

DOI: 10.51790/2712-9942-2020-1-1-9

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ СХОДА СНЕЖНЫХ ЛАВИН

М. И. Зимин¹, О. А. Кумукова², М. М. Зимин¹

¹ 2554620 ONTARIO LTD., г. Торонто, Канада, zimin7@yandex.ru

² Высокогорный геофизический институт, г. Нальчик, Российская Федерация, kumukova@rambler.ru

Аннотация: описано математическое и программное обеспечение для прогнозирования возможности схода снежных лавин. Учитываются данные о возникновении этих склоновых процессов с конкретных склонов. Описана база данных.

Ключевые слова: снег, лавина, прогноз, опасность, математическое и программное обеспечение.

Для цитирования: Зимин М. И., Кумукова О. А., Зимин М. М. Математическое и программное обеспечение для прогнозирования возможности схода снежных лавин. *Успехи кибернетики*. 2020;1(1):63–80. DOI: 10.51790/2712-9942-2020-1-1-9.

MATHEMATICAL MODEL AND SOFTWARE FOR AVALANCHE FORECASTING

Mikhail I. Zimin¹, Olga A. Kumukova², Mikhail M. Zimin¹

¹ 2554620 ONTARIO LTD., Toronto, Canada, zimin7@yandex.ru

² High-Mountain Geophysical Institute, Nalchik, Russian Federation, kumukova@rambler.ru

Abstract: the study presents mathematical models and software for avalanche forecasting. They take into account the avalanche occurrence rate for specific slopes. The database is also presented.

Keywords: snow, avalanche, forecasting, danger, mathematical models and software.

Cite this article: Zimin M. I., Kumukova O. A., Zimin M. M. Mathematical Model and Software for Avalanche Forecasting. *Russian Journal of Cybernetics*. 2020;1(1):63–80. DOI: 10.51790/2712-9942-2020-1-1-9.

Введение

В настоящее время для прогнозирования лавинной опасности на территории Российской Федерации используется РД 52.37.612-2000 [1]. Однако непредсказанные лавины, хотя и очень редко, могут возникать. Поэтому дальнейшее совершенствование методологии прогнозирования этих склоновых процессов представляет определенный интерес.

Точность предсказания снежных лавин можно повысить, если более полно учитывать данные о тех из них, которые имели место в прошлом. В этом случае для каждого очага создается своя база данных. Это, хотя и усложняет работу прогностических центров, но, безусловно, повышает качество расчета соответствующего риска.

Алгоритм прогнозирования возможности схода снежных лавин

Для решения задачи локального прогноза лавинной опасности по результатам математического моделирования были построены прогностические зависимости. Их параметры выводились при следующих условиях:

1. Число непредсказанных лавин не превышает одну из тысячи (в данном случае возникновение склонового процесса очень малого объема редко приводит к человеческим жертвам, поэтому допустимая вероятность относительно велика).

2. Число правильных прогнозов должно быть максимальным.

Коэффициенты прогностических зависимостей вычислялись с точностью до одной сотой.

В результате был получен следующий алгоритм.

Сначала оценивается, не является ли лавинная опасность исключительной.

В первую очередь вычисляются величины [1, 2]:

$$p_{\alpha i} = [0,8 \exp(-|\alpha - 35,0|/7.2)]^{3,1\{1+\exp[9(\alpha-90)]+\exp[9(14,0-\alpha)]\}}, \quad (1)$$

$$p_{li} = \begin{cases} [(1,65/\pi) \operatorname{arctg}(L/16)]^{2,9\{1,0+\exp[2,2(7,1-L)]\}} & \text{при } \alpha \leq 58^\circ \\ [(1,54/\pi) \operatorname{arctg}(L/2,6)]^{3,1\{1,0+\exp[142(0,12-L)]\}} & \text{при } \alpha > 58^\circ \end{cases}, \quad (2)$$

$$p_{hi} = \left[\frac{1,71}{\pi} \operatorname{arctg}(2,7h^{1,3}) \right]^{2,6\{1+\exp[3,6(51,0-100h)]\}}, \quad (3)$$

где $p_{\alpha i}$ — величина, учитывающая влияние угла склона на исключительную лавинную опасность, p_{li} — величина, учитывающая влияние длины зоны зарождения лавин по гипотенузе на исключительную лавинную опасность, p_{hi} — величина, учитывающая влияние толщины снега на склоне на исключительную лавинную опасность.

Затем проводится операция по определению комплексного влияния угла склона, длины зоны зарождения лавин по гипотенузе и толщины снега на склоне на исключительную лавинную опасность. Для этого вычисляются параметры [1, 2]:

$$p_{\alpha i1} = p_{\alpha i}^{1-0,43p_{li}-0,47p_{hi}}, \quad (4)$$

$$p_{hi1} = p_{hi}^{1-0,49p_{\alpha i}-0,49p_{li}}, \quad (5)$$

$$p_{li1} = p_{li}^{1-0,13p_{\alpha i}-0,08p_{hi}}, \quad (6)$$

$$p_i = p_{\alpha i1}p_{li1}p_{hi1}, \quad (7)$$

где $p_{\alpha i1}$ — величина, определяющая влияние угла склона на исключительную лавинную опасность с учетом значений p_{hi} и p_{li} , p_{hi1} — величина, определяющая влияние толщины снега на склоне на исключительную лавинную опасность с учетом значений $p_{\alpha i}$ и p_{li} , p_{li1} — величина, определяющая влияние длины зоны зарождения лавин по гипотенузе на исключительную лавинную опасность с учетом значений $p_{\alpha i}$ и p_{hi} , p_i — величина, учитывающая комплексное влияние угла склона, длины зоны зарождения лавин по гипотенузе и толщины снега на склоне на исключительную лавинную опасность.

Далее вычисляются величины [1, 2]:

$$p_{qi} = \left[\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(0,52q) \right]^{1-0,17p_i}, \quad (8)$$

$$d_{qi} = \begin{cases} 0,161q, & \text{если } q \leq 46 \\ 2,8q - 121,4, & \text{если } q > 46, \end{cases} \quad (9)$$

где p_{qi} — величина, учитывающие влияние суммы осадков на исключительную лавинную опасность; q — сумма осадков за последние сутки, мм; d_{qi} — величина, учитывающая влияние формы графика функции $p_{qi}(q)$ на исключительную лавинную опасность;

$$p_{oi} = \left[\frac{1,97}{\pi} \operatorname{arctg}(o^{0,63}) \right]^{1-0,15p_i}, \quad (10)$$

где p_{oi} — величина, учитывающая влияние интенсивности осадков на исключительную лавинную опасность; o — средняя интенсивность осадков за последние 3 часа, мм/час;

$$p_{vi} = \left[\frac{1,6}{\pi} \operatorname{arctg}(0,8v) \right]^{1-0,12p_i}, \quad (11)$$

где p_{vi} — величина, учитывающая влияние скорости ветра на исключительную лавинную опасность, v — скорость ветра, м/с;

$$p_{t10i} = \begin{cases} \left[\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(1,5g_{rt10}) \right]^{1-0,05p_i} & \text{при } t_{10} \leq -0,3 \\ \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}[11,7(g_{rt10} + 2,3)] & \text{при } t_{10} > -0,3 \end{cases}, \quad (12)$$

$$d_{t10i} = \begin{cases} 0,12g_{rt10} \text{ при } t_{10} \leq -0,3 \\ 2,2(1,8 + g_{rt10}) \text{ при } t > -0,3 \end{cases}, \quad (13)$$

$$g_{rt10} = \frac{|t_{10}|}{h_{10}}, \quad (14)$$

где p_{t10i} — величина, учитывающая влияние среднего за последние 10 дней градиента температур в снеге на исключительную лавинную опасность; g_{rt10} — средний градиент температуры в снежной толще за последние 10 дней, °C/м; d_{t10i} — параметр, учитывающий влияние формы графика функции $p_{t10i}(t_{10})$ на исключительную лавинную опасность;

$$g_{rt10} = \frac{2|t|}{h + h_0}, \quad (15)$$

g_{rt10} — средний градиент температуры в снежной толще за весь период пребывания снега на склоне, °C/м;

$$p_{ti} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \arctg(g_{rt} - 13,2) \text{ при } t \leq -0,3 \\ \frac{2}{\pi} \arctg(g_{rt} + 11,2) \text{ при } t > -0,3 \end{cases}, \quad (16)$$

$$d_{ti} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \arctg(0,06\tau) \text{ при } t \leq -0,3 \\ \frac{2}{\pi} a \arctg \tau \text{ при } t > -0,3 \end{cases}, \quad (17)$$

где p_{ti} — величина, учитывающая влияние градиента температуры в снеге за время нахождения его на склоне на исключительную лавинную опасность; d_{ti} — параметр, учитывающий влияние формы графика функции $p_{ti}(t)$ на исключительную лавинную опасность.

Степень принадлежности состояния снега на склоне к ситуации исключительной лавинной опасности равна [1, 2]:

$$q_i = p_i^{1 - \frac{2}{\pi} \arctg(0,4p_{oi} + d_{qi}p_{qi} + p_{vi} + d_{ti}p_{ti} + d_{t10i}p_{t10i})}. \quad (18)$$

Если $q_i \geq 0,9$, то считается, что имеет место исключительная лавинная опасность [1, 2]. В противном случае проверяется, следует ли ожидать массовый сход лавин значительного объема с очисткой при движении лавины от 10 до 50 % площади лавиносбора.

Прогноз «исключительная лавинная опасность» дается на последующие сутки [1, 2]. На последующие вторые и третьи сутки в этом случае дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора» [1, 2].

Определение возможности массового схода лавин значительного объема также выполняется в несколько этапов.

Сначала вычисляются величины [1, 2]:

$$p_{\alpha d} = p_{\alpha i}, \quad (19)$$

$$p_{ld} = p_{li}, \quad (20)$$

$$p_{hd} = \left[\frac{1,71}{\pi} \arctg(2,7h^{1,3}) \right]^{2,6[1 + e^{3,2(38 - 100h)}]}, \quad (21)$$

где $p_{\alpha d}$ — величина, учитывающая влияние угла склона на возможность массового схода лавин значительного объема; p_{ld} — величина, учитывающая влияние длины зоны зарождения лавин по гипотенузе на возможность массового схода лавин значительного объема; p_{hd} — величина, учитывающая влияние толщины снега на склоне на возможность массового схода лавин значительного объема.

Затем выполняется операция по определению комплексного влияния угла склона, длины зоны зарождения лавин по гипотенузе и толщины снега на склоне на возможность массового схода лавин значительного объема. Для этого вычисляются параметры [1, 2]:

$$p_{\alpha d1} = p_{\alpha d}^{1 - 0,43p_d - 0,47p_d}, \quad (22)$$

$$p_{hd1} = p_{hd}^{1-0,49p_{\alpha d}-0,49p_{ld}}, \quad (23)$$

$$p_{li1} = p_{li}^{1-0,13p_{\alpha i}-0,08p_{hd}}, \quad (24)$$

$$p_d = p_{\alpha d1}p_{ld1}p_{hd1}, \quad (25)$$

где $p_{\alpha d1}$ – величина, определяющая влияние угла склона на возможность массового схода лавин значительного объема с учетом значений p_{hd} и p_{ld} ; p_{hd1} – величина, учитывающая влияние толщины снега на склоне на возможность массового схода лавин значительного объема с учетом значений $p_{\alpha d}$ и p_{ld} ; p_{ld1} – величина, учитывающая влияние длины зоны зарождения лавин по гипотенузе на возможность массового схода лавин с учетом значений $p_{\alpha d}$ и p_{hd} ; p_d – величина, учитывающая комплексное влияние угла склона, длины зоны зарождения лавин по гипотенузе и толщины снега на возможность массового схода лавин значительного объема.

Далее вычисляются величины [1, 2]:

$$p_{qd} = \left[\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(0,8q) \right]^{1,0-0,9p_d}, \quad (26)$$

$$d_{qd} = \begin{cases} 0,71q, & \text{если } q \leq 10 \\ 1,65q - 15,79, & \text{если } q > 10, \end{cases} \quad (27)$$

где p_{qd} – величина, учитывающая влияние суммы осадков за последние сутки на возможность массового схода лавин значительного объема; d_{qd} – величина, учитывающая влияние формы графика функции $p_{qd}(q)$ на возможность массового схода лавин значительного объема;

$$p_{od} = \left[(1,97/\pi) \operatorname{arctg}(o^{1,3}) \right]^{1-0,05p_d}, \quad (28)$$

где p_{od} – величина, учитывающая влияние интенсивности осадков за последние 3 часа на возможность массового схода лавин значительного объема;

$$p_{vd} = [(1,4/\pi) \operatorname{arctgv}]^{1-0,17p_d}, \quad (29)$$

где p_{vd} – величина, учитывающая влияние скорости ветра на возможность массового схода лавин значительного объема;

$$d_{t10d} = \begin{cases} 0,62g_{rt10} & \text{при } t_{10} \leq -0,38 \\ g_{rt10} & \text{при } -0,38 < t_{10} \leq 13 \\ 1,26g_{rt10} & \text{при } t_{10} > 13 \end{cases}, \quad (30)$$

$$p_{t10d} = \begin{cases} [(2,0/\pi) \operatorname{arctg}(2,2g_{rt10})]^{1-0,17p_d} & \text{при } t_{10} \leq -0,38 \\ [(2,0/\pi) \operatorname{arctg}(2,9g_{rt10})]^{1-0,22p_d} & \text{при } -0,38 < t_{10} \leq 13 \\ (2,0/\pi) \operatorname{arctg}[11,7(g_{rt10} + 2,3)] & \text{при } t_{10} > 13 \end{cases}, \quad (31)$$

где d_{t10d} – величина, учитывающая влияние формы графика зависимости $p_{t10d}(g_{rt10})$ на возможность массового схода снежных лавин значительного объема; p_{t10d} – величина, учитывающая влияние градиента температуры в снеге за последние 10 дней на возможность массового схода лавин значительного объема;

$$p_{td} = \begin{cases} (2,0/\pi) \operatorname{arctg}(g_{rt} - 9,2) & \text{при } t \leq -0,3 \\ (2,0/\pi) \operatorname{arctg}(g_{rt} + 13,8) & \text{при } t > -0,3 \end{cases}, \quad (32)$$

где p_{td} — величина, учитывающая влияние градиента температуры в снеге за весь период пребывания его на склоне на возможность массового схода лавин значительного объема;

$$p_{h0d} = \left[(1,95/\pi) \operatorname{arctg} (h_0^{3,4}) \right]^{1-0,07p_d}, \quad (33)$$

где p_{h0d} — величина, учитывающая влияние начальной толщины снега на возможность массового схода лавин значительного объема;

$$d_{td} = \begin{cases} (2,0/\pi) \operatorname{arctg} (0,17\tau) \text{ при } t \leq -0,3 \\ (2,0/\pi) \operatorname{arctg} (2,44\tau) \text{ при } t > -0,3 \end{cases}, \quad (34)$$

где d_{td} — величина, учитывающая влияние времени пребывания снега на склоне на возможность массового схода лавин значительного объема; τ — время пребывания снега на склоне, часы.

Степень принадлежности состояния снега в лавинном очаге к ситуации массового схода лавин значительного объема равна [1, 2]:

$$q_d = p_d \left[1 - \frac{1,99}{\pi} \operatorname{arctg} (0,4p_{od} + d_{qd}p_{qd} + p_{vd} + d_{td}p_{td} + 0,7p_{h0d} + d_{t10d}p_{t10d}) \right], \quad (35)$$

где q_d — степень принадлежности состояния снега в лавинном очаге к ситуации массового схода лавин значительного объема.

Если $q_d \geq 0,9$, то дается прогноз «на последующие сутки ожидается массовый сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади очага» [1, 2]. На последующие вторые сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади очага» [1, 2]. На последующие третьи сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади очага» [1, 2].

Если $q_d < 0,9$, то надо проверить, не находится ли снег в неустойчивом состоянии (сход лавин при этом не гарантируется).

Возможность неустойчивого состояния снега оценивается следующим образом.

Сначала вычисляются величины [1, 2]:

$$p_\alpha = p_{\alpha i}, \quad (36)$$

$$p_l = p_{li}, \quad (37)$$

$$p_h = \left[(2/\pi) \operatorname{arctg} (4,8h^{1,8}) \right]^{2,3 [1+3,2(22,0-100h)]}, \quad (38)$$

где p_α — величина, учитывающая влияние угла склона на возможность неустойчивого состояния снега; p_l — величина, учитывающая влияние длины зоны зарождения лавин по гипотенузе на возможность неустойчивого состояния снега; p_h — величина, учитывающая влияние длины склона по гипотенузе на возможность того, что снег находится в неустойчивом состоянии.

После этого проводится операция по определению комплексного влияния угла склона, длины зоны зарождения лавин по гипотенузе и толщины снега на склоне на возможность неустойчивого состояния снега. Для этого вычисляются величины [1, 2]:

$$p_{\alpha 1} = p_\alpha^{1-0,43p_l-0,47p_h}, \quad (39)$$

$$p_{h1} = p_h^{1-0,49p_\alpha-0,49p_l}, \quad (40)$$

$$p_{l1} = p_l^{1-0,13p_\alpha-0,08p_h}, \quad (41)$$

$$p = p_{\alpha 1}p_{l1}p_{h1}, \quad (42)$$

где $p_{\alpha 1}$ — величина, определяющая влияние угла склона на возможность неустойчивого состояния снега с учетом значений p_h и p_l ; p_{h1} — величина, определяющая влияние толщины снега на склоне на возможность неустойчивого состояния снега с учетом значений p_α и p_l ; p_{l1} — величина, определяющая

влияние длины зоны зарождения лавин по гипотенузе на возможность неустойчивого состояния снега с учетом значений $\mathbf{p}_\alpha$ и $\mathbf{p}_h$; $\mathbf{p}$ — величина, учитывающая комплексное влияние угла склона, длины зоны зарождения лавин по гипотенузе и толщины снега на возможность неустойчивого состояния снега.

Затем определяются следующие параметры:

$$p_q = \begin{cases} (2,0/\pi) \arctg (0,12q) \text{ при } q \leq 11 \\ [(2,0/\pi) \arctg (q - 10,968)]^{1-0,08p} \text{ при } q > 11 \end{cases}, \quad (43)$$

$$d_q = \begin{cases} (2,0/\pi) \arctg (q/14,0) \text{ при } q \leq 11 \\ 14,6 \text{ при } q > 11 \end{cases}, \quad (44)$$

где $\mathbf{p}_q$ — величина, учитывающая влияние суммы осадков за последние сутки на возможность неустойчивого состояния снега; $\mathbf{d}_q$ — величина, учитывающая влияние формы графика функции $\mathbf{p}_q(\mathbf{q})$ на возможность неустойчивого состояния снега;

$$p_o = \left[(1,97/\pi) \arctg (o^{1,3}) \right]^{1-0,05p}, \quad (45)$$

где $\mathbf{p}_o$ — величина, учитывающая влияние средней интенсивности осадков за последние три часа на возможность неустойчивого состояния снега,

$$p_{vv} = [0,96 + 18,36(2,0/\pi) \arctg (1100d_h)] \arctg [(v/3,2)^{1,7}], \quad (46)$$

$$p_v = 0,95^{1+e^{12(5,6-v)}} p_{vv}, \quad (47)$$

где $\mathbf{p}_v$ — величина, учитывающая влияние скорости ветра и изменения толщины снежной толщи за последние сутки на возможность неустойчивого состояния снега; $\mathbf{d}_h$ — изменение толщины снега за последние сутки, м;

$$p_{h0} = \left[(1,95/\pi) \arctg (h_0^{3,4}) \right]^{1-0,07p}, \quad (48)$$

где $\mathbf{p}_{h0}$ — величина, учитывающая влияние начальной толщины снега на возможность неустойчивого состояния снега;

$$p_{t10} = \begin{cases} \{(1,98/\pi) \arctg [4,2(g_{rt10} - 16,3)]\}^{1-0,11p} \text{ при } t_{10} < -0,3 \text{ и } g_{rt10} > 16,3 \\ 0,074(1,98/\pi) \arctg [1,4(g_{rt10} - 16,3)] \text{ при } t_{10} < -0,3 \text{ и } g_{rt10} \leq 16,3 \\ \{(2,0/\pi) \arctg [4,8(g_{rt10} + 13)]\}^{1-0,08p} \text{ при } t_{10} \geq -0,3 \end{cases}, \quad (49)$$

где $\mathbf{p}_{t10}$ — величина, учитывающая влияние среднего градиента температуры за последние 10 дней на возможность неустойчивого состояния снега;

$$d_t = \begin{cases} 16,0 \frac{2}{\pi} \arctg (0,0017\tau) \text{ при } t < -0,3 \text{ и } g_{rt} > 9,6 \\ 0,9 \frac{2}{\pi} \arctg (0,0006\tau) \text{ при } t < -0,3 \text{ и } g_{rt} \leq 9,6 \\ 9,0 \frac{2}{\pi} \arctg (\tau) \text{ при } t \geq -0,3 \end{cases}, \quad (50)$$

где $\mathbf{d}_t$ — величина, учитывающая влияние времени пребывания снега на склоне на возможность неустойчивого состояния снега;

$$p_t = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \{ \arctg [4,6(g_{rt} - 8,6)] \}^{1,0-0,05p}, \text{ если } g_{rt} > 9,6 \text{ и } t < -0,3 \\ \frac{0,17}{\pi} \arctg [1,1(g_{rt} - 9,6)], \text{ если } g_{rt} \leq 9,6 \text{ и } t < -0,3 \\ \frac{2}{\pi} \arctg [3,8(g_{rt} + 6,0)], \text{ если } t \geq -0,3 \end{cases}, \quad (51)$$

где p_t — величина, учитывающая влияние градиента температуры в снеге на возможность неустойчивого состояния снега [1, 2].

Степень принадлежности состояния снега к ситуации неустойчивости равна

$$q_p = p^{1 - \frac{2}{\pi} \arctg(0,4p_o + d_q p_q + p_v + d_t p_t + 0,7p_{ho} + 12,3p_{t10})}. \quad (52)$$

где q_p — степень принадлежности состояния снега к ситуации неустойчивости.

Далее осуществляется оценка лавинной опасности с учетом опытных данных. Для этого используются методы распознавания образов. Базовая обучающая выборка имеет вид:

6 49

1	1	26.0	0.9	16.3	0.5	120.0	11.0
2	0	11.0	0.3	2.9	0.5	70.0	0.0
3	1	15.0	0.4	0.3	0.0	32.0	1.0
4	1	16.0	0.5	1.0	0.2	96.0	2.0
5	0	10.0	0.2	2.3	0.4	40.0	0.0
6	0	38.0	2.0	14.1	0.1	90.0	10.0
7	1	42.0	2.2	1.8	1.1	101.0	7.0
8	0	9.0	0.3	2.0	0.4	54.0	1.0
9	0	13.0	0.2	0.0	0.0	120.0	0.0
10	1	42.0	1.8	7.9	0.6	37.0	12.0
11	1	35.0	1.8	7.3	0.8	54.0	3.0
12	0	13.0	0.2	0.9	0.1	80.0	1.0
13	1	14.0	0.3	1.1	0.0	25.0	2.0
14	0	14.0	0.4	2.9	0.6	160.0	1.0
15	1	38.0	0.2	1.3	0.2	80.0	5.0
16	1	14.0	0.3	0.7	0.0	50.0	0.0
17	0	10.0	0.2	0.8	0.0	130.0	0.0
18	1	25.0	1.5	9.3	1.9	80.0	8.0
19	1	17.0	0.3	0.6	0.0	85.0	1.0
20	0	11.0	0.1	0.7	0.0	120.0	1.0
21	1	32.0	1.4	24.1	0.2	70.0	4.0
22	0	11.0	0.3	2.9	0.5	40.0	0.0
23	1	14.0	0.3	2.1	0.3	70.0	0.0
24	0	19.0	0.3	2.3	0.5	65.0	1.0
25	1	42.0	1.7	14.3	1.5	115.0	9.0
26	1	15.0	0.4	0.8	0.0	50.0	0.0
27	0	11.0	0.1	2.8	0.0	57.0	1.0
28	1	38.0	2.1	16.5	1.6	76.0	5.0
29	0	10.0	0.2	1.4	0.0	25.0	2.0
30	0	17.0	0.2	1.1	0.3	130.0	0.0
31	0	19.0	0.1	0.0	0.0	133.0	3.0
32	1	40.0	2.1	8.1	0.2	70.0	11.0
33	0	11.0	0.1	1.0	0.0	130.0	0.0
34	1	14.0	0.3	1.0	0.0	90.0	1.0
35	0	17.0	0.3	0.2	0.0	150.0	1.0
36	1	53.0	1.3	7.4	0.6	137.0	1.0
37	1	15.0	0.2	2.8	0.2	23.0	2.0
38	0	12.0	0.3	0.4	0.0	60.0	12.0
39	0	9.0	0.3	2.6	0.6	30.0	1.0
40	0	15.0	0.2	2.9	0.0	60.0	0.0
41	1	31.0	2.2	19.5	0.0	87.0	14.0
42	0	9.0	0.2	2.0	0.5	29.0	0.0
43	0	42.0	2.1	6.4	0.6	115.0	13.0

44 1 26.0 2.0 4.4 0.4 86.0 4.0
 45 1 14.0 0.3 2.9 0.6 58.0 1.0
 46 0 11.0 0.1 0.0 0.0 95.0 2.0
 47 0 40.0 2.0 13.4 0.1 98.0 9.0
 48 0 11.0 0.3 0.4 0.0 63.0 0.0
 49 1 36.0 2.2 10.2 1.2 49.0 6.0

В первой строчке расположены число точек и число переменных. Далее в каждой строчке последовательно располагаются номер точки, параметр ситуации (0 — схода лавины не было, 1 — лавина сошла), угол склона, градусы; толщина снега на склоне, м; сумма осадков за последние сутки, мм; интенсивность осадков за последние 3 часа, мм/час; длина склона по гипотенузе, м; скорость ветра, м/с.

В каждом конкретном районе эта выборка может быть дополнена экспериментальными данными.

Используются два алгоритма распознавания образов [3]. В первом разделяющая поверхность проводится через середину отрезка, соединяющего центры рассеивания, и перпендикулярно ему. Во втором выбирается ближайшая к ситуации точка.

Для уменьшения нечеткости вычисляются величины p_a :

$$p_a = q_p \frac{1+1,05u_1+1,05u_2}{1+1,05w_1+1,05w_2}, \quad (53)$$

и

$$p_a^* = p_a^{(1-p_a)/1,1}. \quad (54)$$

Если первый метод распознавания образов классифицирует ситуацию как лавиноопасную, то $u_1 = 0$ и $w_1 = 0,5$. Если первый метод классифицирует ситуацию как нелавиноопасную, то $u_1 = 0,5$ и $w_1 = 0$; если второй метод классифицирует ситуацию как лавиноопасную, то $u_2 = 0$ и $w_2 = 0,5$, если второй метод классифицирует ситуацию как нелавиноопасную, то $u_2 = 0,5$ и $w_2 = 0$.

Если $p_a \geq 0,32$, то снег находится в неустойчивом состоянии. В противном случае ситуация нелавиноопасна.

Если $p_a \geq 0,32$, а $p_a^* < 0,9$, то на последующие сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади очага». Если $p_a \geq 0,32$, а $p_a^* \geq 0,9$, то на последующие сутки необходимо дать прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади очага», а на последующие вторые сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади очага».

Если среднесуточная температура воздуха больше $0,4^\circ\text{C}$, толщина снега больше $0,52$ м, $65^\circ \geq \alpha > 15^\circ$ и $l > 60$ м, то на последующие сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади очага». На последующие вторые сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % очага».

Если среднесуточная температура воздуха больше $-0,2^\circ\text{C}$, $0,52 \text{ м} \geq h > 0,22$ м, $65^\circ \geq \alpha > 15^\circ$ и $l > 6$ м, то на последующие сутки дается прогноз «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади очага».

Из принимаемой в расчетах толщины снега следует вычитать толщину слоя снега, начинающегося у поверхности склона и имеющего плотность снега более 430 кг/м^3 .

Учет сейсмической нагрузки осуществляется следующим образом [2]. Как показывает математическое моделирование, лавинная опасность при землетрясении такая же, как без него, если вместо h и q использовать величины

$$h_s = k_s [h - (1 - p_{el}k_p k_e)h_{430}], \quad (55)$$

$$q_s = q + p_{el}q_e, \quad (56)$$

где h_{430} — толщина слоя снега, начинающегося у поверхности Земли, плотность которого больше 430 кг/м³, p_{eI} — вероятность землетрясения интенсивностью I баллов по шкале MSK — 81,

$$k_p = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left\{ 0,0000149 \cdot \left[I \cdot \left(\frac{910}{\rho_{430}} \right) \right]^{6,906} \right\}, \quad (57)$$

$$k_e = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} (3,972 \cdot 10^{-9} \cdot I^{9,438}), \quad (58)$$

$$k_s = \begin{cases} 1 & \text{при } I < 5 \\ 1 + 0,2p_{eI}(I - 5) & \text{при } 5 \leq I < 8 \\ 1 + 0,32p_{eI}(I - 5) & \text{при } I \geq 8 \end{cases}, \quad (59)$$

$$q_e = \begin{cases} 0 & \text{при } I < 5 \\ 4,4(I - 5) & \text{при } 5 \leq I < 8 \\ 16,2(I - 5) & \text{при } I \geq 8 \end{cases}, \quad (60)$$

где I — интенсивность землетрясения на поверхности Земли по шкале MSK — 81, ρ_{430} — средняя плотность слоя снега, начинающегося у поверхности Земли и имеющего плотность > 430 кг/м³.

Для дальнейшего уточнения прогнозирования снежных лавин также используются данные об их возникновении в прошлом. В качестве прогностических параметров выбраны толщина снега, сумма осадков, интенсивность осадков, скорость ветра (максимальный порыв), температура воздуха за последние 24 часа. Так как наличие снега на склоне обязательно для схода лавины, то по аналогии с почти значимой величиной доверительной вероятности [4] применяется соответствие текущего значения этого фактора с имевшей место в прошлом 0,95. Для других параметров используется значение 0,9, которое соответствует величине доверительной вероятности 0,9, также имеющей место в практической деятельности [5].

Решение о том, является ли конкретная ситуация аналогичной одной из лавиноопасных, произошедших в прошлом, принимается на основе стандарта баланса вероятностей [6], который означает, что доказывание факта считается исполненным, если на основании представленных доказательств можно сделать вывод, что факт скорее имел место, чем не имел. Поэтому для признания состояния снега на склоне соответствующим одной из прошлых лавиноопасных ситуаций требуется соответствие ей толщины снега и двух любых других прогностических параметров.

Соответствующую базу данных необходимо составлять отдельно для каждого очага. Для этого используется Excel. Эта программа может подключаться к программам, написанным, например, на C++. Таким образом происходит объединение расчетной части и системы хранения данных, что позволяет в полной мере использовать сильные стороны и C++ Builder, и Excel. Причем, следует отметить, что Excel достаточно эффективен для создания простых баз данных и при этом имеет большое количество инструментов для визуализации данных. Кроме того, он прост в использовании. Таким образом, общую методику прогнозирования лавинной опасности можно еще более адаптировать к конкретным условиям. В ряде случаев это может быть весьма эффективным уточнением прогноза, поскольку принимает во внимание различные местные особенности, не учтенные в общем алгоритме. То есть учитываются и некоторые аномальные случаи, которые иногда возникают при крайне необычном стечении обстоятельств.

Алгоритм прогнозирования тренда лавинной опасности

Степени принадлежности состояния снега к ситуации неустойчивости, ситуации массового схода лавин значительного объема или ситуации исключительной лавинной опасности могут изменяться с течением времени. Как видно из приведенных формул, любая из этих функций может асимптотически стремиться к единице, асимптотически стремиться к нулю, а также быть постоянной или испытывать колебания. Соответственно, надо выбирать и функции специального вида для аппроксимации их зависимости от времени.

Следует отметить и тот факт, что реально можно получить лишь весьма ограниченную выборку исходных данных, поэтому выбранная методика восстановления зависимостей должна сопоставлять объем данных и сложность получаемой функции.

В этом случае наиболее подходящим является метод структурной минимизации риска, в котором эта возможность предусмотрена. Кроме того, в [7] описано использование сложных функций в этом методе, что важно для оценки тренда лавинной опасности.

Нередко лавинная опасность остается стабильной длительное время. Например, ситуация «нелавиноопасно» сохранялась в районе Транскама в ноябре 1998 года в течение трех недель, что иллюстрируется табл. 1. В этой таблице q_f — это прогнозируемая на последующие сутки сумма осадков.

Другим примером является почти постоянный лавинный риск уровня «снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора» в январе 1999 года. Соответствующие данные приведены в табл. 2.

Таблица 1

Лавинная опасность в районе Транскама в ноябре 1998 г.

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/час	v , м/с	q_f , мм	h , [м]	t_{24} , [°C]	Сход лавин
10.11.1998	24	3	0	1	0	0,03	-6,0	-
11.11.1998	48	0,4	0	4	0	0,07	-6,0	-
12.11.1998	72	0	0	2	0	0,05	-3,1	-
13.11.1998	0	0	0	2	0	0,03	0,4	-
14.11.1998					0	0	3,6	-
15.11.1998					0	0	3,2	-
16.11.1998					0	0	2,4	-
17.11.1998					0	0	2,1	-
18.11.1998	24	21,8	1	1	0	0,01	2,1	-
19.11.1998	48	14,2	2	2	0	0,02	1,1	-
20.11.1998					0	0	-0,3	-
21.11.1998					0	0	-0,1	-
22.11.1998					0	0	0,3	-
23.11.1998					0	0	-0,5	-
24.11.1998					0	0	-1,1	-
25.11.1998					0	0	-0,2	-
26.11.1998					0	0	3,3	-
27.11.1998					0	0	1,4	-
28.11.1998	24	12,1	0	2	0	0,02	0,1	-
29.11.1998	48	0	0	3	0	0,02	-0,3	-
30.11.1998	72	25,5	0	1	20,0	0,26	-0,5	-

Таблица 2

Лавинная опасность в районе Транскама в январе 1999 г.

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/час	v , м/с	q_f , мм	h , [м]	t_{24} , [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
01.01.1999	840	0,8	0,27	3	0	0,50	-15,3	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 31.12.1998)	-

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/час	v , м/с	q_f , мм	h , [м]	t_{24} , [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
02.01.1999	864	0	0	1	0	0,45	-9,7	Снег находится в неустойчивом состоянии. Возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора (по данным на 01.01.1999)	-
03.01.1999	888	0	0	3	0	0,40	-7,5	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 02.01.1999)	-
04.01.1999	912	0	0	1	0	0,40	-5,6	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 03.01.1999)	—
05.01.1999	936	0	0	1	0	0,40	-3,4	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 04.01.1999)	Массовые сходы лавин из точки.
06.01.1999	960	0	0	1	0	0,39	-5,2	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 05.01.1999)	Массовые сходы лавин из точки
07.01.1999	984	0	0	1	0	0,38	-7,1	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 06.01.1999)	Линза объемом 50 м ³ . Остано-вилась в зоне транзита
08.01.1999	1008	0	0	2	0	0,38	-5,4	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 07.01.1999)	Линза объемом 100 м ³ из очага № 91. Массовые сходы лавин из точки
09.01.1999	1032	0	0	1	0	0,37	-4,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 08.01.1999)	-
10.01.1999	1056	0	0	3	7,0	0,37	-4,6	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 09.01.1999)	—
11.01.1999	1080	3,2	0,36	2	0	0,42	-2,4	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 10.01.1999)	Массовые сходы лавин из точки
12.01.1999	1104	0	0	3	0	0,40	-8,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 11.01.1999)	Массовые сходы лавин из точки
13.01.1999	1128	0	0	1	0	0,40	-6,6	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 12.01.1999)	—

Дата	τ , часы	q, мм	o, мм/ час	v, м/с	q _f мм	h [м]	t ₂₄ [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
14.01 1999	1152	0	0	2	0	0,38	-4,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 13.01.1999)	—
15.01 1999	1176	0	0	1	0	0,38	-3,7	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 14.01.1999)	-
16.01 1999	1200	0	0	2	0	0,38	-5,2	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 15.01.1999)	-
17.01 1999	1224	0	0	1	0	0,37	-4,8	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 16.01.1999)	-
18.01 1999	1248	0	0	2	0	0,35	-4,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 17.01.1999)	-
19.01 1999	1272	0	0	3	0	0,35	-5,2	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 18.01.1999)	-
20.01 1999	1296	0	0	2	1	0,34	-5,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 19.01.1999)	—
21.01 1999	1320	0	0	2	0	0,34	-6,0	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 20.01.1999)	—
22.01 1999	1344	0	0	3	0	0,34	-6,1	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 21.01.1999)	-
23.01 1999	1368	0	0	3	0	0,34	-6,1	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 22.01.1999)	-
24.01 1999	1392	0	0	2	1	0,33	-8,7	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 23.01.1999)	-

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/час	v , м/с	q_f , мм	h , [м]	t_{24} , [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
25.01.1999	1416	0	0	2	0	0,33	-8,7	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 24.01.1999)	Выпущено два снаряда. Вызвана одна лавина
26.01.1999	1440	0	0	2	0	0,33	-9,4	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 25.01.1999)	-
27.01.1999	1464	0	0	4	0	0,33	-4,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 26.01.1999)	—
28.01.1999	1488	0	0	3	0	0,33	-8,4	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 27.01.1999)	—
29.01.1999	1512	0	0	3	0	0,33	-6,9	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 28.01.1999)	-

То, что снег действительно находится в неустойчивом состоянии, подтверждается сходом лавин 5.01–8.01, 11.01–12.01 и возникновением этого склонового процесса после снарядного обстрела очага 25.01.

Риск схода снежных лавин также может достаточно быстро нарастать, а затем снижаться. Это иллюстрируется табл. 3.

Таблица 3

Лавинная опасность в районе Транскама в феврале 1999 г.

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/час	v , м/с	q_f , мм	h , [м]	t_{24} , [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
16.02.1999	1944	2,3	2,3	4	2	0,57	-2,2	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 15.02.1999)	-
17.02.1999	1968	12,3	0,83	4	15	0,67	-3,6	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 16.02.1999)	-

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/ час	v , м/с	q_f мм	h [м]	t_{24} [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
18.02 1999	1992	29,4	1,0	2	1	0,89	-2,6	Лавиноопасно. Ожидается массовый сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора (по данным на 17.02.1999). Прогноз получен по результатам моделирования развития обстановки	Из очагов 43,49,75 ^а , 83, 87, 91' сошли лавины объемом 100 м ³ ; из очагов 41, 55, 56, 57, 80, 82, 93, 50, 39, 40, 60, 69, 71, 84, 88 — объемом 200 м ³ ; из очагов 65, 81 — объемом 300 м ³ ; из очагов 28, 46 — объемом 500 м ³ ; из очагов 37, 72, 73, 74,91 — объемом 1000 м ³ ; из очагов 102, 103 — объемом 2000 м ³ ; из очагов 35, 67, 70 — объемом 5000 м ³ ; из очага 74 ^а сошла лавина объемом 50000 м ³
19.02 1999	2016	5,5	1,4	4	30	0,64	-4,3	Снег находится в неустойчивом состоянии. Возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора (по данным на 17.02.1999)	Из очага 205 ^а сошла лавина объемом 15000 м ³ , из очага № 3 — лавина объемом 5000 м ³ , из очага № 5 — лавина объемом 200 м ³ , из очага № 4 — лавина объемом 100 м ³ . Выпущено 8 снарядов, вызвано 8 лавин
20.02 1999	2040	31,7	1,32	8	2	1,27	-5,7	Снег находится в неустойчивом состоянии. Возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора (по данным на 19.02.1999)	Из очага № 91 сошла лавина объемом более 1000 м ³ . Эта лавина перекрыла реку и дорогу
21.02 1999	2064	0	0	4	2	1,15	-11,2	Лавиноопасно. Ожидается массовый сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора (по данным на 20.02.1999)	Выпущено 12 снарядов. Вызвано 6 лавин
22.02 1999	2088	0	0	2	0	1,05	-7,2	Снег находится в неустойчивом состоянии. Возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавиносбора (по данным на 20.02.1999)	—
23.02 1999	2112	0	0	1	0	0,92	-4,4	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавино-сбора (по данным на 20.02.1999)	Из очага № 74 ^а сошла лавина объемом 2000 м ³ , из очага № 103 — лавина объемом 500 м ³ , из очага № 102 — лавина объемом 200 м ³
24.02 1999	2136	0	0	2	8	0,95	-2,1	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавино-сбора (по данным на 23.02.1999)	—
25.02 1999	2160	0,13	0,13	2	0	0,94	-3,0	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин значительного объема с очисткой от 10 до 50 % площади лавино-сбора (по данным на 24.02.1999)	—

Дата	τ , часы	q , мм	o , мм/час	v , м/с	q_i , мм	h , [м]	t_{24} , [°C]	Прогноз на данный день	Сход лавин
26.02.1999	2184	0,3	0,3	2	3	0.94	-7,6	Снег находится в неустойчивом состоянии, возможен сход лавин небольшого объема с очисткой до 10 % площади лавиносбора (по данным на 25.02.1999)	—

18.02 и 21.02 наблюдалось резкое усиление лавинной опасности, которая, однако, быстро снизилась. Этот прогноз подтверждается как массовым сходом лавин, так успешным их предупредительным спуском.

Для описания постоянной, нарастающей и сначала нарастающей, а затем убывающей лавинной опасности можно, в частности, использовать полиномы Чебышева. Это особенно эффективно в том случае, когда надо определить, остается ли риск схода лавин постоянным.

Полиномы Чебышева имеют вид [8]:

$$Q_0 = 1, \quad (61)$$

$$Q_1 = x, \quad (62)$$

$$Q_2 = 2x^2 - 1, \quad (63)$$

$$Q_3 = 4x^3 - 3x. \quad (64)$$

В [9] описано применение сложных функций в методе структурной минимизации риска. В этом случае сначала вычисляются значения $z_i = f(x_i)$, а затем восстанавливается зависимость $y(z)$. Таким образом можно обоснованно выбрать функцию специального вида для описания тренда лавинной опасности.

Степень принадлежности ситуации к различным уровням лавинной опасности может также асимптотически увеличиваться или уменьшаться. Тогда для описания соответствующих зависимостей пригодны функции типа

$$y(x) = \frac{2}{\pi} \arctg(ax), \quad (65)$$

где a — неизвестный коэффициент;

$$y(x) = th(ax). \quad (66)$$

Для описания колебательного процесса можно использовать функцию вида

$$y(x) = \sin(ax + b), \quad (67)$$

где a , b — неизвестные коэффициенты.

В качестве примера можно привести анализ тренда степени принадлежности ситуации к состоянию исключительной лавинной опасности по исходным данным, приведенным в табл. 4. Соответствующий график показан на рис. 1.

Таблица 4

Зависимость степени принадлежности ситуации к состоянию исключительной лавинной опасности от времени (t - время)

t , часы	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
q_i	0,322	0,356	0,397	0,445	0,501	0,534	0,562	0,573	0,584	0,595	0,602	0,607

Вычисления показали, что наилучшим образом она аппроксимируется при использовании функции (66). Восстановленная зависимость имеет вид $q_1(t) = 0,309t + 0,299th(t/15)$. Ее предельное значение меньше 0,9, поэтому достижение уровня исключительной лавинной опасности не ожидается.

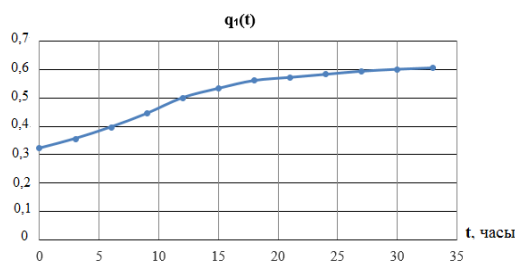


Рис. 1. Исходная зависимость степени принадлежности ситуации к состоянию исключительной лавинной опасности

Программное обеспечение для прогнозирования лавинной опасности

Для оценки лавинной опасности может быть использована программа **asf-3**. После ее запуска появляется окно, приведённое на рис. 2.

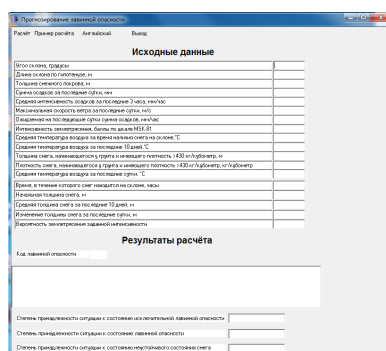


Рис. 2. Окно, появляющееся после запуска **asf-3**

С помощью этой программы можно не только оценить текущую ситуацию, но и получить данные о степенях ее принадлежности к состояниям неустойчивого состояния снега, лавиноопасного состояния и исключительной лавинной опасности в различные моменты времени.

Для вычисления оптимальных коэффициентов в сложных функциях необходимо в общем случае решить систему трансцендентных уравнений. Для этого используется модифицированная методика, описанная в [2]. Пусть задана функция $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Сначала случайным образом выбираются значения координат $x_1 = x_{11}, x_2 = x_{21}, \dots, x_n = x_{n1}$. Затем величины $x_2, x_3, \dots, x_n$ фиксируются, а значения x_1 изменяются случайным образом. После этого в указанном одномерном сечении методом структурной минимизации риска [10, 11] в классе полиномов Чебышева [8] восстанавливается зависимость целевой функции от x_1 . Далее определяется ее экстремум и фиксируется значение этой переменной, при котором он имеет место. После этого в отличие от алгоритма, описанного в [2], около полученной точки экстремума выделяется интервал, начальная и конечная точка которого вычисляются по формулам

$$x_{1N} = x_{1\min} + 0,62(x_{1E1} - x_{1\min}), \quad (68)$$

$$x_{2N} = x_{1E1} + 0,38(x_{1\max} - x_{1E1}), \quad (69)$$

где x_{1E1} — координата x_1 полученной точки экстремума, $x_{1\min}$ — начальная точка интервала значений x_1 , $x_{1\max}$ — конечная точка интервала значений x_1 , x_{1N} — новая начальная точка интервала значений x_1 , x_{2N} — новая конечная точка интервала значений x_1 . То есть применяются пропорции золотого сечения, которые используются специалистами в различных областях [7]. Затем процедура поиска экстремума повторяется уже в новом интервале, и значение x_1 в этой точке фиксируется.

Указанная процедура выполняется в дальнейшем для всех переменных с использованием ранее найденных оптимальных значений предшествующих переменных. Чем больше начальных точек, тем меньше шансов пропустить глобальный экстремум [4].

Выбор метода структурной минимизации риска обусловлен следующими обстоятельствами. Решение системы трансцендентных уравнений — достаточно трудоемкая задача, поэтому число экспериментальных точек в одномерных сечениях ограничено. Кроме того, из-за нечеткости исходных данных решения содержат некоторую помеху. В то же время проблемы, возникающие при восстановлении зависимостей по малым выборкам, существенно отличаются от классических проблем восстановления зависимостей по выборкам большого объема. Особенность их состоит в том, что при ограниченном объеме выборки надо правильно соотносить сложность восстанавливаемой зависимости с объемом имеющихся эмпирических данных.

В этом случае целесообразно применить метод структурной минимизации риска [10, 11], идея которого заключается в следующем. Если на допустимом множестве решений задать структуру, то есть систему вложенных множеств, в каждом из которых содержатся все более сложные решения, то наряду с минимизацией эмпирического риска внутри ее элементов появляется дополнительная возможность оптимизации качества оценки по элементам структуры. Это позволяет найти решение, дающее более глубокий гарантируемый минимум среднего риска, чем решение, доставляющее минимум эмпирическому риску на всем допустимом множестве.

Применение метода структурной минимизации риска дает возможность для заданного объема информации найти оптимальное число членов ряда, который аппроксимирует восстанавливаемую зависимость. Произвольный же выбор этого параметра может привести к парадоксальной ситуации. Допустим, надо восстановить зависимость $y=f(x)$ по десяти экспериментальным точкам. В этом случае при использовании полинома 9-й степени эмпирический риск равен нулю. Однако на самом деле вполне возможно, что оптимальная степень полинома n равна 1.

В методе структурной минимизации риска задача восстановления регрессии сводится к минимизации следующей величины [10]:

$$J(k) = I_M(k)\Omega, \quad (70)$$

где $J(k)$ — средний риск, $I_M(k)$ — эмпирический риск, k — параметр, определяющий конкретную функцию определенного класса функций, Ω — некоторая переменная.

С ростом объема выборки величина Ω всегда стремится к единице [10], хотя в каждом конкретном случае ее вид различен, но если выборка мала, то она может существенно отличаться от 1. Тогда функция, доставляющая малую величину эмпирическому риску, может не обеспечить небольшой средний риск.

Существуют различные классы базисных функций. Полиномы Чебышева удобны в вычислительном отношении и позволяют решать широкий круг задач восстановления зависимостей. Кроме того, их применение минимизирует максимальную ошибку, что имеет важное значение при наличии больших погрешностей в исходных данных.

Тогда $y(x)$ отыскивается в форме ряда

$$y(x) = \sum_{i=0}^k \alpha_i Q_i(x), \quad (71)$$

где α_i — i -ый коэффициент разложения, $Q_i(x)$ — полином Чебышева степени i .

При таком представлении функционал эмпирического риска определяется по формуле [10]:

$$I_M = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \left[y_j - \sum_{i=0}^k \alpha_i Q_i(x_j) \right]^2, \quad (72)$$

где l — объем выборки.

При фиксированной максимальной степени полинома коэффициенты α_i , при которых эмпирический риск принимает минимальное значение, вычисляются путем решения системы линейных алгебраических уравнений [10]:

$$\Phi^T \Phi [\alpha] = \Phi^T [y]^T, \quad (73)$$

где Φ — матрица значений полиномов Чебышева в экспериментальных точках, $[y]$ — матрица-строка значений переменной y в экспериментальных точках, $[\alpha]$ — матрица-столбец коэффициентов α_i .

Оценка качества приближения, справедливая для любой случайной выборки с вероятностью $1 - \eta$, дается выражением [10]:

$$J(k) = \frac{I_M}{1 - \sqrt{\frac{(k+1) \left[\ln \left(\frac{l}{k+1} \right) + 1 \right] - \ln \eta}{l}}}, \quad (74)$$

где $1 - \eta$ - вероятность, с которой справедлива оценка (2.2.11), $J(k)$ - средний риск.

Выражение (74) зависит от степени полинома k . Та степень, при которой $J(k)$ принимает наименьшее значение, является оптимальной степенью полиномиального приближения, а сама функция регрессии аппроксимируется полиномом этой степени,

минимизирующим функционал эмпирического риска.

Поскольку полиномы Чебышева ортогональны на отрезке $[-1, 1]$, то, если значения независимой переменной заданы не на этом отрезке, их надо привести к нему по формуле [10]:

$$x_i = \frac{(x_{gi} - c_1)}{c_2},$$

где x_i - значения независимой переменной, приведенные к отрезку $[-1, 1]$, x_{gi} - исходные значения независимой переменной;

$$c_1 = \frac{(x_{g \max} + x_{g \min})}{2},$$

$$c_2 = \frac{(x_{g \max} - x_{g \min})}{2},$$

где $x_{g \min}$ - минимальное из заданных значение независимой переменной, $x_{g \max}$ - максимальное из заданных значение независимой переменной.

Реализация описанного алгоритма вполне возможна в Excel. В этой же системе можно создавать базы данных для использования в расчетах и строить графики. Следует также отметить, что программы, написанные на C++, могут подключать файлы Excel.

Заключение

Математическое и программное обеспечение для прогнозирования возможности схода снежных лавин, основанное на РД 52.37.612-2000, базах данных о прошлых лавинных ситуациях и оценке тренда лавинной опасности, позволяет обеспечивать приемлемую безопасность жизнедеятельности в лавиноопасных районах. Оно может быть рекомендовано для использования при планировании и осуществлении различных мероприятий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зимин М. И. *Прогнозирование лавинной опасности*. Санкт-Петербург: Гидрометеиздат; 2000. 16 с.
2. Еськов В. М., Гавриленко Т. В., Зимин М. И., Зими́на С. А. *Нейросетевые принципы в идентификации и изучении систем с хаотической динамикой*. Тула: Издательство ТулГУ; 2016. 398 с.
3. Кузин Л. Т. *Основы кибернетики*. Т. 2. М.: Энергия; 1979. 584 с.
4. Соболев И. М. *Численные методы Монте-Карло*. М.: Наука; 1973. 312 с.
5. Блохин А. В. *Теория эксперимента*. Часть 1. Минск: Электронная книга БГУ; 2002. 69 с.
6. Будылин С. Л. Внутреннее убеждение или баланс вероятностей. Стандарты доказывания в России и за рубежом. *Вестник Высшего Арбитражного Суда Российской Федерации*. 2014;3:25-57.
7. Ковалев Ф. В. *Золотое сечение в живописи*. Киев: Выща школа; 1989. 143 с.
8. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. М.: Наука; 1984. 832 с.
9. Зимин М. М. Сложные функции в методе структурной минимизации риска. *Естественные и технические науки*. 2019;6:234-237.
10. *Алгоритмы и программы восстановления зависимостей* / под ред. В. Н. Вапника. М.: Наука; 1984. 816 с.
11. Vapnik V. *Estimation of Dependences Based on Empirical Data*. New York: Springer-Verlag New York; 2006. 505 p.