

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-02

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ГРУНТА С УЧЕТОМ АППРОКСИМАЦИИ
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ НА ПОВЕРХНОСТИ СВАЙНОГО ФУНДАМЕНТА****М. Ю. Филимонов^{1,2,a}, Д. Ж. Шамугия^{2,b}**¹ *Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, г. Екатеринбург, Российская Федерация*² *Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,
г. Екатеринбург, Российская Федерация*^a *ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9561-5416>, fmy@imm.uran.ru*^b *ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-8715-1873>, dawid.shamugia@yandex.ru*

Аннотация: в работе проведен анализ различных подходов к аппроксимации неоднородных тепловых полей на поверхности проветриваемого подполья в зданиях со свайными фундаментами в криолитозоне. Неоднородности тепловых полей на основании данных температурного мониторинга возникают из-за возможных климатических воздействий, например, при попадании снега в проветриваемое подполье, или имеют техногенный характер и вызываются коммунальными авариями, приводящими к образованию наледей в зимнее время и изменению температуры поверхности. Весной и летом таяние таких наледей также меняет температурную картину поверхности. Корректное задание температуры на этой поверхности имеет важное значение при моделировании долгосрочной динамики изменения температуры грунта вокруг свайного фундамента, которая и определяет несущую способность грунта. Были рассмотрены следующие три метода аппроксимации данных температурного мониторинга: метод обратных взвешенных расстояний, триангуляционная нерегулярная сеть и радиально-базисные функции. В третьем методе были рассмотрены пять различных радиально-базисных функций. В ходе исследований был сделан вывод, что использование в целях аппроксимации мультিকвадратичной радиально-базисной функции для поставленных задач является наиболее адекватным, что и было подтверждено в ходе проведения численных экспериментов для конкретного здания в городе Салехарде.

Ключевые слова: математическое моделирование, аппроксимация, свайный фундамент, вечная мерзлота.

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 24-21-00160.

Для цитирования: Филимонов М. Ю., Шамугия Д. Ж. Моделирование теплового режима грунта с учетом аппроксимации температурных данных на поверхности свайного фундамента. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):18–24. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-02.

Поступила в редакцию: 13.10.2024.

В окончательном варианте: 15.11.2024.

**GROUND THERMAL REGIME SIMULATION BY APPROXIMATING TEMPERATURE
READINGS ON THE PILE FOUNDATION SURFACES****M. Yu. Filimonov^{1,2,a}, D. Zh. Shamugia^{2,b}**¹ *Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg, Russian Federation*² *Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation*^a *ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9561-5416>, fmy@imm.uran.ru*^b *ORCID: <http://orcid.org/0009-0006-8715-1873>, dawid.shamugia@yandex.ru*

Abstract: this study analyzes various approaches to approximating non-uniform thermal fields on the surface of a ventilated crawl space in buildings with pile foundations built in the permafrost region. Temperature readings show that non-uniform thermal fields are created by possible climatic effects (snow ingress into the ventilated crawl space), or may be artificial (utility accidents resulting in icing in winter and surface temperature changes). The melting of such ice in spring and summer also changes the surface temperature pattern. Correct determination of this surface temperature is important for the simulation of long-term ground temperature variations in the area around a pile foundation, which affects the bearing capacity of the ground. We considered three temperature reading approximation methods: inverse distance weighting, triangulated irregular network, and five radial basis functions. We concluded that using a multiquadric radial

basis function for approximation gives the best results, which is confirmed by simulations for a specific residential building in Salekhard.

Keywords: simulation, approximation, pile foundation, permafrost.

Acknowledgements: the paper is supported by the RSF, project no. 24-21-00160.

Cite this article: Filimonov M. Yu., Shamugia D. Zh. Ground Thermal Regime Simulation by Approximating Temperature Readings on the Pile Foundation Surfaces. *Russian Journal of Cybernetics*. 2024;5(4):18–24. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-02.

Original article submitted: 13.10.2024.

Revision submitted: 15.11.2024.

Введение

Вечная мерзлота занимает обширную территорию земной поверхности Северного полушария [1]. Более 10 млн км² в России занимает криолитозона, что составляет более 60% ее территории [2]. Более 75% всех зданий и инженерных сооружений в зоне вечной мерзлоты построены и эксплуатируются по принципу сохранения мерзлого состояния грунтов оснований. В соответствии со строительными нормами это называется первым принципом проектирования и строительства в условиях вечной мерзлоты. Выбор оптимальных способов строительства для конкретного географического места, связанных с выполнением этого принципа, обусловлен моделированием нестационарных тепловых полей в грунте под этими сооружениями, поскольку тепловой режим грунта оказывает непосредственное влияние на несущую способность грунта и устойчивость инфраструктуры [3]. В соответствии с правилами строительства в регионах распространения многолетнемерзлых пород (ММП) требуется проведение температурного мониторинга грунта в области свайных фундаментов жилых зданий. В 2018 году в г. Салехарде запущен автоматический дистанционный мониторинг температуры грунта под жилыми домами с контролем температурных изменений в термометрических скважинах, пробуренных в зоне свайных фундаментов [4]. В настоящее время под объектами капитального строительства в г. Салехарде уже пробурено и оборудовано термометрическими косами более 100 скважин глубиной 12 метров. Для прогнозирования и предотвращения последствий деградации вечной мерзлоты актуальным является использование при моделировании температурного мониторинга (ТМ), основанного на данных термометрических кос в зоне свайных фундаментов и анализе динамики их изменений. Долгосрочное прогнозирование таких изменений и их влияния на несущие свойства грунтов оснований под жилыми зданиями и другими инженерными объектами в зоне распространения ММП является актуальной задачей. Метод ТМ также является эффективным методом тестирования и калибровки численных методик [5], а значит, сочетание ТМ с численными методиками является перспективным направлением исследования различных важных технологических и климатических проблем в Арктике.

Жилые здания, построенные в криолитозоне, имеют проветриваемое подполье (ПП), в котором и формируется тепловой режим, оказывающий существенное влияние на температурный режим грунта под этим зданием. При компьютерном моделировании важную роль будет играть краевое условие на поверхности ПП. В работе [4] краевое условие задавалось на основании только одного температурного датчика, используемого при ТМ. Детальное исследование в работе [6] выявило существенную неоднородность в распределении температуры на поверхности ПП для конкретного жилого здания (здание I) в городе Салехарде, что и послужило основанием для исследования различных вариантов аппроксимации температурного поля на поверхности ПП. В настоящей статье рассмотрены различные варианты аппроксимации такого температурного поля на основании нескольких температурных датчиков, используемых для ТМ. В ходе исследования был выбран вариант аппроксимации температурного поля на поверхности ПП, который и показал наилучший результат в процессе проведения численных экспериментов.

Постановка задачи

Пусть $T = T(t, x, y, z)$ — температура грунта в точке (x, y, z) в момент времени t . В начальный момент времени t_0 задана температура грунта $T_0(x, y, z)$. Следуя работам [5, 7], для описания температурного режима грунта под зданием будем использовать уравнение, учитывающее локализованную теплоту фазового перехода:

$$\rho(c_v(T) + k\delta(T - T^*)) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda(T)\Delta T), \quad (1)$$

где ρ — плотность грунта [kg/m^3], T^* — температура фазового перехода [K],

$$c_\nu(T) = \begin{cases} c_1(x,y,z), & T < T^*, \\ c_2(x,y,z), & T > T^* \end{cases} \text{ — удельная теплоемкость [J/(kg} \cdot \text{K)]},$$

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_1(x,y,z), & T < T^*, \\ \lambda_2(x,y,z), & T > T^* \end{cases} \text{ — коэффициент теплопроводности [W/(m} \cdot \text{K)]},$$

$k = k(x,y,z)$ — удельная теплота фазового перехода, δ — дельта-функция Дирака.

Начальные и краевые условия для уравнения (1) поставлены в работе [5], в которой для задания начального условия $T_0(x,y,z)$ на поверхности ПП ($z = 0$) использовался только один температурный датчик из ТМ для здания I. Схема свайного фундамента этого здания и термометрическое оборудование представлены на рис. 1.

Каждая станция автоматического мониторинга (станция SAM) собирает данные с четырех термометрических скважин (скважины SAM), оснащенных датчиками температуры, которые измеряют температуру почвы на глубине до 10 метров с точностью 0.1°C . Треугольники на рис. 1а — термометрические скважины SAM, квадраты — станции SAM, точки — сваи. Данные всех температурных измерений передаются на сервер каждые 3 часа с помощью GSM-модулей.

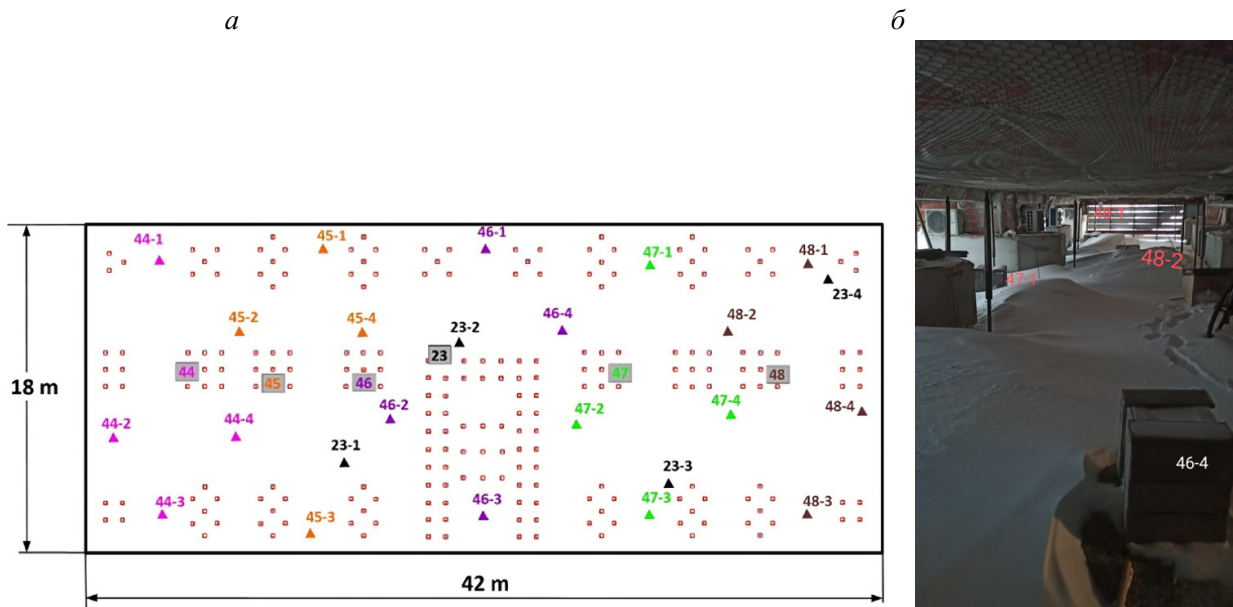


Рис. 1. Проветриваемое подполье здания I
(а — расположение термометрического оборудования в ПП, б — ПП в январе 2024 года)

На рис. 1а не показаны 186 сезоннодействующих охлаждающих устройств (СОУ), но их точные координаты расположения в ПП используются в модели и в компьютерном моделировании. СОУ являются вертикальными охлаждающими устройствами, представляющими собой двухфазные закрытые термосифоны диаметром 38 мм. Алюминиевые охлаждающие ребра этих устройств имеют размер 95 см, а глубина залегания под землей составляет 10 м. Для проведения автоматического контроля температуры почвы в проветриваемом подполе оборудовано 6 SAM станций.

В январе 2024 анализ данных ТМ показал большое различие температурных данных (до 10°C) в различных точках поверхности ПП здания I. Такое различие могло быть вызвано либо коммунальной аварией, либо климатическим воздействием на поверхность ПП. На рис. 1б показано ПП здания I в этот период. Оказалось, что такое различие температурных данных вызвано было попаданием снега в ПП. Анализ данных ТМ поверхностей ПП для других зданий в городе Салехарде также выявил температурные различия для разных точек замера в ПП. Особенно такие различия проявились в результате коммунальных аварий в ПП.

Таким образом, анализ ТМ показал, что необходимо при компьютерном моделировании долгосрочной динамики температурного режима грунта в области свайного фундамента жилого здания использовать двумерную аппроксимацию температурного поля на поверхности ПП, определяемого данными температурных датчиков в разных местах ПП.

Методы решений

Для достижения поставленных целей были использованы методы интерполяции, позволяющие создать двумерные модели теплового поля на поверхности ПП. Рассмотрим данные ТМ для здания I, соответствующие случаю на рис. 1б. Данные ТМ представлены на рис. 2.

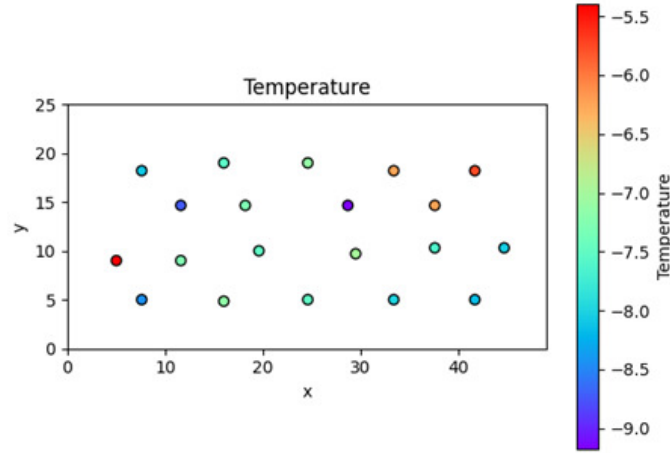


Рис. 2. Данные ТМ на поверхности ПП в январе 2024 года для здания I

На основе собранных данных применялись три метода интерполяции: метод обратных взвешенных расстояний (ОВР), триангуляционная нерегулярная сеть (ТНС) и радиально-базисные функции (РБФ).

Пусть $\Omega \subset R^2$ — прямоугольная область, в которой необходимо провести интерполяцию. В области Ω задано множество $S \subset \Omega$, состоящее из n точек X_i , в каждой из которых измерены значения температуры $T_i = T(X_i)$. Требуется найти функцию $T(X)$, определенную на всей области Ω , которая бы аппроксимировала значения температуры в любой точке $X \in \Omega$.

Метод обратных взвешенных расстояний. Данный метод предполагает, что вклад каждой известной точки в значение интерполируемой величины убывает с увеличением расстояния от этой точки. Пусть $d(X_i, X_j)$ — расстояние между точками X_i и X_j . Тогда $T(X)$ в соответствии с [8] определяется следующим образом:

$$T(X) = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i(X) T_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i(X)}, & \forall i = 1, \dots, n \longrightarrow d(X_i, X) \neq 0 \\ T_i, & \exists i = 1, \dots, n \longrightarrow d(X_i, X) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\omega_i(X) = \frac{1}{d(X_i, X)^p}. \quad (3)$$

В данном примере $p \in R^+$ — параметр, $\omega_i(X)$ — веса. Веса (3) уменьшаются по мере увеличения расстояния от интерполируемой точки. С увеличением параметра p ближайšie известные точки начинают оказывать большее влияние на интерполируемые точки, вследствие чего интерполируемые значения становятся практически постоянными при больших p . У данного метода также есть одна отличительная особенность. Введем следующие обозначения: $T_{\max} = \max(T_1, T_2, \dots, T_n)$, $T_{\min} = \min(T_1, T_2, \dots, T_n)$. Нетрудно проверить, что $\forall X \in \Omega \longrightarrow T_{\min} \leq T(X) \leq T_{\max}$.

Данный метод интерполяции является одним из самых часто используемых, а также весьма прост в исполнении, однако он имеет свои недостатки, как, например, то, что интерполируемые значения не могут выходить за пределы известных значений.

Триангуляционная нерегулярная сеть. Если все точки из множества S не лежат на одной прямой и их больше трех, то их можно представить в виде нерегулярной сетки, на которой можно построить

триангуляцию и затем интерполировать точки внутри каждого из треугольников. Экстраполировать значения за пределами триангуляции можно, пользуясь иными методами, например, уже рассмотренным методом ОВР. В данном примере воспользуемся триангуляцией Делоне [9] и линейной интерполяцией в барицентрических координатах [10]. Триангуляция Делоне — триангуляция для заданного множества точек S на плоскости, при которой для любого треугольника все точки из S за исключением точек, являющихся его вершинами, лежат вне окружности, описанной вокруг треугольника. Барицентрические координаты представляют собой скалярные параметры, набор которых однозначно задает точку аффинного пространства, при условии, что в данном пространстве выбран некоторый точечный базис. Пусть r_1, r_2, r_3 — декартовы координаты вершин некоторого треугольника из триангуляции. Тогда произвольная точка X внутри этого треугольника может быть единственным образом представлена в виде барицентрической комбинации: $X = t_1 r_1 + t_2 r_2 + t_3 r_3$, при условии, что $t_1 + t_2 + t_3 = 1$. Набор скаляров (t_1, t_2, t_3) называется барицентрическими координатами точки X . Для того, чтобы интерполировать значения внутри треугольника, используется следующая формула:

$$T(X) = t_1 T(r_1) + t_2 T(r_2) + t_3 T(r_3), \quad (4)$$

в которой барицентрические координаты t_1, t_2, t_3 являются решением линейной системы уравнений и записываются в явном виде.

Данный метод также широко распространен в геостатистике, однако он имеет свои особенности. Полученная поверхность из уравнения (4) не будет являться гладкой на границах треугольников триангуляции, также данный метод не предназначен для экстраполяции значений за пределы триангуляции.

Аппроксимации теплового поля на поверхности ПП, по данным рис. 2, полученные методом ОВР, представлены на рис. 3а; полученные методом ТНС — представлены на рис. 3б.

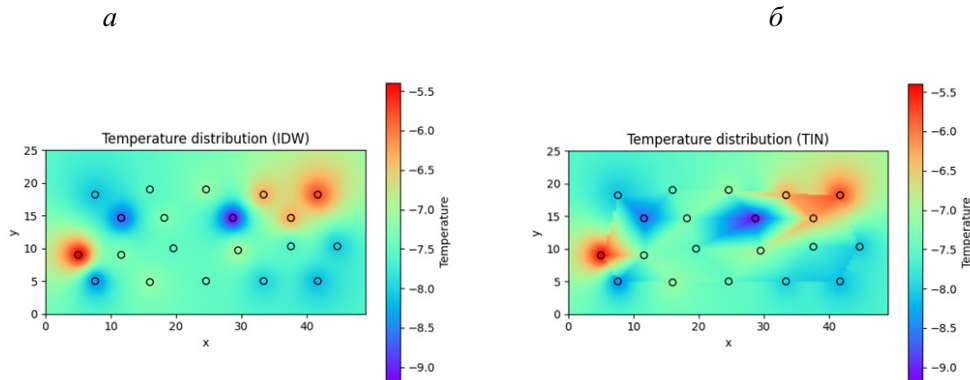


Рис. 3. Аппроксимации данных мониторинга в ПП здания I (а — полученные методом ОВР при $p = 2$, б — полученные методом ТНС с использованием ОВР при $p = 2$ для интерполяции значений за пределами триангуляции)

Радиально-базисные функции. Радиально-базисной функцией φ называется вещественнозначная функция, значение которой зависит только от расстояния до начала координат:

$$\varphi(X) = \varphi(\|X\|),$$

или от расстояния до некоторой другой точки C , называемой центром:

$$\varphi(X) = \varphi(\|X - C\|).$$

В данном методе с использованием РБФ функция интерполируется с помощью взвешенной суммы радиально-базисных функций [11]:

$$T(X) = \sum_{i=1}^n w_i \varphi(\|X - X_i\|). \quad (5)$$

Веса w_i в формуле (5) можно вычислить с помощью метода наименьших квадратов, поскольку аппроксимирующая функция является линейной по отношению к ним. Также РБФ могут содержать специальный параметр ε , который в значительной степени влияет на интерполяцию, предоставляя возможность настраивать функцию в зависимости от задачи и экспериментальных данных. Примеры радиально-базисных функций ($r = \|X - X_i\|$, ε – параметр):

- функция Гаусса $\varphi(r) = \exp(-(\varepsilon r)^2)$;
- мультикватричная функция $\varphi(r) = \sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}$;
- обратная квадратичная функция $\varphi(r) = \frac{1}{1 + (\varepsilon r)^2}$;
- обратная мультикватричная функция $\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}}$;
- полигармонический сплайн $\varphi(r) = r^k$, $k = 1, 3, 5, \dots$; $\varphi(r) = r^k \ln(r)$, $k = 2, 4, 6, \dots$.

РБФ представляют собой весьма гибкий инструмент для интерполяции, однако при использовании данного метода требуется тщательный подбор функции и параметров к ней в зависимости от задачи.

Анализ результатов проведенных численных экспериментов с различными радиально-базисными функциями показал, что в нашем случае хороший результат по аппроксимации температурного поля на поверхности ПП был получен с использованием мультикватричной функции при $\varepsilon = 0.375$. Результаты аппроксимации температурного поля приведены на рис. 4.

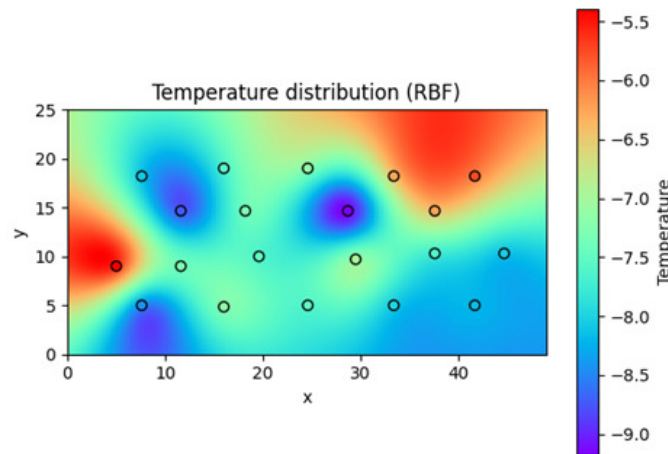


Рис. 4. Аппроксимация температурных данных на поверхности ПП для здания I с помощью радиально-базисной мультикватричной функции

Заключение

В процессе исследования проведено тестирование трех методов для аппроксимации теплового поля в двумерном пространстве: метод обратных взвешенных расстояний, триангуляционная нерегулярная сеть и радиально-базисные функции. Анализ результатов аппроксимации и проведения компьютерного моделирования показал, что ТНС демонстрирует наименее удовлетворительные результаты из-за негладкости получаемой поверхности, что не отражает реальное тепловое распределение с использованием формулы (4). Что касается метода ОВР, несмотря на гладкость поверхности, полученной с помощью формулы (2), он имеет существенный недостаток для данной задачи: интерполируемые значения не могут выходить за пределы известных значений, что не соответствует реальным условиям.

С другой стороны, метод РБФ (5) показал более убедительные результаты благодаря своей гибкости и способности создавать более реалистичные модели и давать наилучшее совпадение численного решения с данными ТМ в термометрических скважинах, особенно для мультикватричной функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Obu J., Westermann S. et al. Northern Hemisphere Permafrost Map Based on TTOP Modelling for 2000-2016 at 1 km² Scale. *Earth-Science Reviews*. 2019;193:136–155. DOI: 10.1016/j.earscirev.2019.04.023.
2. Romanovsky V. E., Drozdov D. S., Oberman N. G., Malkova G. V. et al. Thermal State of Permafrost in Russia. *Permafrost: Periglacial Process*. 2010;21:136–155. DOI: 10.1002/ppp.683.
3. Shiklomanov N. I. et al. Climate Change and Stability of Urban Infrastructure in Russian Permafrost Regions: Prognostic Assessment Based on GCM Climate Projections. *Geographical Review*. 2017; 107(1):125–142. DOI: 10.1111/gere.12214.
4. Kamnev Ya. K., Filimonov M. Yu., Shein A. N., Vaganova N. A. Automated Monitoring the Temperature under Buildings with Pile Foundations in Salekhard (Preliminary Results). *Geography, Environment, Sustainability*. 2021;14(4):75–82. DOI: 10.24057/2071-9388-2021-021.
5. Filimonov M. Y., Kamnev Y. K., Shein A. N., Vaganova N. A. Modeling the Temperature Field in Frozen Soil under Buildings in the City of Salekhard Taking into Account Temperature Monitoring. *Land*. 2022;11(7):1102. DOI: 10.3390/land11071102.
6. Filimonov M. Yu., Vaganova N. A., Shamugia D. Zh., Filimonova I. M. Computer Modeling of Temperature Fields in the Soil and the Bearing Capacity of Pile Foundations of Buildings on Permafrost. *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys*. 2024;17(5):622–631. Режим доступа: <https://elib.sfu-kras.ru/bitstream/handle/2311/153259/Filimonov.pdf?sequence=1>.
7. Samarsky A. A., Vabishchevich P. N. *Computational Heat Transfer, Volume 2, The Finite Difference Methodology*. New York, Chichester: Wiley; 1995. 432 p.
8. Shepard D. A Two-Dimensional Interpolation Function for Irregularly-Spaced Data. *Proceedings of the 1968 ACM National Conference*. 1968;517–524. DOI: 10.1145/800186.810616.
9. Delaunay B. Sur la Sphère Vide [On the Empty Sphere]. *Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles*. 1934;6:793–800. (In French).
10. Koecher M., Krieg A. Affine Geometrie in Koordinatenebenen. *Ebene Geometrie. Springer-Lehrbuch*. Berlin, Heidelberg: Springer;2007;3:51–90. DOI: 10.1007/978-3-540-49328-0_3.
11. Broomhead D. H., Lowe D. Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks. *Complex Systems*. 1998;2:321–355. Режим доступа: <https://sci2s.ugr.es/keel/pdf/algorithm/articulo/1988-Broomhead-CS.pdf>.