

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ РОЯ МИНИАТЮРНЫХ РОБОТОВ

К. В. Костарев^a, Д. А. Брацун^b

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,

г. Пермь, Российская Федерация

^a ✉ kost.kreal@gmail.com

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3229-2330>, DABracun@pstu.ru

Аннотация: в данной работе представлена двумерная математическая модель коллективного поведения роя миниатюрных роботов. Габариты, масса и ряд необходимых характеристик были установлены согласно экспериментальным данным. Роботы представлены в виде совокупности дискретных тел, взаимодействующих друг с другом в соответствии с эффективным потенциалом, вид которого зависит от взаимодействия сенсоров и излучателей с микроконтроллером. Каждый робот является источником тепла и при этом следует в направлении градиента глобального температурного поля. Для расчета температуры используется двумерное уравнение теплопроводности. Представлены результаты численного моделирования взаимодействия от нескольких штук до 500 роботов. Разработанная программа позволяет воспроизводить различные механизмы самоорганизации и коллективного поведения, например, самосборку роя роботов, находящихся на расстоянии. Для оптимизации времени выполнения применяется программно-аппаратная архитектура параллельных вычислений Nvidia CUDA. Для визуализации полученных данных использована программа gnuplot.

Ключевые слова: самоорганизация, роботы, коллективное поведение, групповая робототехника, активная материя, эмерджентность, математическое моделирование.

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № FSNM-2023-0003).

Для цитирования: Костарев К. В., Брацун Д. А. Математическое моделирование коллективного поведения роя миниатюрных роботов. *Успехи кибернетики*. 2025;6(1):62–69.

Поступила в редакцию: 07.10.2024.

В окончательном варианте: 10.10.2024.

SIMULATION OF THE COLLECTIVE BEHAVIOR OF A MINIATURE ROBOT SWARM

K. V. Kostarev^a, D. A. Bratsun^b

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

^a ✉ kost.kreal@gmail.com

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3229-2330>, DABracun@pstu.ru

Abstract: we developed a two-dimensional model to simulate the collective behavior of a miniature robot swarm. The model incorporates size, mass, and other experimental characteristics. It represents the robots as discrete bodies that interact through an effective potential as the interaction of sensors and emitters with a microcontroller. Each robot generates heat and moves along the gradient of the global temperature field, calculated using the 2D heat conduction equation. We present numerical simulations for interactions ranging from a few robots to swarms of up to 500 robots. The software simulates various self-organization and collective behavior mechanisms, including the self-assembly of robot swarms. To optimize runtime, we implemented the Nvidia CUDA parallel computing architecture. We used gnuplot for visualization of the results.

Keywords: self-organization, robots, swarm intelligence, collective behavior, group robotics, active matter, emergence, simulation.

Acknowledgements: this study is supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (grant No. FSNM-2023-0003).

Cite this article: Kostarev K. V., Bratsun D. A. Simulation of the Collective Behavior of a Miniature Robot Swarm. *Russian Journal of Cybernetics*. 2025;6(1):62–69.

Original article submitted: 07.10.2024.

Revision submitted: 10.10.2024.

Введение

Явление самоорганизации наблюдается как в природных, так и в синтетических системах. В результате самоорганизации система приобретает новые свойства, изменяя свои качества [1]. Самоорганизация на нашей планете наблюдается на различных масштабных уровнях от молекулярного до

экосистемного. Примеры включают кристаллизацию, тепловую конвекцию жидкостей [2], колебания в химических реакциях [3], коллективное поведение живых организмов [4].

Аналог хорошо изученной тепловой конвекции жидкости неоднократно обсуждался учеными в контексте живой природы. В частности, авторы [5] утверждают, что тепловая конвекция существенно влияет на распределение температуры в пчелином улье. Аналог тепловой конвекции наблюдается также при коллективном поведении императорских пингвинов во время антарктической зимовки [6]. Обнаруженные в живой природе механизмы могут быть применены для построения синтетических систем, состоящих из большого числа роботов.

На сегодняшний день на производствах и в научных исследованиях широко распространены одиночные роботизированные системы. Однако существует множество задач, при решении которых рой относительно простых роботов справится лучше, чем один сложный [7], подобно колониям муравьев, пчел или термитов в природе. Исследования в этой области направлены на разработку алгоритмов и технологий, которые позволят роботам работать максимально слаженно, открывая новые горизонты для применения в различных сферах от промышленности до медицины.

Исследования в области коллективной робототехники требуют постройки значительного количества единиц. По причинам стоимости и сложности редко в проектах используется более 100 роботов. Алгоритмы коллективного поведения роя из 1000 и более единиц проверяются только с помощью математического моделирования.

Чтобы обеспечить возможность создания большого количества роботов, учеными из Гарвардского университета были разработаны миниатюрные роботы под названием Kilobot [8]. Данный робот имеет круглую форму диаметром 33 миллиметра. Передвигается в пространстве благодаря трем ножкам и двум вибромоторам. Управляя величиной вибрации для двух двигателей независимо в дифференциальном приводе, робот может двигаться в непрерывном диапазоне от вращения по часовой стрелке, прямо вперед, до вращения против часовой стрелки. Это позволяет килоботам двигаться примерно на 1 см/сек и вращаться примерно на 45 градусов/сек. Роботы способны обмениваться сигналами и измерять расстояние до ближайших соседей. В зависимости от модификации, роботы могут иметь дополнительные функции, например, измерение температуры или уровня освещения.

Математическая модель

Представим, что рой состоит из роботов, которые имеют одинаковые характеристики и работают по одному и тому же алгоритму. Каждый бот выполняет следующую последовательность действий: сначала он генерирует тепло с фиксированной мощностью, затем измеряет температуру в нескольких точках на своей периферии и определяет направление глобального теплового градиента. После этого бот перемещается по плоскости в направлении этого градиента. В случае нулевого градиента температуры роботов не будет двигаться.

Совокупность роботов в модели рассматривается как сложная система локально взаимодействующих между собой микроскопических элементов на основе Аристотелевой механики. Это обусловлено диссипативным характером перемещения роботов:

$$m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \sum \vec{F}_{ij}(\vec{r}). \quad (1)$$

Для прогнозирования поведения i -го робота в определенный промежуток времени необходимо учесть все силы, действующие на него в момент времени t . Также важно задать начальные условия для координат каждого робота.

В рамках модели мы принимаем каждого робота как круг с определенным радиусом и массой. Физические аспекты взаимодействия особей в группе определяются с помощью потенциальных сил, которые имеют специальный вид.

Таким образом, у роботов в совокупности существует общее тепловое поле. Зона максимальной температуры будет находиться в центре коллективной структуры. Каждый робот будет стремиться продвигаться в этом направлении. Из этого следует:

$$\vec{F} = k \nabla T, \quad (2)$$

где k — размерный коэффициент пропорциональности между градиентом температуры и силой. Сила $\vec{F}$ является основным фактором, который определяет самоорганизацию в системе.

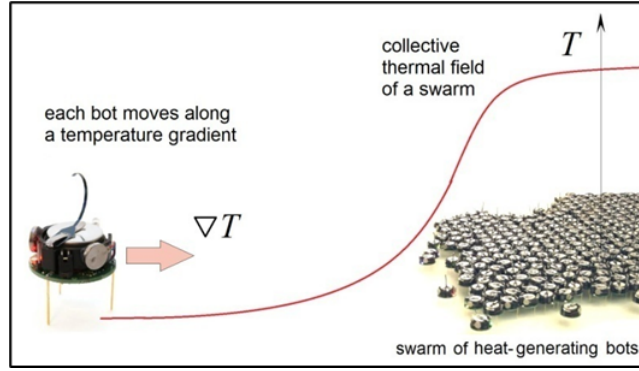


Рис. 1. Самосборка роя роботов происходит благодаря алгоритму, который предписывает им следовать градиенту коллективного теплового поля

Чтобы учесть столкновения роботов, необходимо ввести механизм отталкивания. На i -го робота со стороны j -го будет действовать отталкивающая сила:

$$\vec{\Phi} = \vec{n}_{ij} A e^{\frac{r_{ij}-d_{ij}}{B}}, \quad (3)$$

где A и B — некоторые постоянные, от которых зависит величина силы отталкивания, r_{ij} — сумма радиусов r_i и r_j .

Обозначим расстояние между центрами масс через:

$$d_{ij} = \|\vec{r}_{ij} - \vec{d}_{ij}\| \quad (4)$$

и вектор нормали, направленный от робота i к j :

$$\vec{n}_{ij} = \frac{(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{d_{ij}}. \quad (5)$$

Мы рассматриваем особи как круги одинакового радиуса $R = 0.2$ (м), следовательно, формулу (3) можно упростить:

$$\vec{\Phi} = \vec{n}_{ij} A e^{\frac{2R-d_{ij}}{B}}. \quad (6)$$

С учетом всех описанных выше сил, запишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m \frac{dx_i}{dt} = k \frac{\partial T}{\partial x} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M A e^{\frac{2R-\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}}{B}} \cdot \frac{(x_i-x_j)}{\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}} \\ m \frac{dy_i}{dt} = k \frac{\partial T}{\partial y} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M A e^{\frac{2R-\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}}{B}} \cdot \frac{(y_i-y_j)}{\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}} \end{cases} \quad (7)$$

Во второй части модели мы строим общее тепловое поле. Каждый робот является источником тепла с определенной мощностью. Уравнение, которое описывает это тепловое поле, представляет собой двумерное уравнение теплопроводности, учитывающее наличие источников тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \sum_{\mu=1}^M P_{\mu} (x_{\mu}, y_{\mu}), \quad (8)$$

где $\sum_{\mu=1}^M P_{\mu} (x_{\mu}, y_{\mu})$ — это сумма мощностей источников тепла, λ — коэффициент теплопроводности.

Двумерное уравнение теплопроводности — это дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, описывающее распределение температуры в заданной области пространства и ее изменение во времени. Для его численного решения мы используем метод конечных разностей,

который позволяет заменить дифференциальное уравнение системой алгебраических уравнений на конечной разностной сетке.

$$\begin{aligned}
 T(x, y) &\Rightarrow T(i\Delta x, j\Delta y) \\
 T_{ij} &= T(x_0, y_0) \\
 T_{i+1, j} &= T(x_0 + \Delta x, y) \\
 T_{i-1, j} &= T(x_0 - \Delta x, y) \\
 T_{i, j+1} &= T(x_0, y + \Delta y) \\
 T_{i, j-1} &= T(x_0, y - \Delta y).
 \end{aligned} \tag{9}$$

В результате первоначальная задача редуцируется до задачи вычисления значений переменных в дискретных узлах сетки. Такая процедура приводит к формированию явной разностной схемы, которая позволяет найти приближенное решение исходного дифференциального уравнения.

$$\begin{aligned}
 \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t} &= \lambda \left(\frac{T_{i-1, j}^n - 2T_{ij}^n + T_{i+1, j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i, j-1}^n - 2T_{ij}^n + T_{i, j+1}^n}{(\Delta y)^2} \right) \\
 &- V_x \frac{T_{i+1, j}^n - T_{i-1, j}^n}{2\Delta x} - V_y \frac{T_{i, j+1}^n - T_{i, j-1}^n}{2\Delta y} - DT_{ij}^n + \sum_{\mu=1}^M P_{\mu}(x_{\mu}, y_{\mu})
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 T(x, y, 0) &= T_0(x, y) \\
 T(x, y, t) |_{\Gamma} &= T_0(x, y, t).
 \end{aligned}$$

В результате модель состоит из двух разных частей, связанных нелинейным образом. Расчет теплового поля использует данные о местоположении каждой особи, так как именно они являются источниками тепла. С другой стороны, общее тепловое поле определяет динамику самих особей.

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = k \frac{\partial T}{\partial \vec{r}_i} + \sum_{j=1, i \neq j}^M \vec{n}_{ij} A e^{\frac{2R-d_{ij}}{B}}, \tag{11}$$

$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t} = \lambda \left(\frac{T_{i-1, j}^n - 2T_{ij}^n + T_{i+1, j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i, j-1}^n - 2T_{ij}^n + T_{i, j+1}^n}{(\Delta y)^2} \right) + \sum_{\mu=1}^M P_{\mu}(x_{\mu}, y_{\mu}). \tag{12}$$

Следует заметить, что при расчете обеих частей модели шаг по времени остается постоянным. Для обеспечения устойчивости явной схемы он определяется условием Куранта.

Программная реализация

Расчеты, лежащие в основе данной модели, возможно выполнить на одном процессорном ядре. Однако такой подход потребует значительных временных затрат. Для достижения оптимальной производительности целесообразно использовать возможности параллельных вычислений на графическом процессоре. Реализация модели выполнена на языке Cuda C, который позволяет создавать программы, выполняемые на GPU.

При распараллеливании вычислений на GPU важно обеспечить синхронизацию доступа к разделяемым данным между потоками выполнения. В противном случае возможны ошибки в результатах расчетов. В данной модели для синхронизации потоков используются различные механизмы, такие как атомарные операции и барьеры синхронизации.

Для визуализации полученных данных используется кроссплатформенная программа gnuplot. Она может работать одновременно с выполнением вычислений и позволяет генерировать выходные изображения с помощью встроенной системы команд.

Код программы можно представить в виде блок-схемы.

В таблице приведены значения основных переменных, использованных в нашей модели, где k , A , B — коэффициенты притяжения и отталкивания между роботами, R , m — радиус и масса робота, $h\Delta x$ — шаг по сетке, dif — коэффициент тепловой диффузии. После инициализации начальных усло-

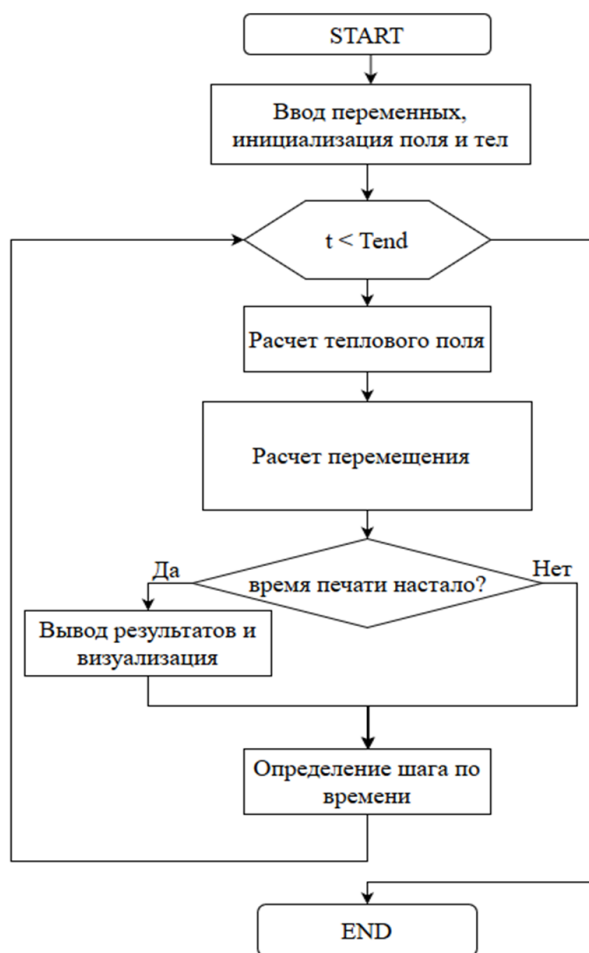


Рис. 2. Блок-схема реализованной программы

Таблица

Значения основных переменных

Переменная	Значение
m	0.02 кг
k	0.0006 Н
A	0.0008 Н
B	0.015
hx	0.01 м
R	0.02 м
dif	0.02

вий программа входит в цикл по времени, в котором происходит взаимодействие двух пространств: непрерывного и дискретного. Сначала на основе данных поиска источников тепла происходит расчет значений теплового поля. После расчета теплового поля программа начинает определение новых координат роботов, которые изменяются благодаря изменению направления и величин векторов движения. Сначала рассчитывается сила отталкивания. Следующим шагом является вычисление направления вектора линейной силы для каждого робота. Алгоритм вычисления можно описать следующим образом: мы выделяем многоугольную область вокруг каждого робота, а далее проходим по периметру, находя точку с максимальным значением теплового поля. Вектор силы будет направлен в сторону области с

максимальным значением температуры. Новые координаты особей меняют местоположение источников тепла в пространстве, что приводит к изменению теплового поля в пространстве. Этот процесс повторяется, пока время не достигнет заданного значения.

Результаты численных экспериментов

Первоначально работы находятся в беспорядочном движении. Это обусловлено отсутствием выраженного центра тепла. В зонах с наибольшей плотностью температура начинает подниматься быстрее, и там скапливается все большее количество роботов. Далее происходит плавное поглощение маленьких групп более крупными.

Диффузия выступает в роли механизма передачи тепловой информации между роботами. Каждый робот оценивает интенсивность теплового поля вокруг себя, определяет свои дальнейшие действия и движется в направлении градиента. Это приводит к образованию единой группы, как показано на рисунках 3 и 4. В некоторых случаях образуются несколько групп, которые могут существовать долго независимо друг от друга.

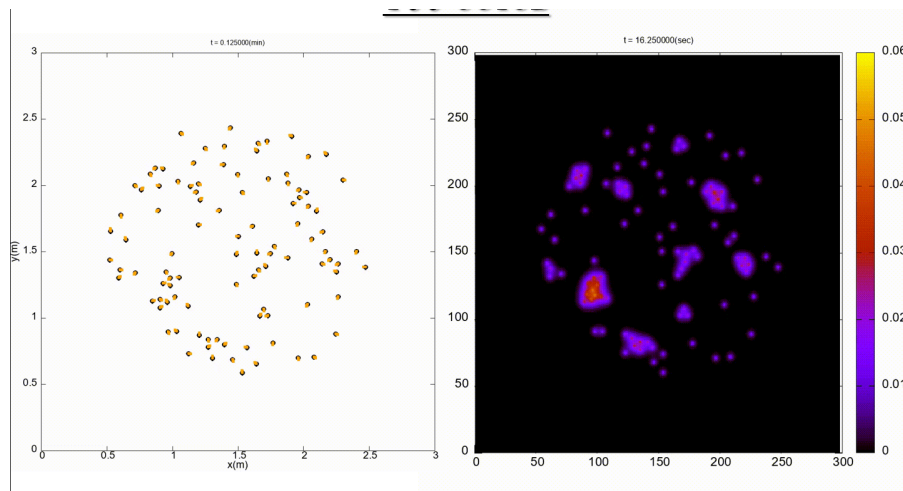


Рис. 3. В начале численного эксперимента роботы распределены по пространству случайным образом

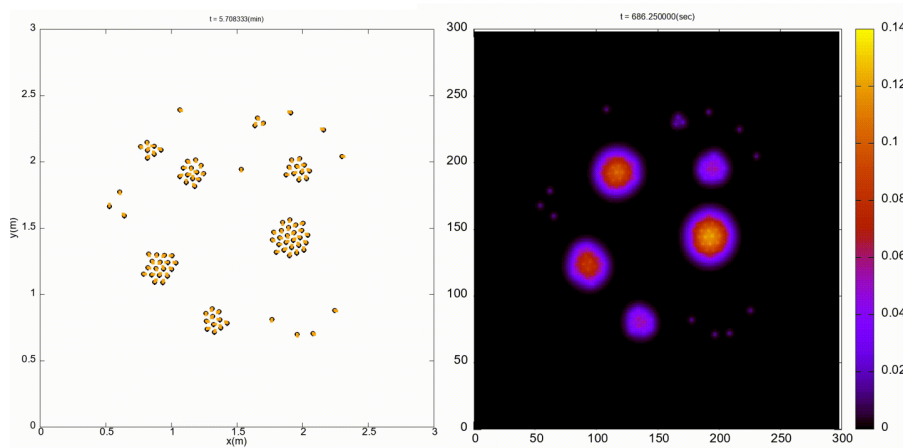


Рис. 4. Образование нескольких скученных групп роботов

На этом заканчивается первый этап самоорганизации в системе. Проводя аналогию между коллективной динамикой роботов и агрегатными состояниями вещества, можно сделать вывод, что рой роботов переходит в квазитвердую фазу. С течением времени группы роботов приобретают круглую форму, что с точки зрения термодинамики является оптимальным состоянием для минимизации тепловых потерь.

С увеличением количества роботов усложняется поведение роя в целом. После сборки в одну крупную структуру группа из 500 роботов демонстрирует образование вихревых потоков. Роботы продвигаются от края к центру структуры, после чего снова выталкиваются наружу. Данные движения имеют схожую природу с тепловой конвекцией в сплошных средах. Далее движение роботов в группе синхронизируется и вихревые движения прекращаются. В конечном счете вся группа приобретает одинаковое направление движения по часовой или против часовой стрелки в зависимости от начальных положений роботов на плоскости. Эволюцию системы можно наблюдать на изображениях 5 и 6.

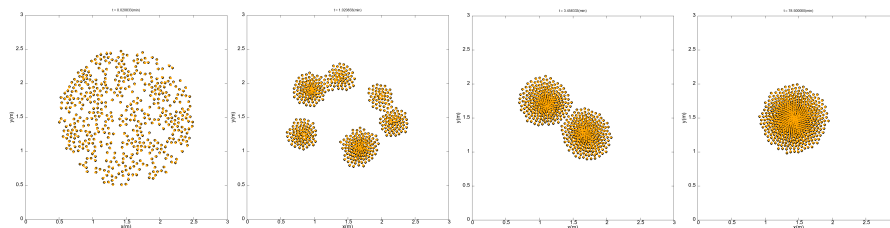


Рис. 5. Образование крупной квазитвердой группы из 500 роботов

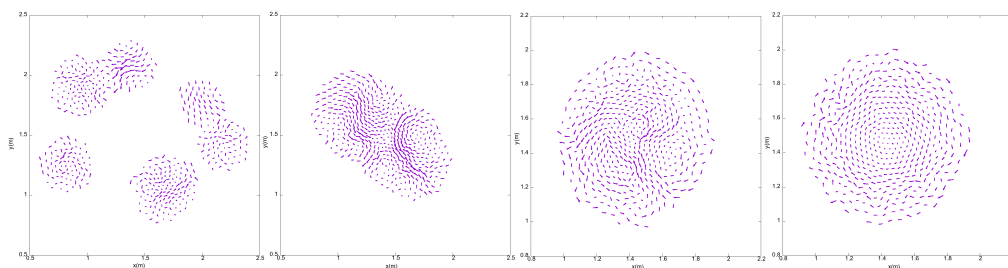


Рис. 6. Векторные поля, демонстрирующие перемещения роботов в разные моменты времени

Выводы

Данная модель адекватно отображает групповую динамику роя роботов, включая процессы, аналогичные фазовому переходу первого порядка, происходящему при снижении температуры окружающей среды, движению в направлении температурного градиента и формированию нескольких тепловых центров в крупных группах.

С увеличением количества роботов система в целом показывает все более сложное поведение. Модель демонстрирует, что в группе возможно появление вихревых движений, сходных по механизму с тепловой конвекцией. Анализ эволюции вихревых структур показывает, что со временем данные макроскопические движения затухают. Дальнейшие исследования системы будут направлены на подбор параметров, которые позволят получить устойчивые вихревые движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хакен Г. *Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах*. М.: Мир; 1985. 424 с. Режим доступа: <https://spkurdyumov.ru/uploads/2018/07/sinergetika-ierarxii-neustoiyчивostey.pdf>.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости*. М.: Наука; 1972. 392 с.
3. Жаботинский А. М. Периодический ход окисления малоновой кислоты в растворе (исследование кинетики реакции Белоусова). *Биофизика*. 1964;9(3):306–311.
4. Trenchard H. The Peloton Superorganism and Proto cooperative Behavior. *Applied Mathematics and Computation*. 2015;270:179–192. Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1509.05965>.
5. Гакашев А. И., Тарунин Е. Л. Интенсивность тепловой конвекции в ульях. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2008;1(2):16–26. Режим доступа: <https://journal.permsc.ru/index.php/ccm/article/download/CCMv1n2a2/345>.

6. Браун Д. А., Костарев К. В. Сплошносредная модель биоконвекции с центростремительной силой. *Вестник Пермского университета*. 2022;2:36–46. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/splshnosrednaya-model-biokonveksii-s-tsentrostremitelnoy-siloy>.
7. Xie H., Sun M., Fan X., Lin Z., Chen W., Wang L., He Q. Reconfigurable Magnetic Microrobot Swarm: Multimode Transformation, Locomotion, and Manipulation. *Science Robotics*. 2019;4:28. Режим доступа: 10.1126/scirobotics.aav8006.
8. Rubenstein M., Ahler C., Hoff N., Cabrera A., Nagpal R. Kilobot: A Low Cost Robot with Scalable Operations Designed for Collective Behaviors. *Robotics and Autonomous Systems*. 2014;62(7):966–975. Режим доступа: 10.1016/j.robot.2013.08.006.