

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-02

ОБРАЗОВАНИЕ «ВЯЗКИХ ПАЛЬЦЕВ» НА МЕЖФАЗНЫХ ГРАНИЦАХ ПРИ СОВМЕСТНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ТРЕХ ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ**Л. А. Паремская***Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва,**Российская Федерация*ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9717-3597>, ✉ lusine.paremskaya@gmail.com

Аннотация: в работе рассматривается специфика неустойчивого вытеснения вязких жидкостей из пористых сред. Исследуется совместное вытеснение трех вязких жидкостей. В случае, если вязкость вытесняющей жидкости меньше, чем вязкость вытесняемой, на фронте вытеснения возникает известная неустойчивость Саффмана–Тейлора. Предлагается посмотреть на результат вытеснения трех жидкостей с различным перепадом вязкости на границах раздела жидкостей. Наблюдается просачивание «вязких пальцев» одной межфазной границы сквозь «вязкие пальцы», образовавшиеся на другой границе. Также результаты численного моделирования продемонстрировали временный «захват» вытесняемой жидкости при определенном перепаде вязкости на межфазной границе. Выявлено формирование «вязких пальцев» при фронтальном вытеснении, схожих с «пальцами» при радиальном вытеснении. Определяются факторы, влияющие на развитие «пальцев» под углом к направлению течения. Проводится сравнение с результатами, полученными при вытеснении нефти полимерным раствором: предварительной закачкой в пласт дополнительного раствора — жидкости с добавлением высокомолекулярных полимерных соединений, наличие которых приводит к увеличению вязкости жидкости. Благодаря этому осуществляется уменьшение перепада вязкости на границе раствор — нефть, что приводит к существенному увеличению нефтеотдачи.

Ключевые слова: неустойчивость межфазной границы, «вязкие пальцы», многофазное течение.

Для цитирования: Паремская Л. А. Образование «вязких пальцев» на межфазных границах при совместном вытеснении трех вязких жидкостей из пористой среды. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):22–31. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-02.

Поступила в редакцию: 03.12.2023.

В окончательном варианте: 19.12.2023.

FORMATION OF VISCOUS FINGERS AT INTERPHASE BOUNDARIES DURING THE JOINT DISPLACEMENT OF THREE VISCOUS LIQUIDS FROM POROUS MEDIA**L. A. Paremskaya***M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation*ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9717-3597>, ✉ lusine.paremskaya@gmail.com

Abstract: this study examines the peculiarities of the unstable displacement of viscous fluids from porous media. The joint displacement of three viscous fluids is studied. When the viscosity of the displacing fluid is lower than the viscosity of the displaced fluid, the well-known Saffman-Taylor instability occurs at the displacement front. It is proposed to consider the result of displacement of three fluids with different viscosity differences at the interfaces between the fluids. The leakage of “viscous fingers” of one interphase boundary through the “viscous fingers” formed at the other boundary is observed. The numerical modeling results also showed the temporary “trapping” of the displaced fluid at a certain viscosity difference at the interface. The formation of “viscous fingers” during frontal displacement, similar to “fingers” during radial displacement, was revealed. The factors influencing the formation of “fingers” at an angle to the direction of flow are determined. A comparison is made with the results obtained when displacing oil with a polymer solution: an additional solution – a liquid with the addition of high-molecular polymer compounds, the presence of which leads to an increase in the viscosity of the liquid – is pre-injected into the reservoir. As a result, the viscosity difference at the solution-oil interface is reduced, which leads to a significant increase in oil recovery.

Keywords: interphase boundary instability, viscous fingers, multiphase flow, CFD.

Cite this article: Paremskaya L. A. Formation of Viscous Fingers at Interphase Boundaries During the Joint Displacement of Three Viscous Liquids from Porous Media. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):22–31. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-02.

Original article submitted: 03.12.2023.

Revision submitted: 19.12.2023.

Введение

Полимерное заводнение является одним из приоритетных методов повышения нефтеотдачи, наиболее подготовленным технологически и технически [1, 2]. Оно заключается в предварительной закачке в пласт дополнительной прослойки — воды с добавлением высокомолекулярных полимерных соединений, наличие которых приводит к заметному увеличению ее вязкости (рис. 1). После «заводнения» в качестве вытесняющей жидкости используется обычная вода. В результате уменьшается перепад вязкости на ведущей межфазной границе, что приводит к повышению нефтеотдачи [3]. Рассматривается совместное вытеснение трех вязких жидкостей из пористой среды. Предлагаются результаты расчетов вытеснения трех жидкостей с различным профилем вязкости средней фазы. В качестве модели пористой среды используется ячейка Хеле—Шоу — две параллельные пластины, разделенные малым зазором (рис. 2). Течения в ячейке Хеле—Шоу легко поддаются визуализации и описываются относительно простыми математическими моделями — уравнением неразрывности и аналогом закона Дарси для ячейки. Поэтому ее используют как самую простую двумерную модель пористой среды [4]. Экспериментально [5] и теоретически [6] доказано возникновение неустойчивости при вытеснении вязкой жидкости менее вязкой — образования неустойчивости Саффмана—Тейлора. В данном исследовании показано образование «вязких пальцев» на межфазных границах и оценивается динамика развития формы возмущений на границах раздела жидкостей. В данной работе показано проникновение «вязких пальцев» одной межфазной границы в «вязкие пальцы», образовавшиеся на другой межфазной границе.



Рис. 1. Схема течения при заводнении полимерным раствором

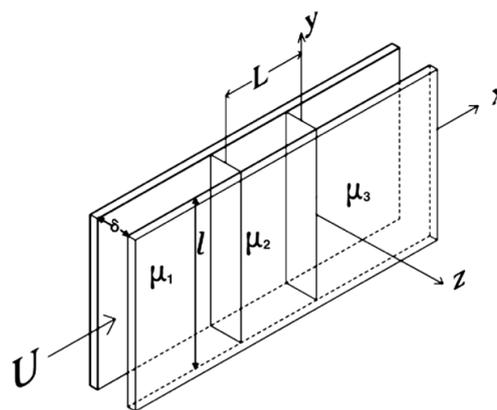


Рис. 2. Схема многофазного вытеснения из ячейки Хеле—Шоу: U — средняя скорость вытеснения, l — ширина пластин, δ — зазор между пластинами ($\delta \ll l$), L_i , μ_i — длина зоны и динамическая вязкость i -ой фазы

Линейный анализ устойчивости

Рассмотрим совместное вытеснение трех несмешивающихся жидкостей из ячейки Хеле—Шоу, когда между менее вязкой жидкостью (водой) и более вязкой (нефтью) находится узкая прослойка

жидкости промежуточной вязкости («раствор»). Длина средней зоны — L . Ячейку Хеле–Шоу будем считать бесконечно широкой, то есть характерную длину волны возмущения намного меньше ширины ячейки. Это позволит рассмотреть плоскую задачу на малые возмущения в бесконечной области (рис. 3).

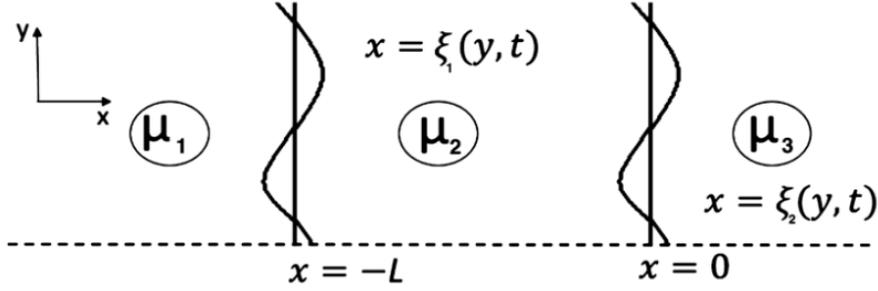


Рис. 3. Многофазное вытеснение жидкостей: $x = \xi_1(y, t)$ — возмущенная граница между жидкостью с индексом «1» и жидкостью с индексом «2», $x = \xi_2(y, t)$ — возмущенная граница между жидкостью с индексом «2» и жидкостью с индексом «3»

Движение жидкостей описывается уравнением неразрывности и аналогом закона Дарси для ячейки Хеле–Шоу [9] (1)–(2). На границах раздела фаз ставятся условия равенства нормальных к фронту скоростей и равенства давлений (3)–(4). На бесконечности — условие постоянства скорости (5)–(6).

$$\nabla \cdot \vec{W} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot p = -\frac{\mu}{K} \vec{W}, \quad K = K_0 \cdot \delta^2, \quad (2)$$

$$p_1 = p_2, \quad [\vec{W}_1]_n = [\vec{W}_2]_n, \quad \text{при } x = -L + \xi_1(y, t), \quad (3)$$

$$p_2 = p_3, \quad [\vec{W}_2]_n = [\vec{W}_3]_n, \quad \text{при } x = 0 + \xi_2(y, t), \quad (4)$$

$$u_1 = U, \quad v_1 = 0, \quad \text{при } x \rightarrow -\infty, \quad (5)$$

$$u_3 = U, \quad v_3 = 0, \quad \text{при } x \rightarrow +\infty, \quad (6)$$

где $\vec{W} = (u, v)$ — осредненный по зазору ячейки вектор скорости, p — осредненное по зазору давление, $K_0 = 1/12$ — эффективная проницаемость, δ — зазор между пластинами ячейки Хеле–Шоу.

Уравнения (1)–(2) линейны и могут быть записаны для малых возмущений. Компоненты скорости исключаются, что приводит к уравнению Лапласа для давления. Решение ищется в виде нормальных мод:

$$p = P(x) e^{\omega t} e^{iky}, \quad (7)$$

где $P(x)$ — неизвестная функция, k — волновое число, ω — декремент затухания, $i^2 = -1$.

Подставим (7) в уравнение Лапласа и учтем граничные условия на бесконечности (5):

$$p_1 = P_1 e^{kx} e^{\omega t} e^{iky}, \quad u_1 = -\frac{\delta^2}{12\mu_1} k P_1 e^{kx} e^{\omega t} e^{iky},$$

$$p_3 = P_3 e^{-kx} e^{\omega t} e^{iky}, \quad u_3 = -\frac{\delta^2}{12\mu_3} k P_3 e^{-kx} e^{\omega t} e^{iky},$$

$$p_2 = (P_{21} e^{kx} - P_{22} e^{-kx}) e^{\omega t} e^{iky}, \quad u_2 = -\frac{\delta^2}{12\mu_2} k (P_{21} e^{kx} - P_{22} e^{-kx}) e^{\omega t} e^{iky},$$

где P_1, P_3, P_{21}, P_{22} — неизвестные константы. Форму возмущенных границ раздела жидкостей ищем в виде $\xi_1 = C_{\xi_1} e^{\omega t} e^{iky}$ и $\xi_2 = C_{\xi_2} e^{\omega t} e^{iky}$, где C_{ξ_1} и C_{ξ_2} — неизвестные константы.

С учетом граничных условий на межфазных границах имеем:

$$\mu_2 P_1 - \mu_1 (P_{21} - P_{22} e^{2kL}) = 0, \quad (8)$$

$$\left(\frac{k}{\omega} U + 1\right) P_1 = P_{21} \left(\frac{k}{\omega} U + 1\right) + P_{22} e^{2kL} \left(1 - \frac{k}{\omega} U\right) = 0, \quad (9)$$

$$\mu_2 P_3 - \mu_3 (P_{21} - P_{22}) = 0, \quad (10)$$

$$\left(1 - \frac{k}{\omega} U\right) P_3 = P_{21} \left(\frac{k}{\omega} U + 1\right) + P_{22} \left(1 - \frac{k}{\omega} U\right) = 0. \quad (11)$$

Таким образом, для нахождения четырех неизвестных констант P_1 , P_3 , P_{21} , P_{22} имеем четыре уравнения (8)–(11).

После проведения обезразмеривания уравнения примут вид:

$$\begin{cases} M_{21} P_1 - (P_{21} - P_{22} e^{2[k]L}) = 0, \\ \left(\frac{[k]}{[\omega]} + 1\right) P_1 = P_{21} \left(\frac{[k]}{[\omega]} + 1\right) + P_{22} e^{2[k]L} \left(1 - \frac{[k]}{[\omega]}\right) = 0, \\ P_3 - M_{32} (P_{21} - P_{22}) = 0, \\ \left(1 - \frac{[k]}{[\omega]}\right) P_3 = P_{21} \left(\frac{[k]}{[\omega]} + 1\right) + P_{22} \left(1 - \frac{[k]}{[\omega]}\right) = 0, \end{cases}$$

где $M_{21} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, $M_{32} = \frac{\mu_3}{\mu_2}$ — перепады вязкостей на границах, $[\omega] = \frac{\omega \delta}{U}$, $[k] = \frac{k}{2\pi \delta}$, $[L] = \frac{L}{\delta}$.

Система имеет нетривиальное решение только при условии равенства нулю ее определителя. Это условие приводит к квадратному уравнению для декремента затухания $[\omega] = [\omega] ([k], M_{21}, M_{32}, [L])$:

$$\left[(M_{21} - 1)(M_{32} - 1) - e^{2[k]L} (M_{21} + 1)(M_{32} + 1) \right] \omega^2 - 2 [k] e^{2[k]L} (M_{32} M_{21} - 1) \omega - [k]^2 (M_{21} - 1)(M_{32} - 1) = 0. \quad (12)$$

Полученное уравнение имеет два корня, соответствующих собственным значениям на двух межфазных границах ω_{ξ_1} и ω_{ξ_2} . Предельный переход уравнения (12) к двухфазному течению (при $[L] \rightarrow 0$) приводит к решению Саффмана–Тейлора (13):

$$\begin{aligned} 2(M_{32} M_{21} + 1) \omega^2 - 2[k] (M_{32} M_{21} - 1) \omega &= 0, \\ \omega_{\xi_1} &= 0, \\ \omega_{\xi_2} &= [k] \frac{M_{32} M_{21} - 1}{M_{32} M_{21} + 1} = [k] \frac{M - 1}{M + 1}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $M = M_{32} \cdot M_{21}$ — отношение вязкости вытесняемой жидкости (например, нефти) к вязкости вытесняющей (например, чистой воды).

Детальный анализ полученного дисперсионного соотношения проведен в работе [3]. Получено, что линейный анализ устойчивости совместного вытеснения трех несмешивающихся жидкостей из ячейки Хеле–Шоу показал, что темп роста малых возмущений на границе раствор — нефть уменьшается по сравнению с двухфазным вытеснением (вода — нефть). Наилучший эффект достигнут в случае, когда отношения вязкостей на обеих границах совпадают ($M_{21} = M_{32}$).

Математическая модель для численного моделирования

Полная система уравнений для численного моделирования состоит из уравнения неразрывности (14), закона Дарси (15), уравнения конвективной диффузии (16), степенной зависимости динамической вязкости от объемных концентраций (17) и выражения для объемной концентрации жидкости с индексом «1» (18):

$$\nabla \cdot \vec{W} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla \cdot p = -\frac{\mu(c_1, c_2, c_3)}{K} \vec{W}, \quad K = K_0 \cdot \delta^2, \quad (15)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla c_i = D_i \Delta c_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (16)$$

$$\mu^{\frac{1}{3}}(c_1, c_2, c_3) = \mu_1^{\frac{1}{3}} c_1 + \mu_2^{\frac{1}{3}} c_2 + \mu_3^{\frac{1}{3}} c_3, \quad (17)$$

$$c_1 = 1 - c_2 - c_3, \quad (18)$$

где \vec{W} — осредненный двумерный вектор скорости, p — осредненное давление, K_0 — эффективная проницаемость, δ^2 — зазор между пластинами ячейки Хеле–Шоу, D_i , μ_i , c_i — коэффициент самодиффузии, динамическая вязкость и объемная концентрация жидкости с индексом « i » ($i = 1, 2, 3$) [3].

Основными безразмерными определяющими параметрами являются: число Пекле $Pe = U \cdot \frac{l}{D_3}$ (U — скорость вытеснения, l — ширина ячейки), перепады вязкостей $M_{22} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ и $M_{32} = \frac{\mu_3}{\mu_2}$ на межфазных границах между жидкостями с индексами «2» и «1» и жидкостями с индексами «3» и «2» соответственно.

Численное моделирование

Вытеснение трех смешивающихся жидкостей из ячейки Хеле–Шоу моделируется методом Годунова. Результаты численного моделирования, подтверждающие эффективность полимерного заводнения как метода увеличения нефтеотдачи, представлены в статье [1]. Отличающейся особенностью настоящей работы является исследование возникновения «вязких пальцев» на двух межфазных границах и их взаимодействия между собой.

Проведенное численное моделирование при больших числах Пекле методом сквозного счета (программа реализована на языке программирования C++) сопровождается графическим интерфейсом (QT), который позволяет визуализировать полученные в программе данные, менять цвет жидкостей, отображает текущий шаг по времени (верхняя панель) (рис. 4). Также есть ползунок на нижней панели под ячейкой, перемещение которого позволяет увидеть длительность вытеснения и наблюдать за динамикой развития неустойчивости в разные моменты времени.

Для всех расчетов: жидкость с индексом «1» обозначена фиолетовым цветом, с индексом «2» — белым цветом, с индексом «3» — зеленым цветом; ячейка Хеле–Шоу имеет ширину 100 мм, длину 200 мм и зазор 1.2 мм; начальные условия при $t < 0$: область заполнена двумя жидкостями; поле скорости нулевое. При $t = 0$ по левой границе поступает жидкость при постоянном градиенте давления $P_{\text{вход}} = 1.001 P_{\text{атм}}$, на выходе $P_{\text{атм}}$ (атмосферное давление). В начальный момент времени на обеих межфазных границах задавалось полигармоническое возмущение типа $\cos(1/y)$ (рис. 4). Задание начальных возмущений позволяет ускорить образование «вязких пальцев». Также, ввиду симметричности функции возмущения, в результатах наблюдается характерная симметричность «вязких пальцев» в первоначальный момент времени, которая исчезает со временем.

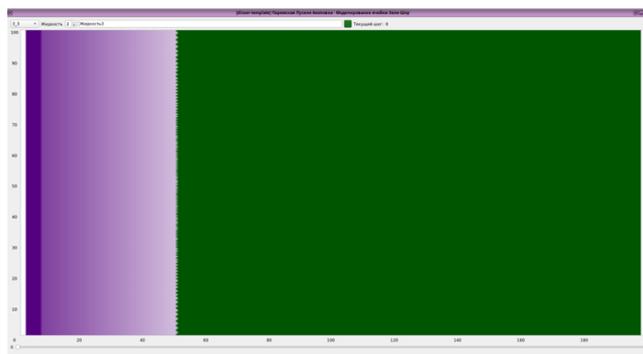


Рис. 4. Графический интерфейс визуализации данных. Изображение ячейки в начальный момент времени

Результаты расчетов

Ниже представлены результаты восьми расчетов в 2 момента времени (рис. 5–14).

Расчет №1 (рис. 5) проведен для смешивающихся жидкостей при больших числах Пекле — моделирование полимерного заводнения. Результат представлен в моменты времени $t = 5$ с и $t = 15$ с.

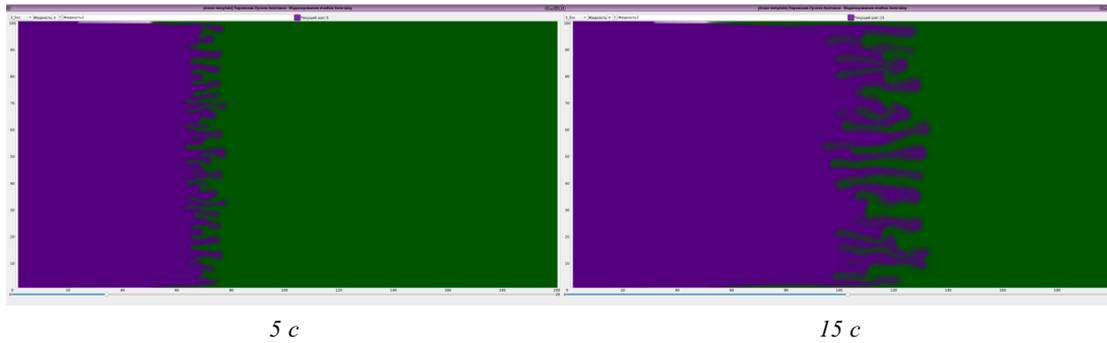


Рис. 5. Параметры расчета №1: полимерное заводнение, $t = 29$ c, $Q = 79.9\%$

Отношение вязкости нефти к вязкости воды: $M = 10$. Эффективность вытеснения (Q) определяется количеством вытесненной нефти к моменту времени, когда вытесняющая жидкость достигла конца расчетной области. Полученный результат хорошо согласуется с выводами, сделанными в работе [3]. Заводнение полимерным раствором является эффективным методом увеличения нефтеотдачи.

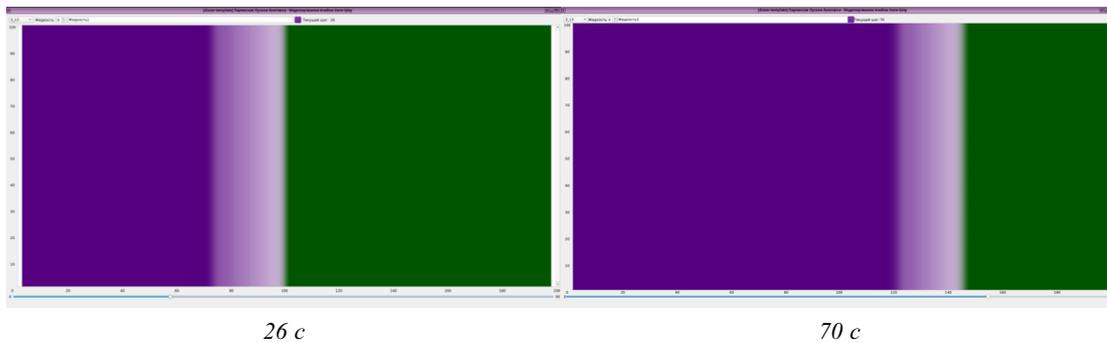


Рис. 6. Параметры расчета №2: $M_{21} = 10^{-2}$ и $M_{32} = 10^{-1}$

Расчет №2 (рис. 6) проведен для демонстрации устойчивого вытеснения в случае, если перепад вязкостей на границах меньше единицы: $M_{21} = 10^{-2}$ и $M_{32} = 10^{-1}$. Возмущения, заданные на обеих границах в начальный момент времени, полностью гасятся в ходе вытеснения.

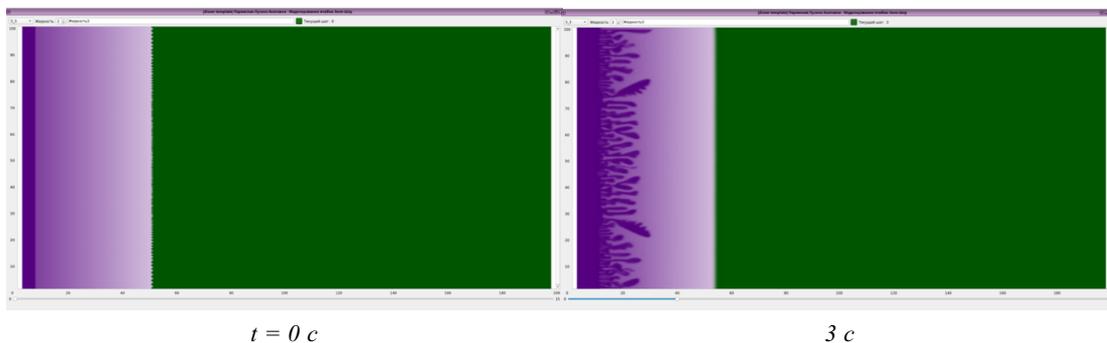


Рис. 7. Параметры расчета №3: $M_{21} = 10^4$ и $M_{32} = 10^{-1}$

Расчет №3 (рис. 7) проведен для случая, в котором перепад вязкостей на левой границе $M_{21} = 10^4$ — фронт вытеснения неустойчив, наблюдается рост возмущений. Причем направление роста «вязких пальцев» совпадает с направлением градиента давления. На правой границе — $M_{32} = 10^{-1}$ — устойчивый фронт вытеснения, первоначально заданные возмущения на границе полностью гасятся. Можно заметить, что развитие неустойчивости осуществляется преимущественно в направлении гра-

диента давления. При этом наблюдается малое количество наклонных «вязких пальцев».

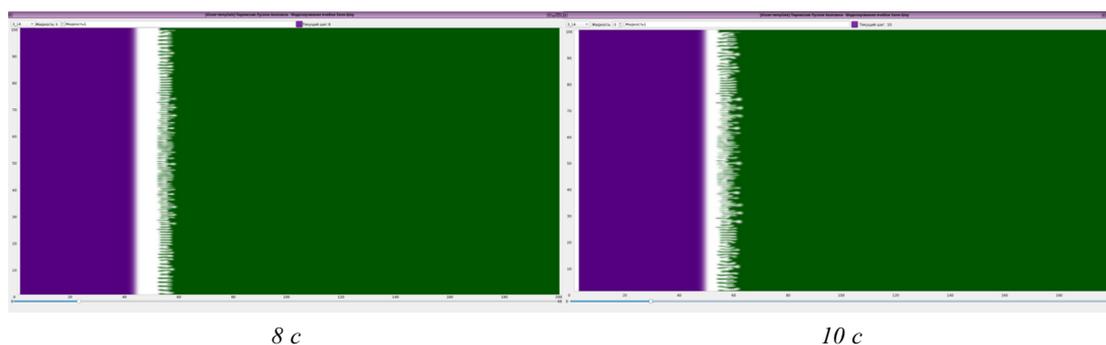


Рис. 8. Параметры расчета №4: $M_{21} = 10^{-3}$ и $M_{32} = 10$

Расчет №4 (рис. 8) проведен для случая, где перепад вязкостей на левой границе $M_{21} = 10^{-3}$ — устойчивый фронт вытеснения: первоначально заданные возмущения на границе полностью гасятся. На правой границе $M_{32} = 10$ — наблюдается неустойчивый фронт вытеснения (рост возмущений). Видно, что увеличение длины «вязких пальцев» на правой границе происходит вдоль ячейки Хеле—Шоу. Можно заметить, что с увеличением времени вытеснения характерная прямолинейность форм «вязких пальцев» сохраняется.

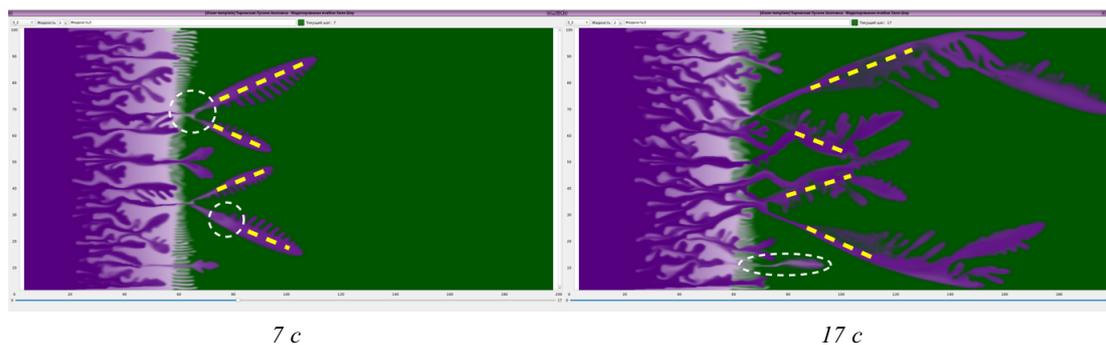


Рис. 9. Параметры расчета №5: $M_{21} \sim 10^2$, $M_{32} \sim 10$

Результат расчета №5 (рис. 9) демонстрирует неустойчивость (формирование «вязких пальцев») на двух межфазных границах. На левой границе отношение вязкостей на порядок выше, чем отношение вязкостей на правой границе. Можно заметить, что «вязкие пальцы» левой границы растут быстрее, что приводит к соединению «пальцев» двух границ. Белым пунктиром обведены некоторые области, в которых «вязкие пальцы» содержат в себе и первую, и вторую жидкости. В момент времени вытеснения 7 секунд можно увидеть результат расщепления кончиков «вязких пальцев» — формирование «уголков» (стороны обозначены желтыми пунктирными линиями). В момент времени 17 секунд видно разделение «уголков» на два самостоятельных «пальца» посредством слияния с соседними.

Результат расчета №6 (рис. 10) демонстрирует прямолинейное развитие «вязких пальцев» в направлении градиента давления (вдоль ячейки Хеле—Шоу). Первоначально (5 с) формировались наклонные «пальцы» (обведены белыми пунктирными линиями), которые в дальнейшем слились с соседними доминантными «пальцами», развивающимися вдоль ячейки, и утратили наклон направления развития.

На рис. 11 представлен результат расчета №7 в 2 момента времени с разницей в 1 секунду: 27 секунд и 28 секунд. Расчет проведен в случае, когда задан большой перепад вязкостей на левой границе ($M_{21} = 5 \cdot 10^3$), что приводит к развитию «вязких пальцев» на ней. При этом наблюдается устойчивый фронт вытеснения на правой границе ($M_{32} = 2 \cdot 10^{-2}$). Возмущения, заданные на правой межфазной границе в начальный момент времени, полностью гасятся. Результат расчета демонстрирует момент прорыва «вязких пальцев» левой межфазной границы сквозь правую (обведены белыми пунктирными линиями). При этом значительно изменяется форма «пальца» после прорыва.

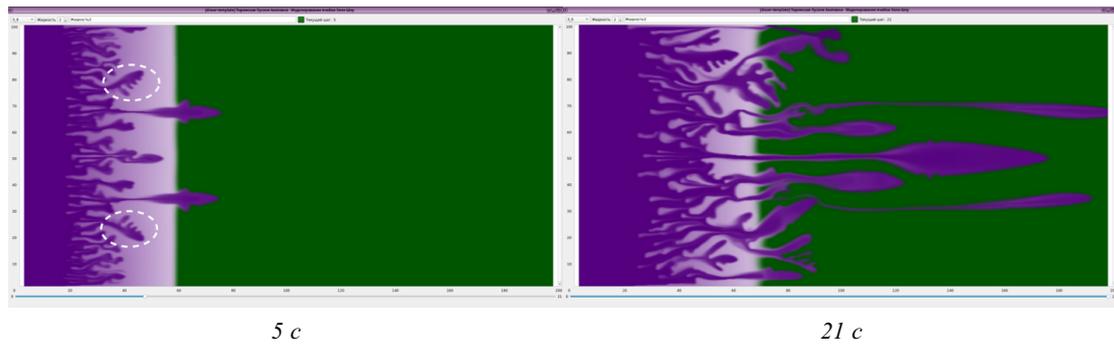


Рис. 10. Параметры расчета №6: $M_{21} = 5 \cdot 10^2$ и $M_{32} = 2 \cdot 10^{-1}$

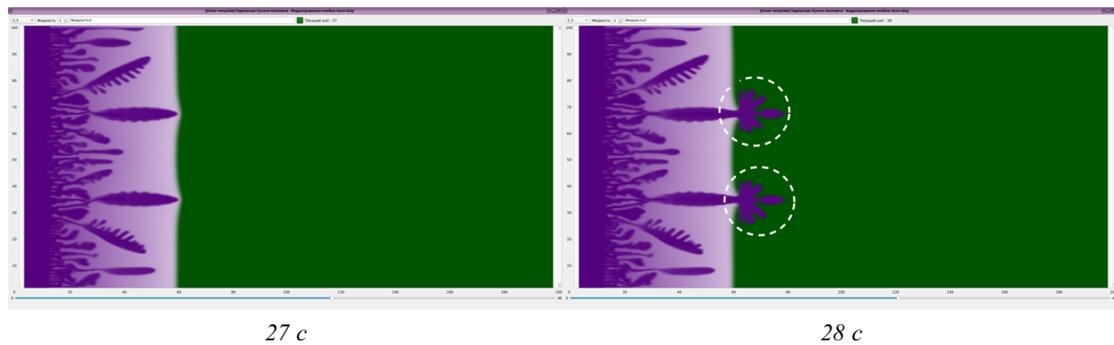


Рис. 11. Параметры расчета №7: $M_{21} = 5 \cdot 10^3$ и $M_{32} = 2 \cdot 10^{-2}$

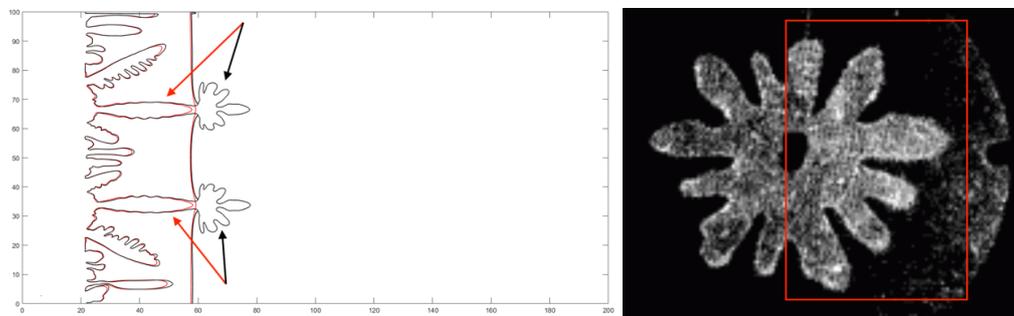


Рис. 12. Слева: расчет №6. Наложение контуров возмущенных межфазных границ в два момента времени: до прорыва 27 с (красный цвет) и в момент прорыва 28 с (черный цвет); Справа: образование «вязких пальцев» в процессе вытеснения водоглицериновой смеси [7]

На рис. 12 слева изображены контуры возмущенных межфазных границ для расчета №6 в два момента времени: до прорыва 27 с (красный цвет) и в момент прорыва 28 с (черный цвет). Можно заметить, что есть малые изменения в развитии «вязких пальцев». При этом качественно форма изменилась только для двух доминантных центральных «пальцев» (на рисунке обозначены стрелками: красная в 27 с, черная в 28 с). При этом значительно изменяется форма «пальца» после прорыва. Замечено, что образовавшаяся форма подобна «вязким пальцам» (выделенная в красный прямоугольник область), полученным в эксперименте радиального вытеснения из ячейки Хеле–Шоу, который был проведен в 1985 году [7].

Результат расчета №8 представлен в 2 момента времени с разницей в 1 секунду: 547 секунд и 548 секунд (рис. 13). Расчет проведен для случая вытеснения, когда задан большой перепад вязкостей на левой границе ($M_{21} = 5 \cdot 10^5$), что приводит к развитию «вязких пальцев» на ней. При этом на-

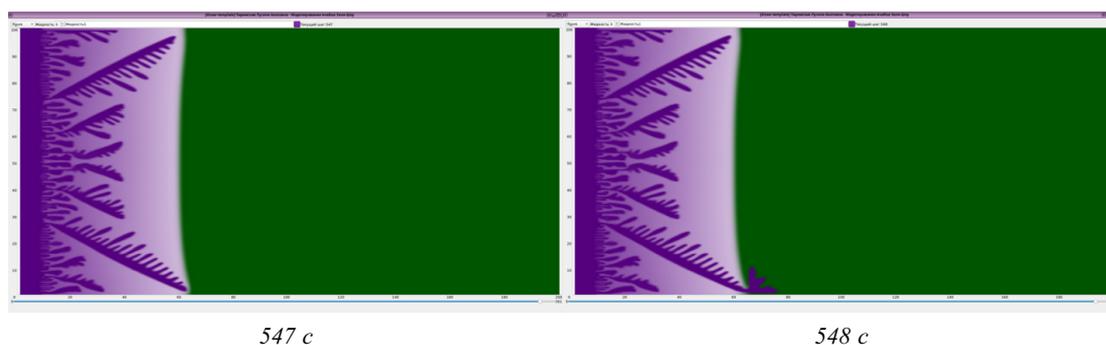


Рис. 13. Параметры расчета №8: $M_{21} = 10^5$ и $M_{32} = 10^{-3}$

блюдается устойчивый фронт вытеснения на правой границе ($M_{32} = 10^{-3}$). Первоначально заданные возмущения на границе полностью гасятся. Результат расчета демонстрирует момент прорыва «вязких пальцев» левой межфазной границы сквозь правую (обведены белыми пунктирными линиями). Форма «пальца» после прорыва подобна результату, полученному в расчете №7.

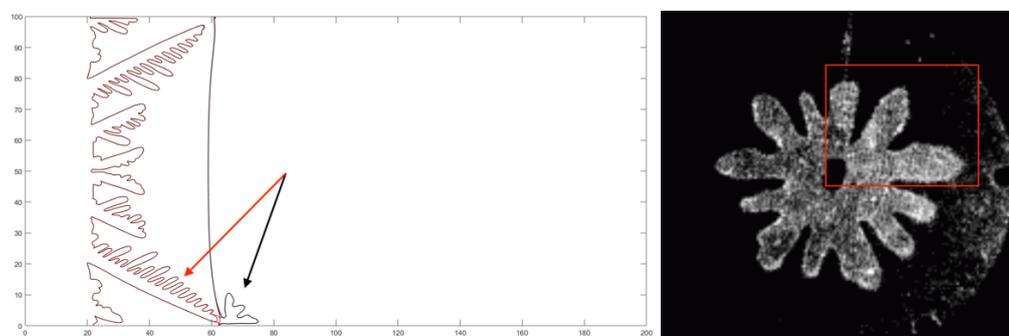


Рис. 14. Слева: расчет №8. Наложение контуров возмущенных межфазных границ в два момента времени: до прорыва 547 с (красный цвет) и в момент прорыва 548 с (черный цвет). Справа: образование «вязких пальцев» в процессе вытеснения водоглицериновой смеси [7]

На рис. 14 изображены контуры возмущенных межфазных границ для расчета №8 в два момента времени: до прорыва 547 с (красный цвет) и в момент прорыва 548 с (черный цвет). Можно заметить, что полностью отсутствует какое-либо развитие большинства «вязких пальцев»: кривая в области пересечения приобрела «бордовый цвет». При этом качественно форма поверхности изменилась только у нижнего доминантного «пальца» (обозначено стрелками: красная в 547 с, черная в 548 с). Аналогично результату №7, замечено, что образовавшаяся форма подобна «вязким пальцам» (выделенная в красный прямоугольник область), полученным в эксперименте вытеснения из ячейки Хеле—Шоу, который был проведен в 1985 году [7].

Заключение

Исследованы особенности образования «вязких пальцев» (неустойчивости Саффмана—Тейлора) при совместном вытеснении трех жидкостей. Проведено численное моделирование, дополненное графическим интерфейсом для визуализации полученных результатов для данного процесса. В результате трех тестовых расчетов (устойчивость на двух границах раздела жидкостей и два случая неустойчивости одной из межфазных границ) получено подтверждение достоверности результатов численного моделирования и визуализации вытеснения жидкостей из ячейки Хеле—Шоу. Полученные результаты хорошо согласуются с другими теоретическими и экспериментальными работами.

Проведено моделирование полимерного заводнения: вытеснения нефти водой путем закачки дополнительной прослойки между вытесняющей (водой) и вытесняемой (нефтью). Результат расчета

демонстрирует принципиальную эффективность использования данного метода как способа увеличения нефтеотдачи и хорошо согласуется с выводами, сделанными в других работах.

Показано, что первоначальное направление развития «вязких пальцев» может сохраниться на протяжении всего вытеснения или измениться в зависимости от порядка отношения вязкостей жидкостей на границе (при заданном постоянном градиенте давления): при отношении вязкостей $\sim 10^2$ увеличение длины «вязких пальцев» происходит преимущественно в направлении градиента давления (вдоль ячейки Хеле—Шоу). При этом наблюдается малое количество наклонных «вязких пальцев», которые в дальнейшем сливаются с соседними доминантными прямолинейными «пальцами» и утрачивают наклон развития; при отношении вязкостей $\sim 10^3$ — наблюдается формирование наклонных «вязких пальцев», которые с течением времени вытеснения сохраняют угол развития.

При неустойчивости вытеснения на обеих межфазных границах можно заметить быстрый рост «вязких пальцев» левой границы, что приводит к проникновению «пальцев» левой границы в «пальцы» правой. Показан результат расщепления кончиков «вязких пальцев» с последующим формированием так называемых «уголков», которые, в свою очередь, разделяются на два самостоятельных «пальца».

Рассматривается динамика образования «вязких пальцев» на левой межфазной границе в случае устойчивого фронта вытеснения на правой межфазной границе. Результаты расчетов продемонстрировали формирование единичных доминантных «пальцев», которые в определенный момент времени осуществляют прорыв сквозь устойчивый фронт вытеснения. Также показано замедление развития остальных «вязких пальцев» непосредственно до момента прорыва и далее. Замечено, что увеличение перепада вязкости на левом фронте приводит к значительному увеличению общего времени вытеснения.

В работе продемонстрировано принципиальное изменение формы «вязкого пальца» в момент прорыва. При фронтальном вытеснении из ячейки Хеле—Шоу замечено, что образовавшиеся формы «пальцев» после прорыва согласуются с «вязкими пальцами», полученными в эксперименте при радиальном вытеснении глицерина воздухом из ячейки Хеле—Шоу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daripa P., Gin C. Studies on Dispersive Stabilization of Porous Media Flows. *Phys. Fluids*. 2016;28:082105.
2. Littman W. *Polymer Flooding: Developments in Petroleum Science*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V.; 1988. 212 p.
3. Логвинов О. А., Мелкумян Л. А. Полимерное заводнение как метод увеличения нефтеотдачи. Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе: Сб. тр. международ. конф., посвященной дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышева. Обнинск; 2019. С. 133–143.
4. Smirnov N., Nikitin V. F., Maximenko A., Thiercelin M., Legros J. C. Instability and Mixing Flux in Frontal Displacement of Viscous Fluids from Porous Media. *Phys. Fluids*. 2005;17:84–102.
5. Benham A. L., Olson R. W. A Model Study of Viscous Fingering. *Soc. Pet. Eng.* 1963;3:138–144.
6. Chouke R. L., van Meurs P., van der Poel C. The Instability of Slow, Immiscible, Viscous Liquid-Liquid Displacements in Permeable Media. *Trans. AIME*. 1959;216:188–194.
7. Ben-Jacob E., Godbey R., Goidenfeld N. D., Koplak J., Levine H., Mueller T., Sander L. M. Experimental Demonstration of the Role of Anisotropy in Interfacial Pattern Formation. *Phys. Rev. Lett.* 1985;55:1315–1318.