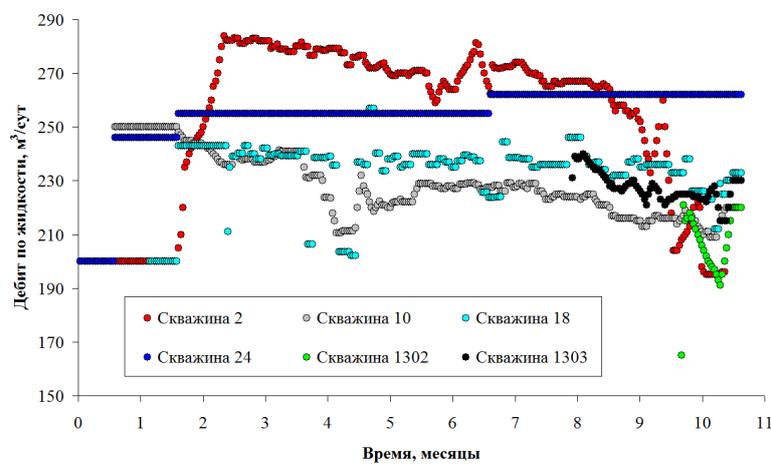


Рис. 4. История дебита жидкости по скважинам

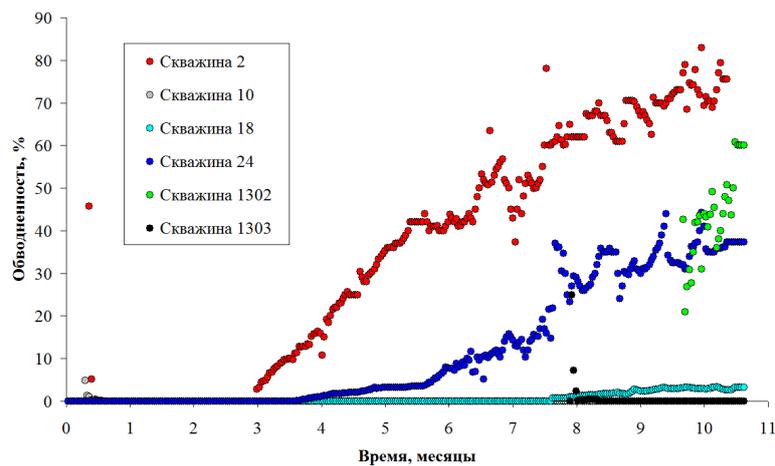


Рис. 5. История обводненности по скважинам

модели с одной независимой переменной коэффициент детерминации R^2 описывает долю дисперсии зависимой переменной, объясняемую рассматриваемой моделью.

На рис. 6–9 для скв. №№ 2, 10, 18 и 24 приведено сравнение стандартной CRM-модели для расчета дебита жидкости с учетом забойного давления и предлагаемой модифицированной CRM-модели без использования забойного давления. Для скв. № 2 получены следующие результаты: стандартная CRM-модель $R_a^2 = 0,9461$; модифицированная CRM-модель $R_a^2 = 0,7391$. Для скв. № 10 получены следу-

ющие результаты: стандартная CRM-модель $R_a^2 = 0,8454$; модифицированная CRM-модель $R_a^2 = 0,7924$. Для скв. № 18 получены следующие результаты: стандартная CRM-модель $R_a^2 = 0,9514$; модифицированная CRM-модель $R_a^2 = 0,9273$. Для скв. № 24 получены следующие результаты: стандартная CRM-модель $R_a^2 = 0,9505$; модифицированная CRM-модель $R_a^2 = 0,7493$. Итак, получен закономерный и логичный результат: пренебрежение забойным давлением при расчете дебита жидкости при помощи CRM-модели ухудшает ее качество. Однако ни в одном из рассмотренных случаев скорректированный коэффициент детерминации не упал ниже 0,7. Таким образом, при отсутствии данных о забойном давлении скважины можно пользоваться предлагаемой модифицированной CRM-моделью. Обе модели для дебита жидкости учитывают взаимодействие добывающих скважин, что косвенно отражает изменение объемов дренирования скважин за счет интерференции.

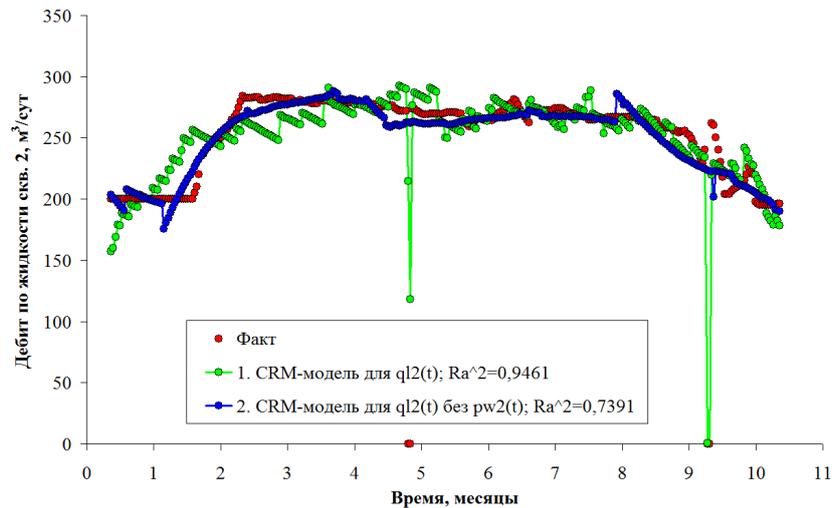


Рис. 6. Моделирование дебита жидкости скв. № 2. $q12(t)$ и $pw2(t)$ — дебит жидкости и забойное давление скв. № 2, Ra^2 — скорректированный коэффициент детерминации

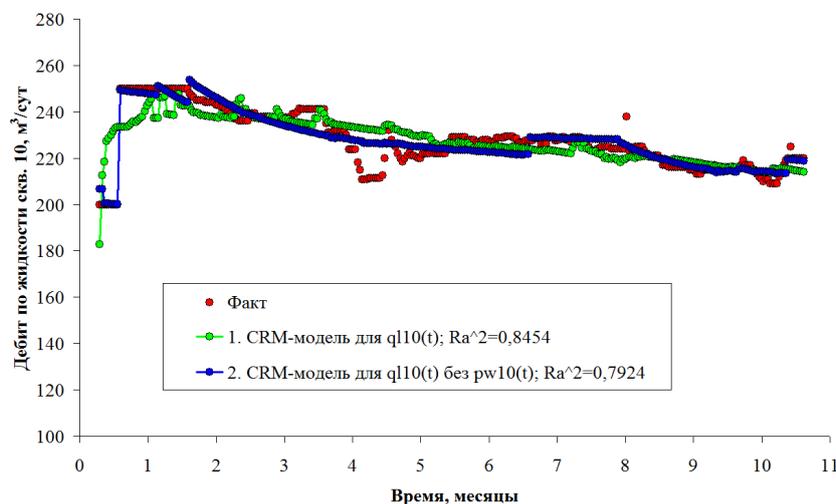


Рис. 7. Моделирование дебита жидкости скв. № 10. $q110(t)$ и $pw10(t)$ — дебит жидкости и забойное давление скв. № 10, Ra^2 — скорректированный коэффициент детерминации

На рис. 10–13 приведены модели для водонасыщенности и обводненности по скважинам №№ 2 и 24. Несмотря на отсутствие в модели обводнения учета интерференции добывающих скважин, получено хорошее качество совмещения. Вывод: учет интерференции добывающих скважин для модели дебита жидкости важнее, чем для модели обводнения. Нужно отметить, что в модели обводнения интерференция скважин все-таки косвенно присутствует, так как при расчетах водонасыщенности используется накопленная добыча жидкости, которая рассчитывается из дебита жидкости, учитывающего интерференцию добывающих скважин.

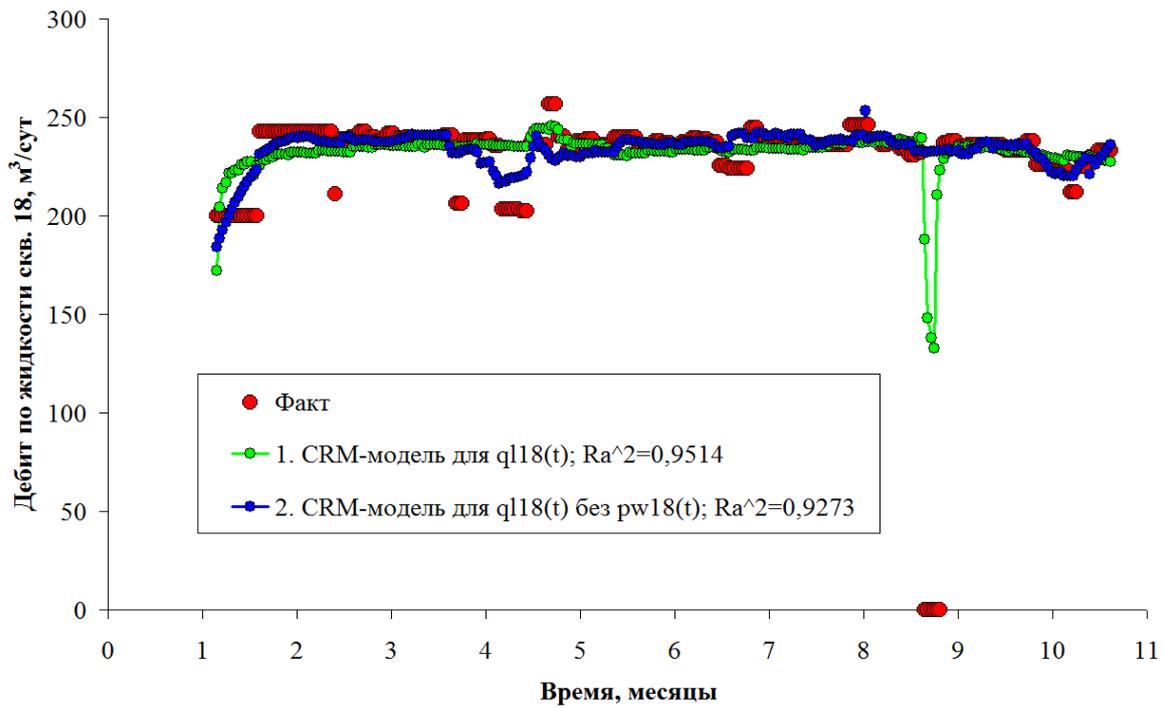


Рис. 8. Моделирование дебита жидкости скв. № 18. $q_{18}(t)$ и $p_{w18}(t)$ — дебит жидкости и забойное давление скв. № 18, Ra^2 — скорректированный коэффициент детерминации

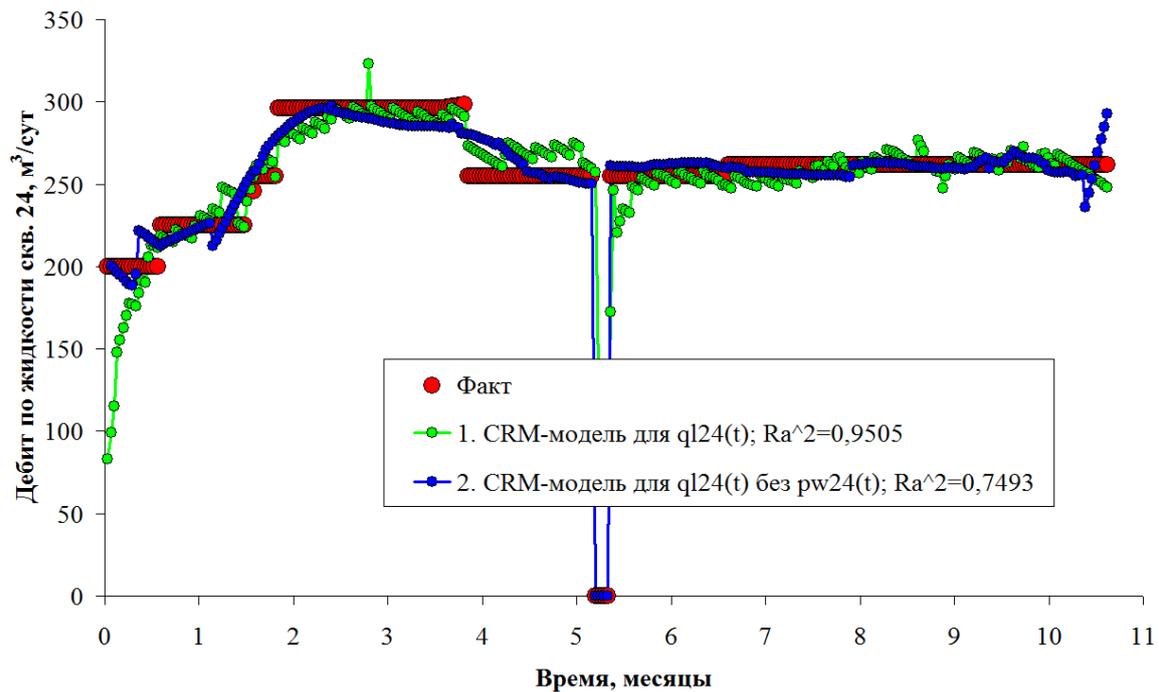


Рис. 9. Моделирование дебита жидкости скв. № 24. $q_{24}(t)$ и $p_{w24}(t)$ — дебит жидкости и забойное давление скв. № 24, Ra^2 — скорректированный коэффициент детерминации

Обсуждение результатов

Результаты моделирования, представленные в работе, позволяют сделать целый ряд важных выводов о применимости модифицированной CRM-модели без использования забойного давления и предложенной логарифмической модели обводнения. Прежде всего, следует отметить, что адаптация емкостно-резистивной модели под условия ограниченного промышленного мониторинга, в частности при отсутствии данных о забойном давлении, является актуальной задачей, особенно в условиях старе-

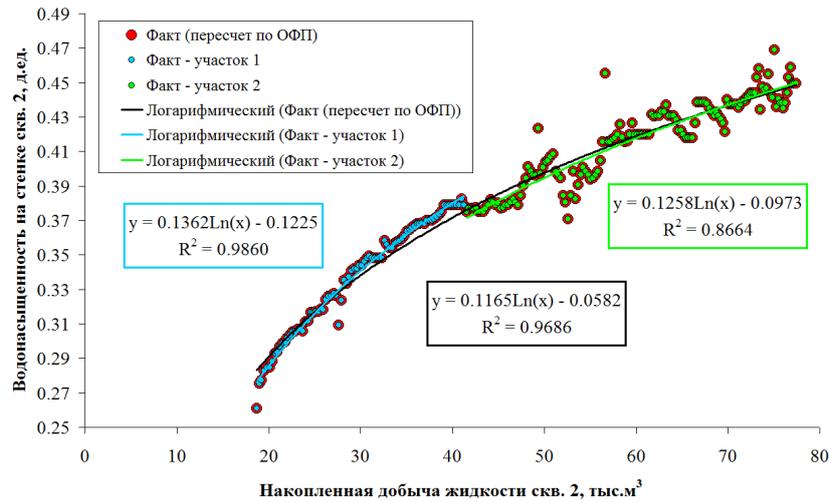


Рис. 10. Зависимость водонасыщенности на стенке скв. № 2 от накопленной добычи жидкости этой скважины

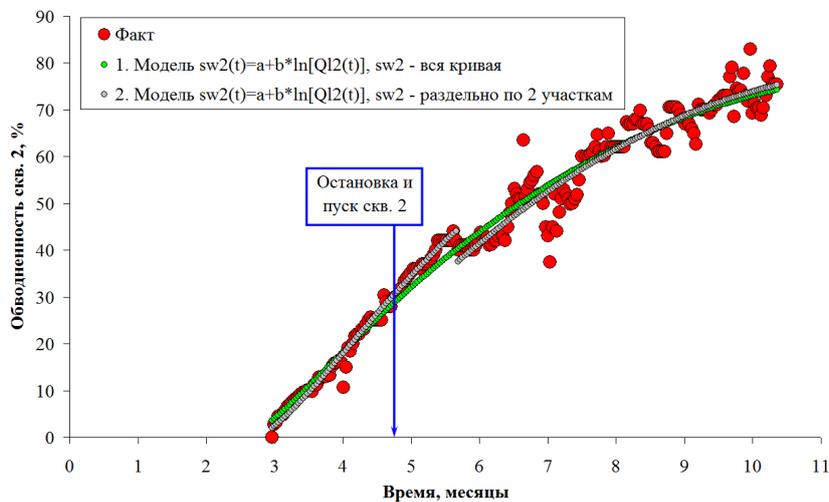


Рис. 11. Моделирование обводненности скв. № 2. $sw_2(t)$ и $Q_{l2}(t)$ — водонасыщенность на стенке скважины и накопленная добыча жидкости скв. № 2 соответственно

ющих месторождений, удаленных участков или малых предприятий, где регулярные замеры давления невозможны.

Анализ результатов по четырем скважинам показал, что предлагаемая модифицированная CRM-модель сохраняет приемлемую точность прогнозирования дебита жидкости, несмотря на отсутствие информации о забойном давлении. Наиболее высокий скорректированный коэффициент детерминации при использовании модели без забойного давления был получен для скважины № 18 — $R_a^2 = 0,9273$, что свидетельствует о высокой достоверности расчетов даже в упрощенной постановке. Минимальный скорректированный коэффициент детерминации — $R_a^2 = 0,7391$ (по скважине № 2), что также можно считать удовлетворительным результатом с точки зрения инженерного применения, особенно если учитывать, что модель не использует ни одного значения измерения давления.

Важно отметить, что в модели сохранен ключевой элемент классических CRM — межскважинное взаимодействие, что позволяет учесть влияние скважин-соседей, изменений в дренируемых объемах. Это отличает предложенный подход от более простых эмпирических методов, не способных отразить такую динамику. При этом модель избегает необходимости калибровки по давлению, что существенно снижает требования к качеству исходной информации и трудозатраты на ее сбор.

Сравнение результатов стандартной и модифицированной моделей продемонстрировало закономерное снижение точности при исключении давления, однако это снижение оказалось весьма уме-

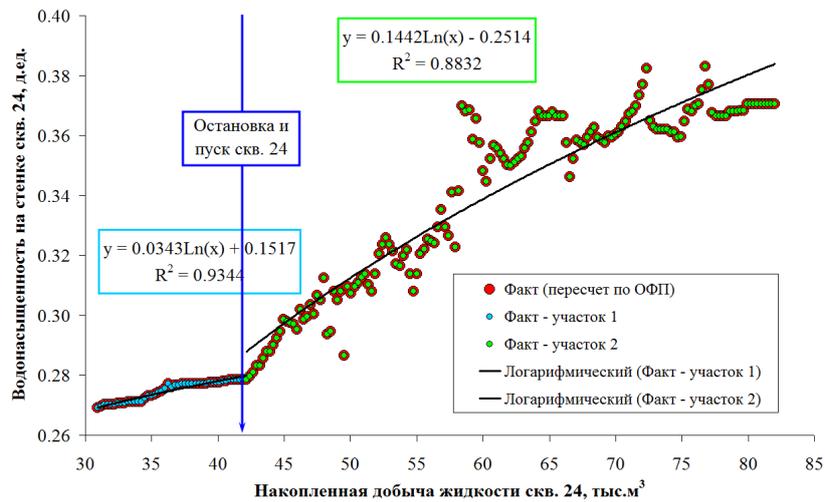


Рис. 12. Зависимость водонасыщенности на стенке скв. № 24 от накопленной добычи жидкости этой скважины

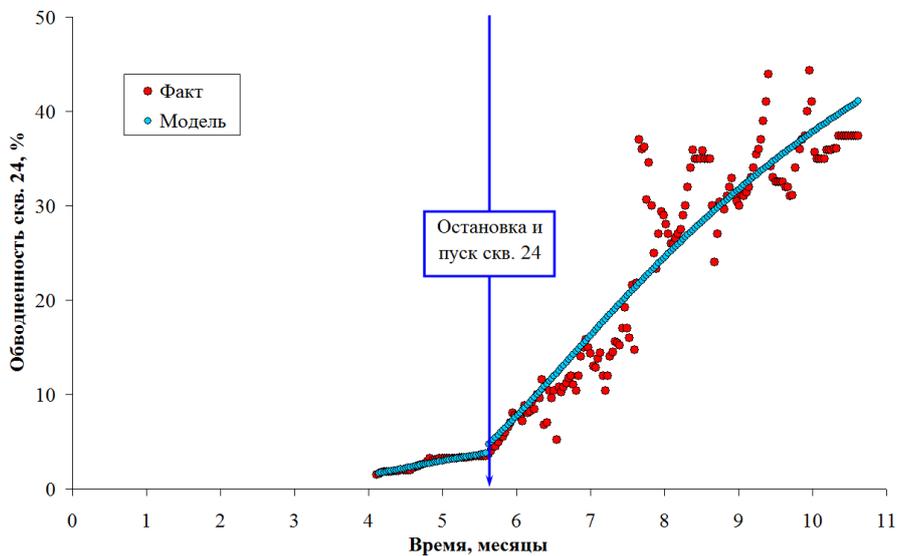


Рис. 13. Моделирование обводненности скв. № 24

ренным. Таким образом, можно утверждать, что модифицированная модель работает надежно и воспроизводит основные тренды добычи. Это делает ее особенно полезной в условиях, когда забойное давление отсутствует и необходимо получить быстрый приблизительный прогноз.

Не менее интересными являются результаты по модели обводнения. Использование логарифмической зависимости между водонасыщенностью и накопленной добычей жидкости позволило успешно аппроксимировать данные по скважинам № 2 и № 24. Несмотря на то, что модель обводнения не включает прямой учет интерференции, ее эффективность обусловлена тем, что накопленная добыча жидкости в ней выступает в роли «свертки» множества факторов, включая влияние соседних скважин, изменение объема дренирования, эволюцию фазовой проницаемости и др. Таким образом, модель водонасыщенности оказывается устойчивой и воспроизводит наблюдаемые тренды обводнения, при этом ее реализация остается простой и не требует большого количества параметров.

Следует подчеркнуть, что предложенная логарифмическая модель отличается от традиционных линейных зависимостей, применяемых, как правило, к накопленной добыче нефти. Такой переход к логарифму от общего объема добычи жидкости позволяет, по-видимому, отразить не только постепенное насыщение порового пространства водой, но и описать неоднородность пласта, что делает модель более реалистичной и подходящей для условий с закачкой воды и выраженным упруговодонапорным режимом.

Также заслуживает внимания тот факт, что во всех случаях расчетов использовались ОФП, полученные из керновых данных. Это позволило избежать необходимости в подборе эмпирических коэффициентов функций ОФП и повысило обоснованность расчетов. Таким образом, предложенные модели сочетают теоретическую строгость, инженерную реализуемость и устойчивость к неполноте данных, что делает их пригодными для широкого спектра практических задач.

Заключение

В представленной работе подготовлена и апробирована модифицированная версия CRM-модели, не использующая данные о забойном давлении и применимая для условий заводнения и упруговодонапорного режима разработки. Такая модель расширяет применимость емкостно-резистивных подходов, позволяя проводить анализ межскважинного взаимодействия, оценку откликов на закачку и построение прогноза добычи даже в условиях ограниченного промыслового мониторинга.

Дополнительным вкладом в развитие моделей такого класса является введение логарифмической зависимости между водонасыщенностью и накопленной добычей жидкости, позволяющей моделировать процессы обводнения скважин без использования полной информации о фазовом составе. Эта модель, несмотря на свою простоту, показала высокую точность аппроксимации и устойчивость к изменениям параметров.

Проведенные расчеты по четырем скважинам реального месторождения с карбонатным коллектором подтвердили, что модифицированная CRM-модель, несмотря на отсутствие давления, обеспечивает приемлемое качество прогноза дебита жидкости (скорректированный коэффициент детерминации $R_a^2 > 0,7$ во всех случаях), а логарифмическая модель водонасыщенности позволяет достоверно моделировать рост обводненности. Таким образом, полученные результаты подтверждают возможность использования представленных моделей в качестве инженерного инструмента для оперативного анализа и прогноза разработки.

Практическое значение данного подхода особенно велико в случаях дефицита данных, необходимости быстрого принятия решений и оценки сценариев разработки. Предложенные модели могут быть интегрированы в программные комплексы оперативного мониторинга, использованы в рамках упрощенного анализа истории разработки при отсутствии цифровой геолого-гидродинамической модели, а также применены на стадиях планирования добычи в малых нефтяных компаниях и на зрелых активах.

Таким образом, модифицированная CRM-модель и логарифмическая модель обводнения представляют собой перспективное направление развития прикладного моделирования разработки нефтяных месторождений, сочетая математическую строгость, адаптивность к данным и практическую применимость в современных условиях нефтедобычи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данько М. Ю., Бриллиант Л. С., Завьялов А. С. Применение метода динамического материального баланса и CRM-метода (capacitance-resistive models) к подсчету запасов ачимовских и баженовских коллекторов. *Недропользование XXI век.* 2019;4:76–85.
2. Ручкин А. А., Степанов С. В., Князев А. В. и др. Исследование особенностей оценки взаимовлияния скважин на примере модели CRM. *Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика.* 2018;4:148–168. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-148-168.
3. Хатмуллин И. Ф., Андрианова А. М., Маргарит А. С. Полуаналитические модели расчета интерференции скважин на базе класса моделей CRM. *Нефтяное хозяйство.* 2018;12:38–41. DOI: 10.24887/0028-2448-2018-12-38-41.
4. Gladkov A., Sakhibgareev R., Salimov D. et al. Application of CRM for Production and Remaining Oil Reserves Reservoir Allocation in Mature West Siberian Waterflood Field. *The SPE Russian Petroleum Technology Conference.* 2017. DOI: 10.2118/187841-MS.
5. Yousefi S. H., Rashidi F., Sharifi M. et al. Prediction of Immiscible Gas Flooding Performance: a Modified Capacitance-Resistance Model and Sensitivity Analysis. *Petroleum Science.* 2019;16:1086–1104. DOI: 10.1007/s12182-019-0342-6.
6. Lasdon L., Shirzadi S., Ziegel E. Implementing CRM Models for Improved Oil Recovery in Large Oil Fields. *Optimization and Engineering.* 2017;18:87–103. DOI: 10.1007/s11081-017-9351-8.

7. Holanda R. W., Gildin E., Jensen J. L. et al. A State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting. *Energies*. 2018;11(12):33–68. DOI: 10.3390/en11123368.
8. Sayarpour M. *Development and Application of Capacitance-Resistive Models to Water/CO₂ Floods*. Dissertation by Ph.D. USA: The Faculty of the Graduate School of the University of Texas at Austin; 2008. 236 p. DOI: 10.13140/RG.2.1.1798.3847.
9. Степанов С. В., Поспелова Т. А. Новая концепция математического моделирования для принятия решений по разработке месторождений. *Нефтяное хозяйство*. 2019;4:50–53. DOI: 10.24887/0028-2448-2019-4-50-53.
10. Olenchikov D., Posvyanskii D. Application of CRM-Like Models for Express Forecasting and Optimizing Field Development. *The SPE Russian Petroleum Technology Conference*. 2019. SPE-196893-MS. DOI: 10.2118/196893-MS.
11. Sayarpour M., Kabir C. S., Lake L. W. Field Applications of Capacitance-Resistive Models in Waterfloods. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. 2008. DOI: 10.2118/114983-MS.
12. Sayarpour M., Zuluaga E., Kabir C. S. et al. The Use of Capacitance-Resistance Models for Rapid Estimation of Waterflood Performance and Optimization. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2009;69:227–238. DOI: 10.1016/j.petrol.2009.09.006.
13. Sayarpour M., Kabir C. S., Sepehrnoori K. et al. Probabilistic History Matching with the Capacitance-Resistance Model in Waterfloods: A Precursor to Numerical Modeling. *The SPE Improved Oil Recovery Symposium*. 2010. DOI: 10.2118/129604-MS.
14. Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. *Подземная гидродинамика*. М.: Недра; 1993. 416 с.
15. Bolshakov M., Deeva T., Pustovskikh A. Fluid Flow Prediction with Development System Interwell Connectivity Influence. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. 2016;33:012036. DOI: 10.1088/1755-1315/33/1/012036.
16. Soroush M., Kaviani D., Jensen J. L. Interwell Connectivity Evaluation in Cases of Changing Skin and Frequent Production Interruptions. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2014;122:616–630. DOI: 10.1016/j.petrol.2014.09.001.
17. Наугольников М., Тепляков Н., Большаков М. С. Cost-БФА: инструмент стоимостной оптимизации заводнения. *Российская нефтегазовая техническая конференция SPE*. 2018. DOI: 10.2118/191580-18RPTC-RU. Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/328221524_Cost-Engineering_Waterflooding_Management_Methods_Russian.