

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-08

УЧЕТ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ СКВОЗЬ ПОРИСТУЮ СРЕДУ В УСЛОВИЯХ ПОНИЖЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ И ПРИ НАЛИЧИИ ХИМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ МЕЖДУ ФАЗАМИ

В. Ф. Никитин^{1,2,a}, Е. И. Скрылева^{1,2,b}, А. Н. Манахова^{1,c}

¹ *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

² *Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация*

^a *vfrikster@gmail.com*, ^b *jennyne@yandex.ru*, ^c *nastyamanahova@yandex.ru*

Аннотация: в работе рассматривается многофазное просачивание жидкости сквозь пористую среду. Обсуждаются вопросы неустойчивости границы раздела жидкостей. Предлагается математическая модель для описания процесса многократной пропитки пористой среды в условиях переменной гравитации. Модель учитывает гистерезис, используются различные модели капиллярного давления при пропитке и дренаже. Также в работе рассматривается метод моделирования неустойчивости путем преобразования определяющих уравнений. Метод позволяет моделировать дополнительное размытие фронта пропитки. Рассматриваются результаты моделирования, основанного на данном методе, для капиллярной пропитки пористой среды в условиях микрогравитации, а также для случая, когда между фильтрующимися флюидами происходят химические взаимодействия.

Ключевые слова: микрогравитация, пористая среда, неустойчивость межфазной границы, капиллярные эффекты.

Благодарности: авторы выражают благодарность Российскому научному фонду за поддержку (грант № 22-21-00236).

Для цитирования: Никитин В. Ф., Скрылева Е. И., Манахова А. Н. Учет неустойчивости фронта течения жидкости сквозь пористую среду в условиях пониженной гравитации и при наличии химических взаимодействий между фазами. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):72–85. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-08.

Поступила в редакцию: 15.07.2023.

В окончательном варианте: 18.08.2023.

EFFECTS OF THE FLUID FLOW FRONT INSTABILITY AS IT PASSES THROUGH A POROUS MEDIUM UNDER REDUCED GRAVITY AND WITH CHEMICAL INTERACTIONS BETWEEN THE PHASES

V. F. Nikitin^{1,2,a}, E. I. Skryleva^{1,2,b}, A. N. Manakhova^{1,c}

¹ *Moscow State University, Moscow, Russian Federation*

² *Federal State Institution “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Moscow, Russian Federation*

^a *vfrikster@gmail.com*, ^b *jennyne@yandex.ru*, ^c *nastyamanahova@yandex.ru*

Abstract: the paper considers the multiphase seepage of a liquid through a porous medium. We discussed the effects of instability of the liquid interface and proposed a simulation model for the multiple imbibition of the porous medium under variable gravity. The model includes the hysteresis, and various representations of capillary pressure are used during imbibition and drainage. The paper also considers the simulation of instability by transforming the constitutive equations. The method enables to simulate additional blurring of the imbibition front. The simulation results with this method for capillary imbibition of a porous medium under microgravity conditions, as well as for the case when chemical interactions occur between the seeping fluids, are presented.

Keywords: microgravity, porous medium, instability of the interphase interface, capillary effects.

Acknowledgements: this study is supported by the Russian Science Foundation (Grant initiative 22-21-00236).

Cite this article: Nikitin V. F., Skryleva E. I., Manakhova A. N. Effects of the Fluid Flow Front Instability as It Passes through a Porous Medium under Reduced Gravity and with Chemical Interactions between the Phases. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(3):72–85. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-08.

Original article submitted: 15.07.2023.

Revision submitted: 18.08.2023.

Введение

При одновременном просачивании нескольких жидкостей сквозь пористую среду наблюдается неустойчивость границы раздела жидкостей. Изначально плоская межфазная поверхность со временем искривляется. В случае когда более вязкая жидкость вытесняется менее вязкой, такое искривление объясняется неустойчивостью Саффмана-Тейлора [1–3]. В данной работе будет также рассматриваться другой вид неустойчивости. Такая неустойчивость обнаруживает себя, например, при пропитке однородной пористой среды во время параболических полетов (рис. 1). Подробно такие эксперименты описаны в работах [4–7]. Несмотря на то, что течение происходит в однородной среде, можно отметить развитие неустойчивости фронта течения. В данном случае вязкая жидкость (подкрашенная вода) вытесняет существенно менее вязкий газ. Поэтому этот эффект не связан с неустойчивостью Саффмана-Тейлора, напротив, отношение вязкостей вытесняемой и вытесняющей жидкостей меньше единицы должно приводить к стабилизации фронта. Здесь наблюдается другой вид неустойчивости, который можно назвать капиллярной неустойчивостью. Капиллярная неустойчивость вызвана неоднородностью капиллярных характеристик насыщаемой среды. В данном случае неоднородность среды может быть вызвана неравномерной шероховатостью шариков, потожировыми следами, оставленными на шариках экспериментатором в процессе их укладки, и пр.

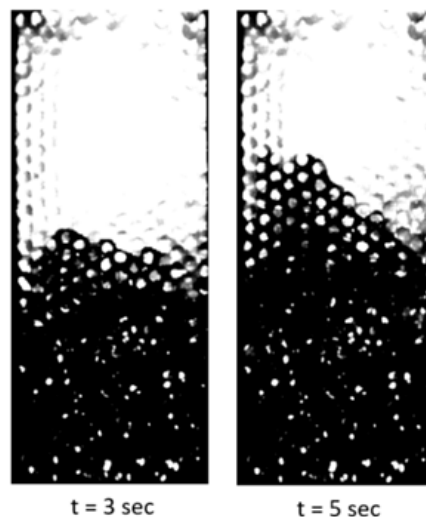


Рис. 1. Неустойчивость границы раздела жидкостей при капиллярной пропитке пористой среды

Еще одна особенность, наблюдаемая во время экспериментов по пропитке пористой среды в процессе параболических полетов, — гистерезис вытеснения. В результате обработки экспериментальных данных обнаружена тенденция подъема жидкости на большую высоту с каждой последующей параболой. Это связано с тем, что жидкость течет интенсивнее в уже смоченной среде. Таким образом, капиллярные характеристики среды существенно зависят от смоченности среды, это стоит учитывать при математическом моделировании многократной пропитки пористой среды.

В работе [8] представлена математическая модель, учитывающая гистерезис, результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Тем не менее представленная в работе [8] модель имеет некоторые существенные недостатки. Например, при одномерном моделировании невозможно учесть неоднородность пористой среды для случая среды со вставкой (рис. 2). Это делает невозможным исследование влияния неоднородностей пористой среды на развитие неустойчивости. В данной статье предлагается усовершенствованная математическая модель, которая позволит более точно моделировать процессы пропитки пористой среды, как в условиях микрогравитации, так и в земных условиях.

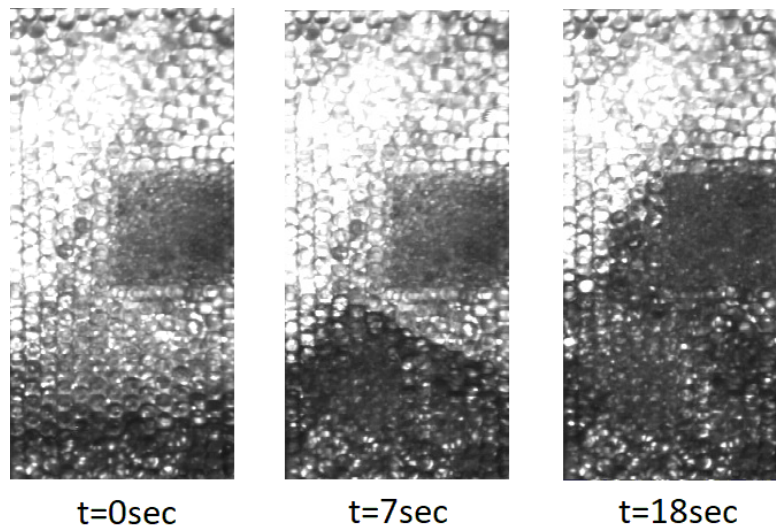


Рис. 2. Капиллярная пропитка пористой среды со вставкой

Многофазные течения через пористую среду рассматриваются во многих исследованиях. Течение жидкости и поведение границы раздела фаз в небольших каналах различной формы изучались на борту международной космической станции [9–11]. Движение пузырьковой структуры в условиях микрогравитации рассмотрено в [12]. Перенос гранулированных сред обсуждается в [13]. Нестационарное ламинарное распространение пламени в условиях невесомости в монодисперсной смеси газообразного окислителя с каплями жидкого топлива рассмотрено в [14]. Капиллярное течение жидкости в условиях микрогравитации лежит в основе такого устройства тепловой защиты, как тепловые трубки [15].

Процессы капиллярного течения жидкости в условиях сниженной гравитации наблюдаются во многих случаях: подача жидкости из резервуара (например, топлива), движение жидкостей в тепловых трубках систем терморегулирования космических аппаратов, фильтрационные процессы в системах выращивания растений в условиях микрогравитации. Таким образом, качественное предсказательное моделирование капиллярных течений является актуальной задачей, так как поведение жидкости в условиях микрогравитации существенно отличается от поведения жидкости в условиях земной гравитации. В качестве примера миссии, на которую серьезно повлияло «нестандартное» поведение жидкости, можно привести станцию NEAR (Near Earth Asteroid Rendezvous). Миссия задержалась на 13 месяцев из-за произошедшего инцидента: во время орбитального маневра топливная жидкость прореагировала более динамично, чем ожидалось: она вышла за пределы предусмотренного рабочего диапазона, и космический корабль перешел в режим безопасности. В результате во время корректировки курса космический корабль NEAR отключился, и восстановить управление удалось только спустя 27 часов [16, 17].

Кроме того, капиллярные эффекты оказывают существенное влияние на процессы фильтрации в земных условиях, поэтому их фундаментальное исследование найдет применение и в земных технологиях, таких как нефтедобыча.

Математическая модель капиллярной пропитки с учетом гистерезиса

Рассматривается пропитка пористой среды многофазной жидкостью.

1. Уравнение массы

Уравнения массы записаны для каждой из фаз флюида, фазовые переходы отсутствуют.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \phi s_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_\alpha \phi s_\alpha u_{\alpha j}) = 0. \quad (1)$$

Здесь $\alpha = 1, 2$ — номер фазы, ϕ — пористость, ρ_α — истинная плотность флюида, s_α — его насыщенность, $u_{\alpha j}$ — компоненты истинной скорости. По повторяющемуся индексу координат j в формуле (1) проводится суммирование.

Уравнение (1) делится на ρ_α , не зависящая от времени пористость выносится за дифференцирование. Насыщенность первой и второй фазы связаны выражением

$$s_2 = 1 - s_1. \quad (2)$$

Уравнение первой фазы оставляем после этих манипуляций как есть, второе же уравнение — сумма (1) после деления на плотность с учетом (2):

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} (\phi s_1 u_{1j}) = 0. \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\phi (s_1 u_{1j} + s_2 u_{2j})) = 0. \quad (4)$$

Обозначим скорость просачивания каждой фазы и среднеобъемную скорость просачивания и перепишем (3) и (4) с учетом этих обозначений:

$$\omega_{\alpha j} = \phi s_{\alpha} u_{\alpha j}, \quad \alpha = 1, 2; \quad \omega_j = \omega_{1j} + \omega_{2j}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \omega_{1j}}{\partial x_j} = 0. \quad (6)$$

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial x_j} = 0. \quad (7)$$

2. Уравнение импульса

Обе фазы контактируют с пористой матрицей и между собой, на них действуют соответствующие силы, результирующая которых приводит к просачиванию всего флюида. Учет взаимодействия с пористой матрицей проводится через закон Дарси с абсолютной проницаемостью, учет взаимодействия фаз — через относительные проницаемости и с учетом разницы давлений в фазах, вызванной поверхностными эффектами. Выглядит закон в таком виде для обеих фаз как

$$\phi s_{\alpha} u_{\alpha j} = \omega_{\alpha j} = -\frac{K k_{\alpha}}{\mu_{\alpha}} \left(\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x_j} - \hat{f}_{\alpha j} \right), \quad (8)$$

где K — не зависящая от времени абсолютная проницаемость, k_{α} — зависящая от насыщенности и, может быть, истории процесса, относительная проницаемость фазы, μ_{α} — вязкость, p_{α} — давление в фазе, $\hat{f}_{\alpha j}$ — внешняя по отношению к системе фаз флюида и пористой матрицы сила, действующая на единицу объема фазы. Далее будем рассматривать в качестве нее массовую силу, действующую в направлении движения, ускорение которой переменна лишь во времени. Силу эту представим как

$$\hat{f}_{\alpha j} = \rho_{\alpha} g_j(t). \quad (9)$$

Сила (9) — массовая сила, направление которой таково, что флюид без градиента давления двигался бы туда, куда она направлена. Если флюид не движется, между градиентом давления и массовой силой возникает равновесие. Если движение достаточно медленное, то в правой части (8) имеет место разность двух чисел, высоких относительно результата разности, и это в численном счете может привести к частичной или полной потере точности, поэтому далее вводится гидростатическое давление, а давление в фазах заменяется разностью между истинным давлением и гидростатическим.

Вначале рассмотрим разность между давлениями фаз в точке, она называется капиллярным давлением и зависит от насыщенности фаз и иных факторов, включающих при необходимости историю процесса. Но главная зависимость — от насыщенности:

$$p_2 - p_1 = p_c(x, s_1). \quad (10)$$

При положительном значении p_c давление в фазе 2 превышает давление в фазе 1. Но на движение оказывает действие именно градиент давления, а его знак уже зависит от градиента зависимости $p_c(s)$. Если фаза 1 смачивающая, то этот градиент отрицателен.

Введем определение среднего давления на основе (10) так, чтобы пока сохранялась неопределенность, с целью ликвидировать ее впоследствии:

$$p = p_1 + \frac{p_c}{2} + \xi = p_2 - \frac{p_c}{2} + \xi,$$

$$p_1 = p - \xi - \frac{\rho_C}{2}, \quad p_2 = p - \xi + \frac{\rho_C}{2}, \quad (11)$$

величину ξ конкретизируем впоследствии так, чтобы по возможности убрать «лишние» члены в уравнении неразрывности (7), которые появятся там после подстановки уравнений импульса. Заметим, что при выполнении (11) автоматически соблюдается (10), давления же фаз p_α ниже заменим на комбинацию (p, ξ) . Назовем эти значения средним давлением и поправкой к нему.

Просуммируем (8) по фазам с учетом формулы для массовой силы (9), определения давления в фазах (11), и формулы для скорости просачивания флюида (5) как суммы скоростей просачивания фаз. Получим

$$\omega_j = -K \left(\left(\frac{k_1}{\mu_1} + \frac{k_2}{\mu_2} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{k_2}{\mu_2} - \frac{k_1}{\mu_1} \right) \frac{\partial \rho_C}{\partial x_j} - g_j(t) \left(\rho_1 \frac{k_1}{\mu_1} + \rho_2 \frac{k_2}{\mu_2} \right) \right). \quad (12)$$

Обозначим m_α относительные мобильности фаз:

$$m_\alpha = k_\alpha / \mu_\alpha. \quad (13)$$

Эти величины зависят от насыщенности и, может быть, других величин, распределенных по домену (зависимость от насыщенности наиболее значима). Подставляя (13) в (12) и группируя члены, получим выражение для градиента среднего давления:

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} = -\frac{\omega_j}{K(m_1 + m_2)} + \left[\frac{\partial \xi}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial \rho_C}{\partial x_j} \right] + g_j(t) \frac{\rho_1 m_1 + \rho_2 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

Заметим, что сумма мобильностей всегда положительна, делить на нее можно (при очевидном исключении нулевой абсолютной проницаемости; такие области будем просто исключать из домена). Выражение (14) состоит из трех членов: первый связан с общим просачиванием флюида, второй, в квадратных скобках, — нуждается в дальнейшем моделировании, поскольку ξ до сих пор не определена. Определим этот член тогда, когда конкретизируем моделирование ρ_C . Третий член определяется силой тяжести.

Избавляемся от второго и третьего члена. Вначале определим гидростатическое давление p_H так, чтобы уравновесить его градиент и массовую силу:

$$\frac{\partial p_H}{\partial x_j} = \frac{\rho_1 m_1 + \rho_2 m_2}{m_1 + m_2} g_j(t). \quad (15)$$

Определение (15) гидростатического давления p_H делается через градиент, поэтому для корректного расчета этой величины при известных распределениях плотностей флюида и насыщенностей требуется условие для него в единственной точке. Уточним это условие при задании граничных условий.

Для члена выражения (14) в квадратных скобках введем пока обозначение:

$$\Gamma_j = \frac{\partial \xi}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{\partial \rho_C}{\partial x_j}. \quad (16)$$

Обозначим разность между средним и гидростатическим давлением как \bar{p} , назовем добавочным давлением. Получим из (14) с учетом определения (15) и обозначения (16) следующее:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial p_H}{\partial x_j} = -\frac{\omega_j}{K(m_1 + m_2)} + \Gamma_j. \quad (17)$$

Скорость просачивания флюида ω_j получается из выражения (17).

$$\omega_j = -K(m_1 + m_2) \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + K(m_1 + m_2) \Gamma_j. \quad (18)$$

Теперь рассмотрим скорость просачивания фазы $\alpha = 1$. Подставляем в выражение (8) определение давления в фазе через среднее p и поправку ξ (11), пользуемся определениями относительных

мобильностей (13). После этого пользуемся определением гидростатического давления (15), а затем обозначением (16), исключая градиент ξ . Затем подставляем (17), исключая градиент \bar{p} . Замечательно, что выражение Γ_j при этом сокращается, каким бы оно ни было:

$$\omega_{1j} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \omega_j + \frac{K m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{\partial p_1}{\partial x_j} + \frac{K m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\rho_1 - \rho_2) g_j. \quad (19)$$

Первый член выражения (19) соответствует вкладу в скорость просачивания первой фазы за счет доли мобильности, второй — влиянию капиллярности, третий — влиянию массовой силы. Заметим, что капиллярность и массовая сила влияют лишь в областях совместной мобильности обеих фаз, а массовая сила при одинаковых плотностях обеих фаз на скорость просачивания фазы не влияет.

С целью упрощения выражений (18), (19) и дальнейших введем новые обозначения: доля мобильности (она же функция Леверетта, не путать с J-функцией Леверетта) λ_α , мобильность флюида M , а также произведение относительных мобильностей, деленное на сумму ψ :

$$\lambda_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_1 + m_2}, \quad M = K (m_1 + m_2), \quad \psi = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (20)$$

С обозначениями (20) выражения для скорости просачивания флюида (18) и первой его фазы (19) будут выглядеть как

$$\omega_j = -M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + M \Gamma_j, \quad (21)$$

$$\omega_{1j} = \lambda_1 \omega_j + K \psi \frac{\partial p_1}{\partial x_j} + K \psi (\rho_1 - \rho_2) g_j. \quad (22)$$

Теперь подставим скорость просачивания флюида (21) в уравнение неразрывности (7), и получим уравнение относительно давления \bar{p} :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} (M \Gamma_j). \quad (23)$$

Подставляем скорость просачивания первой фазы (22) в динамику насыщенности фазы (6) и получаем следующий вид уравнения динамики насыщенности:

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \lambda_1 \omega_j}{\partial x_j} = - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} \frac{\partial K \psi}{\partial x_j} - \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \psi \frac{\partial p_c}{\partial x_j} \right). \quad (24)$$

3. Моделирование проницаемостей и капиллярного давления

Относительные проницаемости фаз будем рассчитывать по модели Кори, совмещенной с моделью Лэнда:

$$k_\alpha = \kappa_\alpha S_\alpha^{n_\alpha}, \quad S_\alpha = \frac{s_\alpha - s_\alpha^R}{1 - s_1^R - s_2^R}; \quad s_\alpha^R = \frac{s_\alpha^{\max}}{1 + C_\alpha s_\alpha^{\max}}. \quad (25)$$

Здесь константами флюидов являются C_α , которые могут меняться от 0 до бесконечности, остаточные же насыщенности переменны. Величина s_α^{\max} — максимально достигнутая в процессе величина насыщенности. Значению $C_\alpha = 0$ соответствует среда, в которой пористая матрица вообще не может заполниться соответствующим флюидом либо дренировать флюид после первичного насыщения, для $C_\alpha = \infty$ остаточные насыщенности всегда равны нулю, дренаж и пропитка максимально облегчены. Из (25) следует условие на константы:

$$0 < 1 - s_1^R - s_2^R = 1 - \frac{s_1^{\max}}{1 + C_1 s_1^{\max}} - \frac{s_1^{\max}}{1 + C_2 s_1^{\max}}.$$

В наихудшем случае максимального единичного значения обеих насыщенностей (что достигается полной сменой фазового состава в точке и при ненулевой остаточной насыщенности обеих фаз невозможно) имеем следующее ограничение на константы Лэнда:

$$1 - \frac{1}{1 + C_1} - \frac{1}{1 + C_2} = \frac{C_1 C_2 - 1}{(1 + C_1)(1 + C_2)} > 0,$$

$$C_1 C_2 > 1. \quad (26)$$

В том числе условие (26) исключает условие $C_\alpha = 0$, делающее модель Лэнда неприемлемой. Заметим, что приведенные насыщенности S_α связаны между собой алгебраически, что следует из (2):

$$S_2 = 1 - S_1. \quad (27)$$

Константы κ_α при дренаже и пропитке могут быть различны. Поскольку их определение совместно с абсолютной проницаемостью не однозначно, зафиксируем в единицу их значение при дренаже соответствующей фазы так, что:

$$\kappa_\alpha = \begin{cases} 1, & \partial s_\alpha / \partial t \leq 0, \\ \bar{\kappa}_\alpha, & \partial s_\alpha / \partial t > 0. \end{cases} \quad (28)$$

Капиллярное давление рассчитывается с использованием J-функции Леверетта так, что

$$p_C = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{K/\phi}} J(s_1), \quad (29)$$

знак же косинуса угла капиллярности θ указывает на то, смачивающий ли флюид 1 или нет. Введем следующее обозначение:

$$\Theta(x) = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{K/\phi}}, \quad p_C = \Theta(x) J(s_1). \quad (30)$$

Член Θ , вообще говоря, может иметь разные значения в разных местах рабочей области, при том это распределение, как и распределение проницаемости и пористости, определяется лишь положением в пространстве.

Следует также заметить, что сама величина капиллярного давления должна быть конечной (так как она определяет давление в чистой фазе), хотя градиент его может быть и бесконечным. В этом случае стоит взять альтернативу модели Кори: последняя не соответствует этим условиям, в то же время альтернатива вполне аппроксимирует экспериментальные кривые. Возьмем J-функцию в следующем виде:

$$J(S_1) = C_W(1 - S_1^{\alpha_W}) + C_N(1 - S_1)^{\alpha_N}. \quad (31)$$

Функция J , рассчитанная по формуле (31), обладает следующими свойствами: $J(0) = C_W + C_N$, $J(1) = 0$. Тем самым в чистой фазе 1 капиллярное давление равно 0, что согласуется с определением (10). В чистой фазе 2 давление определяется формулой (29) или (30) при том, что $J = C_W + C_N = \text{const}$. Степени α_W, α_N расположены в интервале $(0, 1)$, лишь при этих значениях J-функция соответствует экспериментальным кривым, величины эти скорее ближе к нулю.

Эксперимент показывает, что при пропитке и дренаже кривая капиллярного давления отличается (гистерезис). Это значит, что константы C_W, C_N должны в формуле (31) зависеть от режима пропитки, а конкретно:

$$J = \begin{cases} C_W^d(1 - S_1^{\alpha_W^d}) + C_N^d(1 - S_1)^{\alpha_N^d}, & \partial S_1 / \partial t \leq 0; \\ C_W^i(1 - S_1^{\alpha_W^i}) + C_N^i(1 - S_1)^{\alpha_N^i}, & \partial S_1 / \partial t > 0. \end{cases} \quad (32)$$

Здесь C_W^d, C_N^d - константы, соответствующие дренажу, C_W^i, C_N^i - пропитке жидкостью 1.

В силу того, что капиллярное давление конкретизировалось в вид (30), представим поправку ξ в виде похожего произведения так, чтобы по возможности избавиться от выражения Γ_j . Сделаем так, чтобы оно равнялось нулю тогда, когда $\Theta(x) = \text{const}$. В этом случае

$$\xi = \Theta(x) \Xi(S_1), \quad \frac{d\Xi}{dS_1} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \frac{dJ}{dS_1} = \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{dJ}{dS_1}. \quad (33)$$

Подставляя определение (33) в выражение (16) с учетом определения долей мобильности (20), получим:

$$\Gamma_j = \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}. \quad (34)$$

Важно, что выражение (34) уже не зависит от градиента насыщенности явно и равно нулю при постоянстве таких характеристик, как проницаемость, пористость, угол капиллярности и поверхностное натяжение. Оно также явно не зависит от фиксации Ξ на кривой насыщенности. Следует учесть, что несмотря на возможную сингулярность производных dJ/dS_1 , выражение для Ξ не сингулярно; несобственный интеграл в проблемных точках $S_1 = 0$ и $S_1 = 1$.

Заметим, что J-функция Леверетта (31) была построена так, что $J(1) = 0$, тем самым капиллярное давление для смачиваемой первой фазы равно нулю при отсутствии подвижной второй фазы. Удобно бы сделать так, чтобы поправка ξ к среднему давлению p также равнялась бы нулю при $S_1 = 1$. Для этого вычислять $\Xi(S_1)$ следует интегралом:

$$\Xi(S_1) = \int_1^{S_1} \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{dJ}{ds} ds = - \int_{S_1}^1 \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{dJ}{ds} ds. \quad (35)$$

Знак «минус» в выражении (35) удобнее, поскольку производная $\partial J/\partial s$ отрицательна. Возможность явного вычисления (35) на основе формул для m_α и J не проверялась, но, скорее всего, будет удобно при счете затабулировать численное решение при помощи мелкой сетки на интервале $S_1 = (0,1)$, проинтегрировав от произвольной точки внутри интервала, и доопределить в точках 0 и 1 на основе аппроксимаций подынтегральных функций (35), после чего провести сдвиг значений так, чтобы вышло $\Xi(1) = 0$.

4. Преобразование уравнения динамики в рабочее состояние

Расчет скорости просачивания флюида при помощи градиента дополнительного давления (21) следует преобразовать при помощи выражения (34), моделирующего член Γ_j :

$$w_j = -M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + M \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}. \quad (36)$$

Уравнение для дополнительного давления (23) также преобразуется с использованием (34):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(M \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(M \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right). \quad (37)$$

Уравнение динамики насыщенности (24) будем приводить к следующему шаблонному виду, пригодному для расчета методом Кузьмина и др.:

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} + \hat{w}_j \frac{\partial s_1}{\partial x_j} - \hat{r} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D \frac{\partial s_1}{\partial x_j} \right) = \Sigma. \quad (38)$$

Для начала заметим, что участвующие в уравнении (24) параметры ϕ , K зависят лишь от точки пространства x , ψ и λ_1 — лишь от приведенной насыщенности S_1 , капиллярное давление — от произведения множителей, один из которых зависит от x , другой от S_1 . Приведенная же насыщенность явно зависит от s_1 и двух параметров, распределенных в пространстве, s_1^R, s_2^R . В связи с этим рассмотрим структуру градиента приведенной насыщенности:

$$\frac{\partial S_1}{\partial x_j} = \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{\partial S_1}{\partial s_1^R} \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} + \frac{\partial S_1}{\partial s_2^R} \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j}. \quad (39)$$

Используя вид приведенной насыщенности (25), получим, что множители перед производными по x_j в выражении (39) представляются алгебраическими выражениями:

$$\frac{\partial S_1}{\partial s_1} = \frac{1}{1 - s_1^R - s_2^R}, \quad \frac{\partial S_1}{\partial s_1^R} = - \frac{s_2 - s_2^R}{(1 - s_1^R - s_2^R)^2}, \quad \frac{\partial S_1}{\partial s_2^R} = \frac{s_1 - s_1^R}{(1 - s_1^R - s_2^R)^2}. \quad (40)$$

Из (25), (30) и (40) следует, что градиенты выражений, участвующих в уравнении (24) и зависящих от приведенной насыщенности, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial x_j} = \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \left(S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \psi}{\partial x_j} &= \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \left(S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} \right) \\ \frac{\partial p_C}{\partial x_j} &= \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial s_1} \left(S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j} \right) + J \frac{\partial \Theta}{\partial x_j}.\end{aligned}\quad (41)$$

Первый из членов в правых частях выражений (41) пойдет в левую часть шаблонного уравнения (38), второй и последующий — в источник Σ . Предварительно внесем обозначения:

$$\bar{R} = \frac{\partial S_1}{\partial s_1}, \quad R_j = S_1 \frac{\partial s_2^R}{\partial x_j} - (1 - S_1) \frac{\partial s_1^R}{\partial x_j}.\quad (42)$$

Преобразуя (24) с учетом градиентов (41) и обозначений (42), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_1}{\partial t} + \left(\frac{\omega_j}{\phi} \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \bar{R} + \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} K \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \bar{R} \right) \frac{\partial s_1}{\partial x_j} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \psi \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \bar{R} \frac{\partial s_1}{\partial x_j} \right) = \\ = - \frac{\omega_j}{\phi} \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} \bar{R} R_j - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} \left(K \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \bar{R} R_j + \psi \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \psi \Theta \frac{\partial J}{\partial S_1} \bar{R} R_j + K \psi J \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right)\end{aligned}\quad (43)$$

Тем самым элементы шаблона (38) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_j &= \frac{\bar{R}}{\phi} \left(\omega_j \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_1} + K (\rho_1 - \rho_2) g_j \frac{\partial \psi}{\partial S_1} \right), \\ \hat{r} &= \phi^{-1}, \\ D &= -K \bar{R} \Theta \psi \frac{\partial J}{\partial S_1}, \\ \Sigma &= -R_j \hat{\omega}_j - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g_j}{\phi} \psi \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D R_j - K \psi J \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right).\end{aligned}\quad (44)$$

Коэффициент «диффузии» D положителен, поскольку из (31) следует, что $\partial J / \partial S_1 < 0$. На краях интервала эта производная имеет сингулярности, но те обнуляются умножением на ψ . Распишем подробнее расчет вычисления D так, чтобы в выражении не было сингулярностей, заодно определив условия их отсутствия:

$$\begin{aligned}D &= -K \bar{R} \Theta \psi \frac{\partial J}{\partial S_1} = \bar{R} \sigma \cos \theta \sqrt{K \phi} \bar{D} \\ \bar{D}(S_1) &= \left(C_W \alpha_W \lambda_2 \frac{\kappa_1}{\mu_1} S_1^{n_1 + \alpha_W - 1} + C_N \alpha_N \lambda_1 \frac{\kappa_2}{\mu_2} (1 - S_1)^{n_2 + \alpha_N - 1} \right).\end{aligned}\quad (45)$$

Тем самым на коэффициенты степеней накладываются следующие достаточно мягкие ограничения:

$$n_1 + \alpha_W \geq 1, \quad n_2 + \alpha_N \geq 1.\quad (46)$$

5. Граничные условия, начальные условия. Суммарное давление

Заметим, что уравнения системы годятся для любой размерности, но здесь и далее опишем двумерную задачу.

Домен $x \in [0, L]$, $y \in [0, H]$ занят пористой средой.

Задается распределение пористости и проницаемости $K(x)$, $\phi(x)$. Если поверхностное натяжение и угол смачивания постоянны, то $\Theta(x)$ лишь вычисляется, если нет, вычисляется на основе заданного их распределения.

В начальном состоянии нижняя часть $y < y_0$ полностью занята флюидом 1, верхняя — флюидом 2, то есть

$$t = 0 : \quad \begin{cases} s = 1, & y < y_0; \\ s = 0, & y \geq y_0. \end{cases}\quad (47)$$

Начальные состояния s_α^{\max} определяются из (47) в предположении, что изменений насыщенности перед этим не было, а начальные состояния s_α^R после этого — на основе модели Лэнда (25).

Для формулировки уравнений понятие давления в двухфазной среде не использовалось, но оно потребуется при формулировке граничных условий в том случае, когда на поверхности оно задано, а фаза там не чистая. Теория двухфазной среды, состоящей из двух флюидов, дает с учетом (11):

$$p_{mix} = p_1 s_1 + p_2 (1 - s_1) = \bar{p} + p_H - \xi + \frac{\rho_C}{2} (1 - 2s_1). \quad (48)$$

Граничные условия таковы. На уровне $y = 0$ задана чистая фаза 1, а в ней капиллярное давление и поправка к нему по моделям (31) и (35) нулевые. Положим на этом уровне давление во всех точках равным гидростатическому, и тем самым добавочное давление будет равно нулю. Вместе с тем гидростатическое давление в точке (0,0) положим равным $p_H = p_0$. В результате условия на этой границе домена будут выглядеть как:

$$y = 0 : \quad s_1 = 1, \quad p_H(x,0) = p_0 + \rho_1 g_x x, \quad \bar{p} = 0. \quad (49)$$

На уровне $y = H$ давление раскладывается в добавочное, гидростатическое и капиллярное. На s_1 условие не ставится, если модифицированная скорость флюида $\hat{w}_y > 0$, но в этом случае при $S_1 > 0$ будет ставиться на производную $\partial s_1 / \partial y$, поскольку в этом случае порядок уравнения (38) увеличен до двух. Если скорость в обратном направлении, ставится условие присутствия первой фазы лишь неснижаемым остатком. Давление полагаем равным тому, как если бы все было заполнено фазой 2 с гидростатическим в ней давлением (сообщение через окружающую среду). Тем самым граничные условия на насыщенность и давление формируются следующим образом:

$$y = H : \quad \hat{w}_y > 0 \quad \text{и} \quad S_1 > 0 \quad \Rightarrow \quad \partial s_1 / \partial y = 0; \quad \hat{w}_y < 0 : \quad s_1 = s_1^R. \\ p_{mix} = p_0 - \rho_2 g_y H. \quad (50)$$

Последнее условие преобразуется согласно (48):

$$\bar{p} = p_0 - \rho_2 g_y H - p_H + \Theta \Xi - \Theta J \cdot \left(\frac{1}{2} - s_1 \right). \quad (51)$$

Граничные условия на боковых стенках $x = 0$, $x = L$ определяются отсутствием протекания обеих фаз через стенку согласно уравнениям (8) и (9):

$$\frac{\partial p_\alpha}{\partial x} - \rho_\alpha g_x = 0, \quad \alpha = 1, 2. \quad (52)$$

Подставив в условия (52) разложение давления каждой фазы в среднее, капиллярное и поправку (11), а также определение гидростатического (15), получим:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial p_H}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial p_C}{\partial x} - \rho_1 g_x = 0, \quad (53)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial p_H}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial p_C}{\partial x} - \rho_2 g_x = 0. \quad (54)$$

Из (52) получаем условие на градиент капиллярного давления:

$$\frac{\partial p_C}{\partial x} = (\rho_2 - \rho_1) g_x. \quad (55)$$

С учетом (41) и обозначений (42) имеем из (55) условие на градиент насыщенности:

$$\frac{\partial s_1}{\partial x} = \left(\frac{\partial J}{\partial S_1} \right)^{-1} \frac{(\rho_2 - \rho_1) g_x}{\Theta \bar{R}} - R_x - \left(\frac{\partial J}{\partial S_1} \right)^{-1} \frac{J}{\Theta \bar{R}} \frac{\partial \Theta}{\partial x}. \quad (56)$$

Заметим, что возможные сингулярности в условии (56) отсутствуют.

Суммируя (53) и (54), получим второе условие, исключив градиент капиллярного давления. Итогом будет условие на градиент добавочного давления:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} g_x - \frac{\partial p_H}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (57)$$

Подставляя в (57) определение градиента гидростатического давления (15), формулы (33), обозначения (42), получим:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) (\rho_1 - \rho_2) g_x + \Xi \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \Theta \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) \frac{\partial J}{\partial S_1} \left(\bar{R} \frac{\partial s_1}{\partial x} + \bar{R} R_x \right). \quad (58)$$

Теперь подставим в (58) условие на градиент насыщенности (56). Пройдет сильное сокращение почти всех членов, включая возможные сингулярности (чего не получилось в предыдущей версии):

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \left(\Xi - \left(\frac{1}{2} - \lambda_1 \right) J \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x}. \quad (59)$$

Тем самым условиями на боковой стенке становятся условия на градиенты дополнительного давления и насыщенности (56) и (59).

Моделирование дополнительного размытия фронта

Описанная выше математическая модель, в отличие от модели, представленной в [8], позволит учесть неустойчивость вытеснения при численном моделировании и качественнее смоделировать течение в неоднородной пористой среде со вставкой.

Еще один способ учесть неустойчивость — введение дополнительных потоковых членов в определяющую систему уравнений [18, 19]. Такое преобразование математической модели приводит к дополнительному размытию фронта течения жидкости. В результате такая математическая модель более точно описывает реальные физические процессы. Коэффициенты, пропорциональные дополнительным потоковым членам, могут определяться на экспериментальном базисе [19]. При одномерном моделировании такой способ становится единственным возможным способом учесть неравномерность фронта пропитки. Также такой метод позволяет учесть подсеточную (мелкомасштабную) неустойчивость при моделировании процессов на крупном масштабе.

Капиллярная неустойчивость наблюдается также при проведении экспериментов на околоземной орбите на протяжении более длительного периода микрогравитации [19]. Наблюдение велось с помощью датчиков, расположенных вдоль пористого образца, фиксировалось время, когда жидкость достигала датчика. На рис. 3 черными маркерами отмечены результаты экспериментов для различных жидкостей (по вертикали — высота датчика, по горизонтали — время), цветом представлены результаты численного моделирования. Размытие фронта за счет капиллярной неустойчивости наиболее выражено для случая раствора полимера. Для численного моделирования здесь применялась математическая модель, содержащая дополнительный член, связанный с размытием фронта из-за неустойчивости:

$$\varphi \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(F_L - D \frac{\partial s}{\partial x} \right) = 0.$$

Аналогичный метод применяется и для моделирования фильтрационных течений в земных условиях. Например, при моделировании процесса нефтедобычи термогазовым методом. Нефть из пласта вытесняется разогретой смесью воды и газа, который вступает в экзотермическую химическую реакцию с углеводородом, что приводит к снижению вязкости нефти и более качественному и быстрому вытеснению углеводорода. В случае когда происходят химические реакции между фазами [20, 21], особенно важно учитывать неустойчивость вытеснения, так как она приводит к увеличению площади контакта реагирующих фаз и, следовательно, к ускорению химической реакции. Подробно такая математическая модель представлена в работе [18]. Здесь приведем уравнение баланса массы, которое содержит два дополнительных потоковых члена (пропорциональных коэффициентам F и D), связанных с моделированием неустойчивости вытеснения:

$$\frac{\partial \rho_k s_k \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k s_k v + \rho_k s_k F_k(s, M, P, e)) - \rho D(s, v, M, P, e) \nabla s_k = \dot{m}_k(T, Y_{O_2}, s_i),$$

$$\rho = \sum_k \rho_k s_k; \quad \sum_k \rho_k s_k F_k(s, M, P, e) = 0$$

$k = \omega, o, g.$

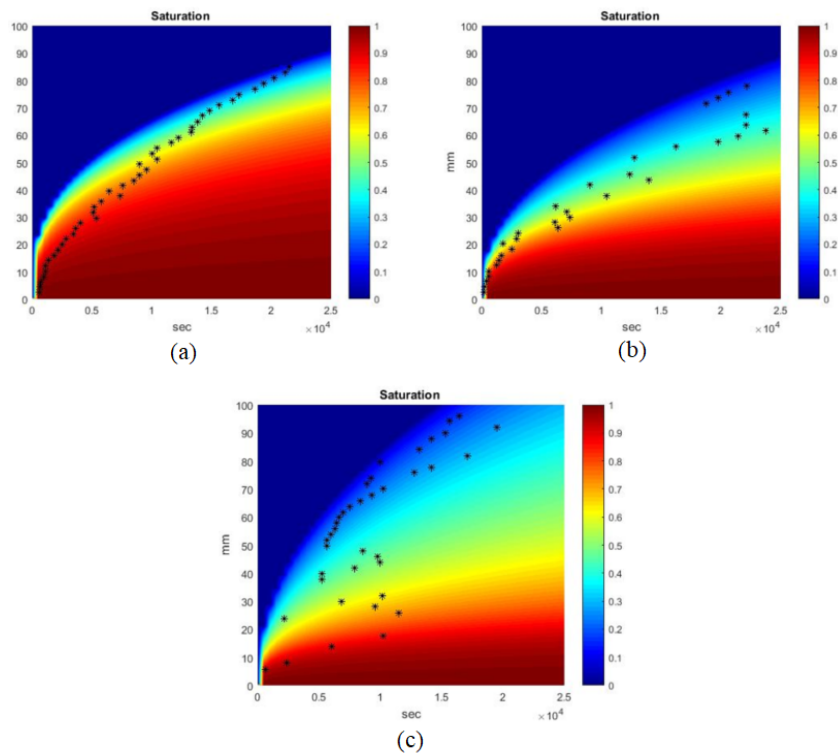


Рис. 3. Капиллярная пропитка пористой среды в условиях микрогравитации. Сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных: (а) сырая нефть; (б) смазочное масло; (с) раствор полимера в дистиллированной воде

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования, основанного на такой математической модели; продемонстрировано влияние коэффициента D на динамику вытеснения. Графики показывают общее содержание нефти во всей расчетной области в зависимости от времени для различных значений коэффициента D , коэффициент F при этом фиксирован. В случае когда химические реакции отсутствуют, учет дополнительных факторов не оказывает существенного влияния на динамику вытеснения. В случае когда химические реакции присутствуют, увеличение коэффициента D приводит к ускорению процесса. Результаты численного моделирования показывают эффективность термогазового воздействия на нефтяной пласт, так как общее количество вытесненной нефти существенно увеличивается. Также продемонстрирована важность учета дополнительных членов, связанных с неустойчивостью вытеснения.

Заключение

При капиллярной пропитке пористой среды в условиях микрогравитации наблюдается эффект «капиллярной неустойчивости», который выражается нарушением плоской формы границы раздела фаз. Эффект может быть объяснен неоднородностью капиллярных свойств пористой среды. Такая неустойчивость наблюдается как при пропитке насыпки стеклянных шариков во время параболических полетов, так и во время пропитки смеси глины и песка различными жидкостями на околоземной орбите.

Предложена новая математическая модель для описания многократной пропитки пористой среды в условиях переменной гравитации. Модель позволяет учесть многомерные эффекты при моделировании, например, неоднородности пористой среды или развивающуюся неустойчивость границы раздела.

Рассмотрен новый метод моделирования неустойчивости вытеснения. Метод заключается в добавлении потоковых членов в определяющие уравнения, что приводит к дополнительному размытию фронта вытеснения. Предложенный метод хорошо показал себя при моделировании капиллярной пропитки в условиях микрогравитации. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными.

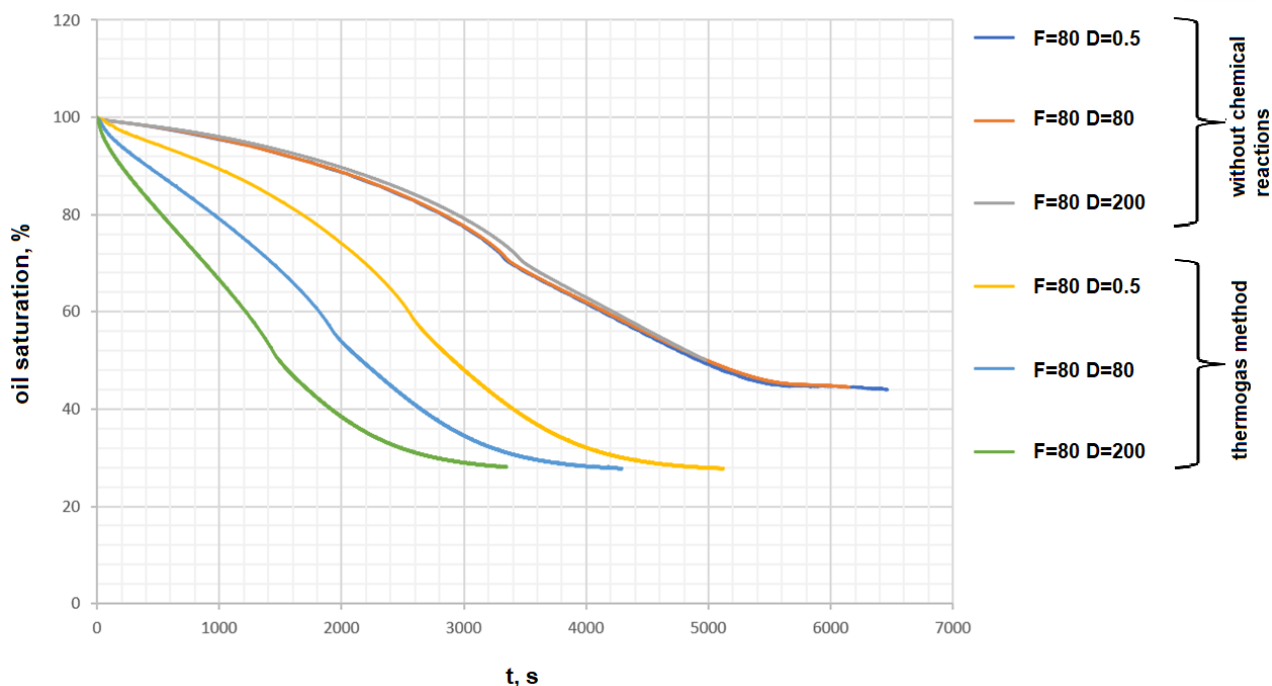


Рис. 4. Результаты численного моделирования вытеснения жидкости из пористой среды с учетом химических взаимодействий между фазами

Проведено численное моделирование вытеснения нефти термогазовым методом, когда фильтрующиеся флюиды вступают в экзотермическую химическую реакцию. При моделировании неустойчивость вытеснения учитывалась путем добавления членов, связанных с дополнительным размытием фронта. В случае, когда происходят химические реакции, учет неустойчивости существенно влияет на результаты моделирования. Это связано с тем, что с развитием неустойчивости увеличивается площадь контакта фаз, что приводит к ускорению химической реакции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Saffman P. G., Taylor G. J. The Penetration of a Fluid into a Porous Medium of Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Fluid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1958;245(1242):312–329.
2. Logvinov O. A., Skryleva E. I. Displacement of a Viscous Fluid from a Hele-Shaw Cell with a Sink. *Moscow Univ. Mech. Bull.* 2016;71(4):77–81. DOI: <https://doi.org/10.3103/S0027133016040014>.
3. Aldushin A. P., Matkowsky B. J. Instabilities, Fingering and the Saffman-Taylor Problem in Filtration Combustion. *Combust. Sci. and Tech.* 1998;133:293–341.
4. Vedernikov A., Scheid B., Istasse E., Legros J. C. Viscous Fingering in Miscible Liquids under Microgravity Conditions. *Physics of Fluids*. 2001;13(9):S12.
5. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Ivashnyov O. E., Maximenko A., Thiercelin M., Vedernikov A., Scheid B., Legros J. C. Microgravity Investigations of Instability and Mixing Flux in Frontal Displacement of Fluids. *Microgravity Science and Technology*. 2004;15(2):35–51.
6. Istasse E. *Determination of Capillary Characteristics in Porous Media*. Brussels; 2001.
7. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Skryleva E. I. Microgravity Investigation of Seepage Flows in Porous Media. *Microgravity Science and Technology*. 2019;31:629–639. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12217-019-09733-7>.
8. Smirnova M. N., Nikitin V. F., Skryleva E. I., Weisman Yu. G. Capillary Driven Fluid Flows in Microgravity. *Acta Astronautica*. 2023;204:892–899. DOI: 10.1016/j.actaastro.2022.10.037.
9. Canfield P. J., Bronowicki P. M., Chen Y., Kiewidt L., Grah A., Klatte J., Jenson R., Blackmore W., Weislogel M. M., Dreyer M. E. The Capillary Channel Flow Experiments on the International Space Station: Experiment Set-Up and First Results. *Exp. Fluid.* 2013;54(5).

10. Bronowicki P., Canfield P., Grah A., Dreyer M. E. Free Surfaces in Open Capillary Channels — Parallel Plates. *Phys. Fluids*. 2015;27(1):012106.
11. Bisht K. S., Dreyer M. E. Phase Separation in Porous Media Integrated Capillary Channels. *Microgravity Science and Technology*. 2020;32:1001–1018.
12. Mahmood Mousavi S., Bok Jik Lee. Investigation of Bubble Structure in a Microchannel under Microgravity Conditions: Effects of Discontinuous Wettability with Dynamic Contact Angle. *Acta Astronaut*. 2022;201:394–400.
13. Li X., Worrall K., Vedanthu A., Scott-George A., Harkness P. The Pulse-Elevator: a Pump for Granular Materials. *Acta Astronaut*. 2022;200:33–41.
14. Smirnov N. N., Pushkin V. N., Dushin V. R., Kulchitsky A. V. Microgravity Investigation of Laminar Flame Propagation in Monodisperse Gas-Droplet Mixtures. *Acta Astronautica*. 2007;61(7–8):626–636.
15. Obinna Uyanna, Hamidreza Najafi. Thermal Protection Systems for Space Vehicles: a Review on Technology Development, Current Challenges and Future Prospects. *Acta Astronaut*. 2020;176.
16. Mourik S. van, Veldman A. E. P., Dreyer M. E. Simulation of Capillary Flow with a Dynamic Contact Angle. *Microgravity Science and Technology*. 2005;17(3):87–93.
17. *The NEAR Rendezvous burn anomaly of December 1998*. Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory; 1999.
18. Skryleva E. I. Numerical Simulation of Multiphase Flow in a Porous Medium in the Presence of Heat and Mass Transfer between Phases. *Heat Transfer Research*. 2022. DOI: 10.1615/HeatTransRes.2022044787.
19. Dushin V. R., Nikitin V. F., Smirnov N. N., Skryleva E. I., Tyurenkova V. V. Microgravity Investigation of Capillary Driven Imbibition. *Microgravity Science and Technology*. 2018;30(4):393–398. DOI: 10.1007/s12217-018-9623-8.
20. Kravchenko M. N., Dieva N. N., Lishchuk A. N., Muradov A. V., Vershinin V. E. Hydrodynamic Modeling of Thermochemical Treatment of Low Permeable Kerogen-Containing Reservoirs. *Georesources*. 2018;20(3),Part 1:178–185. (In Russ.)
21. Abdul Mujeebu M., Zulkifly Abdullah M., Mohamad A. A., Abu Bakar M. Z. Trends in Modeling of Porous Media Combustion. *Progress in Energy and Combustion Science*. 2010;36:627–650.