

DOI: 10.51790/2712-9942-2020-1-1-7

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
СВЕТА В ВОЛОКНИСТОЙ ПРОФИЛИРОВАННОЙ СТРУКТУРЕ****В. В. Савченко¹, М. А. Савченко²**¹ Факультет вычислительной техники и информатики, Университет Хосэй, Токио, Япония,
vsavchen@hosei.ac.jp² Институт современной математики Мэйдзи, Университет Мэйдзи, Токио, Япония,
savchenko_maria@yahoo.com

Аннотация: в ряде исследований показано, что профилированные структуры позволяют получать требуемые характеристики систем в промышленных и других областях применения. В настоящей краткой статье мы продолжаем рассмотрение недавно предложенных нами профилированных структур — таких, как пляжный зонтик, — основанных на принципе оригами. Для демонстрации оптических свойств данной модели был разработан рекурсивный алгоритм трассировки лучей, выполняющий моделирование распространения световых лучей через модель образца из бумажных волокон. В настоящей статье представлено моделирование прохождения света через пористую структуру методом трассировки лучей, а также обсуждаются результаты моделирования прохождения света в профилированной структуре по сравнению с моделированием прохождения света в волокнистой структуре.

Ключевые слова: волокнистая структура, метод трассировки лучей, энергия деформационного колебания.

Благодарности: авторы выражают благодарность проф. Н. Дж. Суэмацу (N. J. Suematsu) (Университет Мэйдзи, Токио, Япония) за подготовку микроскопических снимков структуры бумаги васи. Мы также благодарим проф. В.А. Галкина (Научно-исследовательский институт системных исследований РАН, Сургутский филиал, Сургут, Россия) за его конструктивные предложения, полученные в ходе проведения исследования.

Для цитирования: Савченко В. В., Савченко М. А. Вычислительный эксперимент по моделированию распространения света в волокнистой профилированной структуре. *Успехи кибернетики*. 2020;1(1):46–53. DOI: 10.51790/2712-9942-2020-1-1-7.

**A COMPUTATIONAL EXPERIMENT OF SIMULATING LIGHT PROPAGATION IN A
FIBRE-CONTAINING PROFILED STRUCTURE****Vladimir V. Savchenko¹, Maria A. Savchenko²**¹ Faculty of Computer and Information Sciences, Hosei University, Tokyo, Japan, vsavchen@hosei.ac.jp² Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences, Meiji University, Tokyo, Japan,
savchenko_maria@yahoo.com

Abstract: many studies show that profiled structures are the source of attaining desired system characteristics in industrial or other applications. In this short note, we continue considering proposed recently by us the profiled structure such as a beach umbrella based on the principles of origami design. To demonstrate the optical properties of the given model, a developed recursive ray tracing algorithm is used to simulate the propagation of light rays through the modelled paper fiber sample. In this paper, modeling light propagation through a porous structure using ray tracing technique is presented and results of modeling light propagation in a profiled structure with respect to simulated light propagation in fiber structure are discussed.

Keywords: fiber structure, ray tracing technique, bending energy.

Acknowledgements: we would like to take this opportunity to thank Professor N. J. Suematsu (Meiji University, Tokyo, Japan) for preparing microscopic images of washi-paper structure. We thank Professor V.A. Galkin, (Scientific Research Institute of System Development RAS, Moscow, Russia) for his constructive suggesting during the development of this research work.

Cite this article: Savchenko V. V., Savchenko M. A. A Computational Experiment of Simulating Light Propagation in a Fibre-Containing Profiled Structure. *Russian Journal of Cybernetics*. 2020;1(1):46–53. DOI: 10.51790/2712-9942-2020-1-1-7.

Введение

Снижение вредного воздействия на здоровье человека является важной темой для исследований. Например, см. работу [1] и ссылки, приведенные в ней. Широко используемые зонты и другие конструкции для создания затенения, выполненные из таких плотных тканей, как хлопок, лен, конопля, и из натуральных шелковых тканей, обеспечивают лишь ограниченную защиту от солнечного излучения. В работе [2] отмечается, что плетеная ткань с оптимизированными параметрами, такими как диаметр волокна, линейная плотность пряжи, степень крутки пряжи, коэффициент заполнения ткани, способна обеспечить высокую степень защиты организма человека от ультрафиолетового излучения.

Как показано в [1], периодическая клиновидная конструкция потенциально перспективна для защиты от солнечного света. Бумага типа васи широко используется в Японии в качестве материала для производства различных изделий, таких как абажуры, зонты и др. См., например, [3]. В статье [1] изучается выполненный в технике оригами солнечный навес, способный уменьшить вредное воздействие солнечного излучения на человека. Целью моделирования было показать эффективность профилированной конструкции при перенаправлении световых лучей в сравнении с непрофилированной конструкцией. Когда свет падает на поверхность материала, световая волна либо отражается, либо проходит через материал, либо поглощается. Моделирование распространения света через профилированную бумажную конструкцию основано на широко используемой в различных областях модели Кубелки-Мунка (К-М) (см. [4], [5]). В этой модели распространения света рассматривается континуум, в котором происходят рассеяния в прямом и обратном направлениях.

Так как длина световых волн гораздо короче, чем геометрические параметры создаваемой конструкции, задачу распространения света можно решить, применяя аппарат геометрической оптики. Проведенный в работе [1] анализ формул Френеля [6] показывает, что коэффициент отражения r заметно возрастает с увеличением угла падения φ . Такую корреляцию между r и φ можно использовать для создания конструкций с высоким коэффициентом отражения. В статье представлена концепция использования профилированных конструкций, построенных по принципу оригами, что увеличивает число отражений по мере роста угла падения света φ на плоские поверхности. Кроме того, авторами изучена проблема оптимизации исходной (базовой) конструкции.

Изучение возможностей применения профилированной конструкции для создания солнцезащитных навесов из бумаги или тканей, показанных на рис. 1а, пока еще только начинается. Существует очевидная проблема проектирования конструкции из ткани или бумаги, удовлетворяющей некоторым условиям. См., например, [7].

К сожалению, применительно к бумаге модель К-М не учитывает изменения ориентации при расчете углового распределения световых потоков, что может привести к ряду неизбежных ошибок. Этот вопрос обсуждается, например, в [8], где для описания световых потоков в мутной среде (например, в человеческих тканях), обычно используется фазовая функция Хени–Гринштейна. Основной целью данной небольшой статьи является изучение влияния ориентации и подтверждение правильности представленного в [1] применения теории К-М к профилированным конструкциям. Другая цель — дальнейшее развитие разработанного нами ранее алгоритма рекурсивной трассировки лучей (RRT), позволяющего моделировать распространение света в пористых структурах. В качестве практического применения разработанного алгоритма мы моделируем и исследуем свойства отражения и рефракции в волокнистой структуре — такой, как бумага васи. Алгоритм RRT реализован на языке C++ и предназначен для исследования распространения света через представленные многоугольниками волокна.

Обзор литературы

Во множестве недавно вышедших статей обсуждаются вопросы бумажной промышленности. Среди них — работы [9–13]. Большой объем *практической* информации, например, о размере волокон, диаметре внутреннего канала волокна, длине, диаметре и пр., а также иллюстрации с гофрированными участками волокон представлены на сайте Пекки Комулайнена (Pekka Komulainen).

Основной целью недавнего исследования [7] является расчет механических напряжений в бумаге. Тем не менее представленные результаты в определенной степени применимы к изучению распространения света. Авторы исследуют волокна мягких пород древесины под действием предельного растягивающего усилия. В частности, была построена моделирующая сеть на основе модели случай-

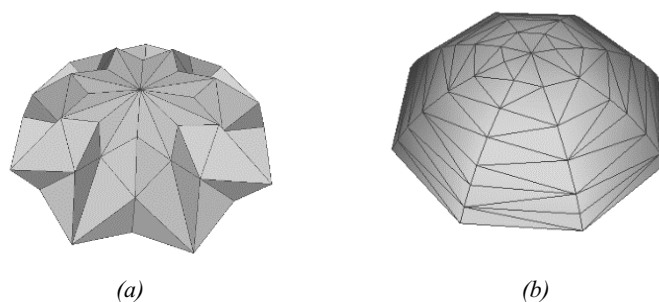


Рис. 1. Геометрические модели [1]. (a) Профилированная полигональная модель. (b) Непрофилированная полигональная модель

ного осаждения, имитирующей фильтрацию через лист бумаги. Толщина стенок, диаметр, длина и степень скручивания волокон, плотность бумаги и профиль плотности сети являются управляющими переменными модели осаждения. Пример сети осаждения волокон представлен на рис. 2 [7].

В обзорной статье [14] показан прогресс в понимании таких оптических свойств, как непрозрачность, яркость, цветность, флуоресцентные характеристики и глянец на бумаге.

Прозрачная древесина (ПД) в настоящее время рассматривается как строительный материал будущего. Во многих областях применения общая прозрачность материала является важным свойством. В статье [15] обсуждаются потенциальные области применения ПД, представлены ее оптические и механические свойства, а также способы ее применения в новых областях. В работе [16] авторы отмечают, что для дальнейшего развития этого класса оптических материалов требуется лучшее понимание оптических свойств ПД. Прохождение света через ПД в значительной степени обусловлено его рассеянием. В работе исследуется рассеяние света в средах, где происходит как поглощение, так и рассеяние света. Уравнение диффузии, описывающее перенос фотонов в рассеивающем материале, было модифицировано. При этом рассматриваются два различных коэффициента диффузии: D_{xy} (в плоскости, перпендикулярной направлению волокон) и D_z (вдоль направления волокон). Выявлено, что интегрированное по углу общее пропускание света ПД экспоненциально затухает с ростом толщины образца.

В геометрической оптике предполагается, что в однородных средах свет проходит по прямой линии. Такая линия аппроксимируется лучом — прямой, перпендикулярной волновым фронтам. Если длина волны света значительно меньше, чем размер черты среды, уравнения Максвелла сводятся к уравнению эйконала, лежащему в основе геометрической оптики [17] и метода трассировки лучей. В компьютерной графике трассировка лучей используется для рендеринга трехмерных объектов рекурсивным следованием по траектории падающего света или с помощью так называемого метода Монте-Карло.

Модель, основанная на трассировке лучей методом Монте-Карло при моделировании рассеяния и линейной поляризации на частицах произвольной формы и размера, представлена в [18]. Авторы исследуют поглощение и рассеяние отдельных частиц произвольной формы. Для изучения связи между фактическими физическими свойствами массива, частицами и параметрами одиночной частицы учитываются форма частиц, их размер и оптические свойства. В работе [19] авторы демонстрируют, что параметры отражения и пропускания через оптическую среду, состоящую из воздуха, клеточного сока, хлоропласта и клеточной стенки листа, полученные методом трассировки лучей, хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

В статье [20] представлен подход, описывающий поведение света в материи как особый вид случайного блуждания. В статье представлена марковская цепь, моделирующая процесс К-М-подобного рассеяния, и исследованы его комбинаторные свойства.

В исследовании [21] представлена система моделирования рассеяния света на бумаге и на отпечатках по методу Монте-Карло с открытым исходным кодом. Поверхностное рассеяние рассматривается как сочетание двух эффектов. Протяженная топографическая структура, называемая волнистостью поверхности, отклоняет пакеты падающих волн в соответствии с законом Снелла и уравнениями Френеля. Кроме того, короткая топографическая структура, называемая микронеровностью, рассеивает свет по Ламберту. В однородной мутной среде, представляющей собой стенку волокна, процесс рас-

сеяния управляется тремя параметрами: коэффициентами рассеяния, поглощения и коэффициентом асимметрии, который используется для расчета нового направления волнового пакета. Каждый лист моделировался в виде статистического слоя, ограниченного двумя поверхностями (лист постоянной толщины). Волокна моделировались в виде полых тел примерно цилиндрической формы, вытянутых в виде эллипса, равномерно распределенных по толщине листа и изотропно ориентированных в плоскости бумаги. В рассеивание света вносили вклад только отражения на границах волокон и слоев. Показатель преломления слоя и стенок волокон был принят равным 1,5. Работоспособность системы расчета была продемонстрирована путем моделирования влияния изменений в конструкции на рассеивание света.

Подчеркнем или повторим уже сказанное: мы хотим оценить возможные соотношения между интенсивностью световых потоков, падающих на лист моделируемого бумажного материала, и интенсивностью пропускаемых световых потоков.

Модель бумаги и расчет интенсивности света методом трассировки лучей

Способность бумаги рассеивать и поглощать видимый свет сильно зависит от многих факторов, включая ее структуру и химический состав. Геометрическая модель образца бумаги, изображение которой показано на рис. 2 (получена по нашему алгоритму), моделирует распространение света, как это описано ниже.

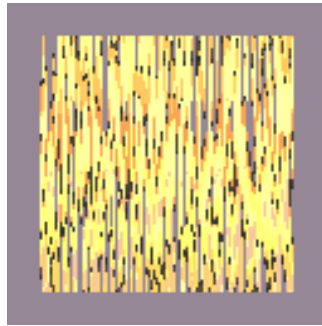


Рис. 2. Модель волокнистой структуры, созданная методом трассировки лучей

Для оценки характеристик распространения света в модели бумаги мы используем визуализацию вокселей [22], чтобы продемонстрировать распределение световых лучей в областях внутри и под рассматриваемыми структурами. Кубический (воксельный) объем представляет собой участок, на который попадает луч. Следуя этой идее, мы определяем трехмерный объем с ячейками в виде одинаковых подкубов. В них мы храним входные и выходные данные, такие как интенсивность моделируемого света.

Существует множество эффективных алгоритмов разбиения трехмерного пространства с целью уменьшения огромного количества вычислений, возникающих в алгоритмах трассировки лучей. См., например, работу [23] и ссылки в ней. В нашем приложении мы применили трехмерный сцепленный список (ряд записей), состоящий из входных геометрических или иных данных. Такой список позволяет удобно сохранять вклад каждого отдельного луча в результирующие выходные данные, такие как амплитуда напряженности электрического поля, фаза и поляризация в каждой точке на произвольном луче и на заданном расстоянии от источника.

Свет не только рассеивается, но и проходит через зазоры между бумажными волокнами. Как видно на рис. 3, волокна не абсолютно непрозрачны. В данной работе одна запись входных данных содержит координаты x , y , z центра волокна и три коэффициента существенной матрицы, описывающей пространственную ориентацию отдельных волокон, смоделированных в виде полых цилиндров, вытянутых в эллиптическую форму с применением коэффициента масштабирования. Волокна моделировались в виде полых цилиндров с толщиной стенки $d = 3,1$ мкм, вытянутых из первоначально почти круглого сечения радиусом 17 мкм в эллиптическую форму и неизотропно ориентированных в плоскости бумаги. Кроме того, было введено небольшое угловое отклонение в направлении y (вертикальное в нашей системе координат). Учитывались контакты между волокнами и их пересечения — при этом образуются поры, как показано на рис. 2. Длина волокна составляла около 3,2 мм. Вышеуказанные

параметры модели приблизительно соответствуют параметрам моделируемой бумаги типа васи.

Таким образом, для моделирования распространения света через образец из бумаги типа васи, когда две стороны образца имеют длину около 3,1 мм и 3,2 мм соответственно, а высота (толщина) образца составляет 0,1 мм, используется кубический объем с размерами ячеек 8 x 3 x 128 в направлениях x , y , z соответственно.

В качестве модели диффузного отражения применяется простейшая (ламбертовская) модель. Известно, что интенсивность света уменьшается экспоненциально с ростом расстояния d , на которое свет проникает в поглощающую среду. Согласно эксперименту Буге, между толщиной и спектральным пропусканием существует экспоненциальное соотношение $T_\lambda = t_\lambda \exp(-d)$. T_λ и t_λ — спектральное пропускание прозрачного объекта и спектральное пропускание на единицу толщины соответственно. В нашем эксперименте принята пропускная способность 0,9 на единицу толщины. Расчет коэффициента преломления производится в соответствии с числом коэффициентов преломления по закону Снелла для заданной пары среды (воздуха) и волокна. Процесс отражения и преломления продолжается итеративно.

Традиционно для моделирования отражения и пропускания в структурах из частиц используются сферические или цилиндрические параметрически заданные объекты. В нашем приложении используется полигональная модель волокон. Общее число полигонов составляет 31720.

В нашей реализации рекурсивного алгоритма трассировки лучей, представленной в [1], множество событий рефракции и отражения рассматривается как n -слойный материал, полученный методом сложения, см. [5]. В методе сложения величина n рассматривается относительно числа пересечений лучей со смоделированными стенами.

Как мы уже упоминали выше, модель К-М не учитывает изменения ориентации в угловом распределении световых потоков. Для реализации моделирования распространения света в описанном выше бумажном образце и при исследовании распространения света в профилированных и непрофилированных структурах необходимо учитывать ориентации (угловые распределения) в образце. Для этого предварительно рассчитаем и запомним интенсивность проходящего через образец света в виде справочной таблицы — массива, заменяющего вычисления во время выполнения программы. В таблице мы сохраняем векторы направления падающих лучей и значения интенсивности отраженного и пропущенного света. Каждый луч продолжается до тех пор, пока не завершится отражением или прохождением через рассматриваемый образец бумаги. Для сокращения времени и трудозатрат при трассировке лучей некоторые лучи удаляются после пяти циклов рекурсии.



Рис. 3. Микроскопическое изображение структуры листовой бумаги (вид сверху)

Результаты моделирования

Результаты моделирования распространения света в образце из бумаги типа васи приведены на рис. 4.

Для моделирования распространения света в профилированных и непрофилированных моделях (рис. 1) они помещаются в куб из ячеек размером 128 x 128 x 128. Трассирующие лучи света с длиной волны 400 нм и соответствующими показателями отражения и преломления 1 и 1,5 создаются с целью расчета интегрального значения энергии фотонов E для каждого подкуба.

Каждый луч продолжается до тех пор, пока не произойдет его отражение или прохождение через куб. Для сокращения времени и трудозатрат при трассировке лучей некоторые лучи удаляются после пяти циклов рекурсии аналогично трассировке лучей в бумажном образце. То же число циклов рекурсии используется для расчета распространения света в образце из бумаги.

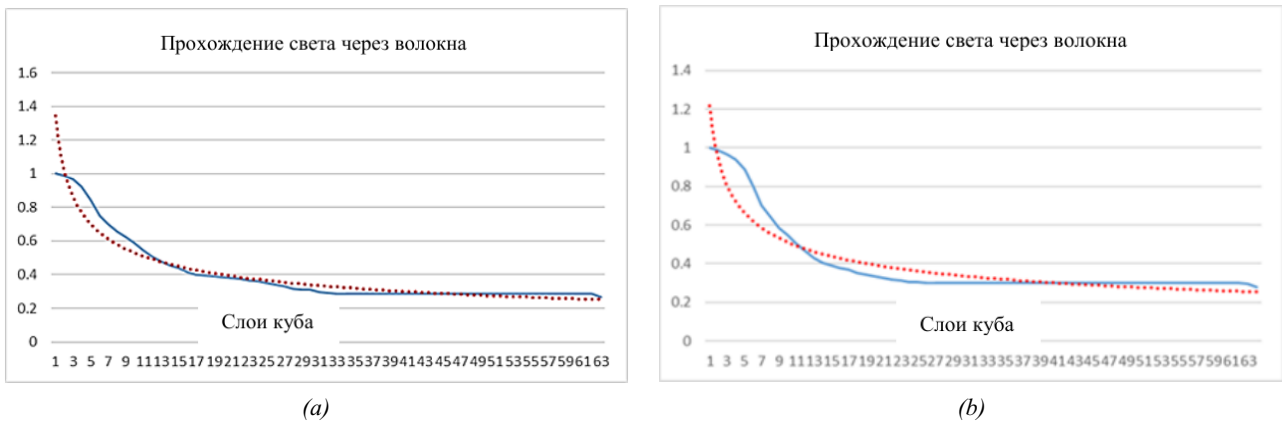


Рис. 4. Моделирование распространения света в образце бумаги типа васи. а) График нормализованной интенсивности света (синяя линия) и приближение степенной функцией (красная линия). б) График нормализованной интенсивности линейно поляризованного света (синяя линия) и приближение степенной функцией (красная пунктирная линия)

В алгоритме RRT мы рассматриваем интенсивность света как скорость, с которой световая энергия поступает в подкуб. Мы изучаем оптимальный вариант данной геометрической модели, оптимизированный по отношению к базовой модели профиля. Координаты вершин трехмерной полигональной модели модифицируются, и полученная деформированная геометрия рассчитывается по алгоритму RRT. Он учитывает набор интенсивностей преломленных и отраженных лучей, находящихся в области под профилированной структурой. Для изменения формы модели используется комбинация методов трассировки лучей генетических алгоритмов оптимизации (ГА). Полученное распределение света для профилированной модели после 331-го шага ГА см. на рис. 5. Наши эксперименты доказывают, что при эволюционной оптимизации геометрии профилированной модели удастся улучшить эффективность затенения относительно базовой конструкции. На рис. 5 также показано, что профилированные конструкции из бумаги способны обеспечить разумное снижение интенсивности света в области под ними.

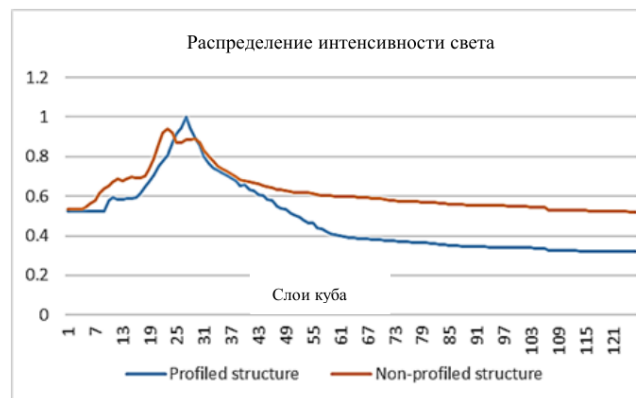


Рис. 5. Моделирование трассировки лучей: графики результирующих данных в слоях куба. На вертикальной оси показаны интенсивности света, нормированные в соответствии со значениями модели профиля. Участок между слоями 4 и 28 представляет собой область модели внутри куба

Отметим, что при эволюционной оптимизации профилированной модели удастся улучшить эффективность затенения относительно базовой конструкции примерно на 2 %, как видно на рис. 6а.

Наш опыт показал, что важные задачи компьютерного моделирования, реконструкции поверхности, анимации и обработки геометрии решаются путем использования методов, основанных на расчете энергии изгиба $\mathbf{h}^t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}$. $\mathbf{A}^{-1}$ — матрица энергии изгиба, $\mathbf{h}$ — вектор так называемых высот. Вопросы, связанные с матрицей $\mathbf{A}$, основанной на использовании радиальных базисных функций, глубоко рас-

сматриваются в работе [24]. Так называемые высоты h в нашем случае являются пространственными преобразованиями, задаваемыми начальной и конечной точками, применяемыми в процессе модификации формы модели путем оптимизации ГА. На рис. 6 показана требующая дальнейшего исследования зависимость между энергией изгиба и распространением света через профилированную конструкцию.

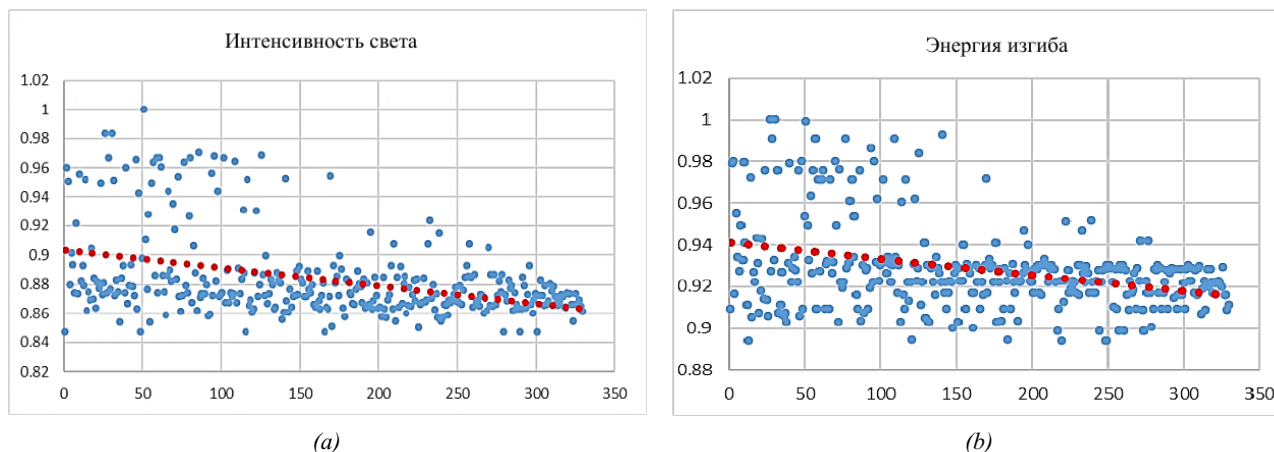


Рис. 6. (a) Распределение силы света на различных этапах итерации в ГА. (b) Значение энергии изгиба. На обоих графиках красные точки показывают линейную зависимость

Заключение

Одним из направлений использования обсуждаемого в настоящей статье алгоритма RRT может стать разработка моделей отражения, преломления и поглощения света в различных типах бумажных конструкций на основе анализа их микроскопических изображений. Время обработки (время выполнения одного расчетного шага) для рассматриваемой модели образца бумаги составляет около 29 с на процессоре Intel Pentium 2,50 ГГц. Очевидно, что для таких приложений необходима параллельная или распределенная обработка.

Это исследование подтверждает нашу идею или доказывает, что подобные бумажные конструкции способны обеспечить существенное снижение интенсивности света под ними.

По результатам моделирования бумажного образца мы рассмотрели оптимальную конструкцию геометрической модели по отношению к базовой профильной модели. Критерий распределения интенсивности света с использованием трассировки по геометрическому полю реализован в виде алгоритма RRT. Здесь не представлены результаты совершенствования геометрии в плане моделирования характеристик распространения света. Отметим, что не существует четкой границы между улучшенной моделью, полученной при использовании модели распространения света К-М [1], и рассмотренной в данной работе. Тем не менее для доказательства применимости разработанной модели бумаги мы должны продемонстрировать согласие между результатами моделирования распространения света и экспериментальными данными. Это наша актуальная задача на будущее. Существует интересный вопрос об определении функции приспособленности для оптимизации профилированных моделей. Поляризованный свет образуется при взаимодействии неполяризованного света с материалами, частицами и поверхностями. Таким образом, мы можем определить функцию приспособленности как результат всех пропускаемых через среду световых лучей или как поток поляризованного света. Это открытый вопрос, который требует дальнейшего рассмотрения. Еще один интересный вопрос — наличие очевидной корреляции между энергией изгиба профилированных моделей и распределением рассеяния света.

Для подтверждения результатов, полученных в этом исследовании, потребуется проведение большего количества экспериментов. Тем не менее наше численное моделирование распространения света через волокнистые структуры показывает почти экспоненциально затухающую зависимость от толщины образца бумаги.

ЛИТЕРАТУРА

1. Savchenko M., Savchenko V., Abe A., Hagiwara I., Thai P. T. A Study on an Origami-Based Structure for Use as a Sun Umbrella. *SN Applied Sciences*. 2020;2(7):1278. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42452-020-3018-3>.
2. Yu Y. *UV Interactions with Fibres and Fibrous Structures*. Dissertation, Deakin University, Australia. 2015. Режим доступа: <http://hdl.handle.net/10536/DRO/DU:30084236>.
3. *Paper Umbrellas*. Режим доступа: <https://www.pinterest.com/dharamayavat/paper-umbrellas>.
4. Kubelka P. New Contributions to the Optics of Intensely Light-Scattering Materials. Part I. *Journal of the Optical Society of America*. 1948;38(5):448–457. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.38.000448>.
5. Kubelka P. New Contributions to the Optics of Intensely Light-Scattering Materials. Part II. *Journal of the Optical Society of America*. 1954;44(4):330–335. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.44.000330>.
6. Lvovsky A. I. Fresnel Equations. *Encyclopedia of Optical and Photonic Engineering*. New York; 2013. Pp. 1–6.
7. Kouko J., Turpeinen T., Kulachenko A., Hirn U., Retulainen E. Understanding Extensibility of Paper: Role of Fibre Elongation and Fibre Bonding. *Tappi Journal*. 2020;19(March):125-135. DOI: 10.32964/TJ19.3.125.
8. Granberg H., Béland M.-C. Modelling the Angle-Dependent Light Scattering from Sheets of Pulp Fibre Fragments. *Nordic Pulp and Paper Research Journal*. 2004;19(3):354–359. DOI: 10.3183/NPPRJ-2004-19-03-p354-359.
9. Carlsson J., Persson W., Hellentin P., Malmqvist L. The Propagation of Light in Paper: Modelling and Monte-Carlo Simulations. *Proceedings of the International Paper Physics Conference*. 1995, 83–86.
10. Bjuggren M., Quinteros T., Béland M.-C., Krummenacher L., Mattsson L. Light and Paper: Progress Report 1995-96. *Institute of Optical Research Technical Report*. 1997;316.
11. Hainzl R., Berglind R., Bjuggren M., Beland M.-C., Quinteros T., Granberg H., Mattsson L. A New Light Scattering Model for Simulating the Interaction between Light and Paper. *Proceedings of the TAPPI International Printing and Graphic Arts Conference*. 2000;9–17.
12. Raunio J.-P. *Quality Characterization of Tissue and Newsprint paper based on Image Measurements; Possibilities of On-line Imaging*. Dissertation, Tampere University of Technology, Publication 1270. 2014. ISBN 978-952-15-3416-4, ISSN 1459-2045.
13. Krölinga H., Endresb A., Nubboc N., Fleckensteinc J., Miletzkyb A., Schabel S. Anisotropy of Paper and Paper Based Composites and the Modelling Thereof. *ECCM 16 – 16th European Conf. on Composite Materials*, Seville, Spain, 22–26 June 2014.
14. Hubbe M., Pawlak J., Koukoulas A. Paper's Appearance: A Review. *Bioresources*. 2008;3(2). DOI: 10.15376/biores.3.2.627–665.
15. Li Y., Fu Q., Yang X., Berglund L. Transparent Wood for Functional and Structural Applications. *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2018;376:20170182. DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2017.0182>.
16. Chen H., Baitenov A., Li Y., Vasileva E., Popov S., Sychugov I., Yan M., Berglund L. Thickness Dependence of Optical Transmittance of Transparent Wood: Chemical Modification Effects. *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 2019;11(38):35451–35457. DOI: <https://doi.org/10.1021/acsami.9b11816>.
17. Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. Sixth Corrected ed., Pergamon, Oxford; 1989.
18. Grundy W. M., Doute S., Shmitt B. A Monte Carlo Ray-Tracing Model for Scattering and Polarization by Large Particles with Complex Shapes. *Journal of Geophysical Research*. 2000;105(E12):29291–29314. DOI: <https://doi.org/10.1029/2000JE001276>.
19. Kumar L., Silva L. Light Ray Tracing through a Leaf Cross Section. *LARS Technical Reports*. 1972;16. Режим доступа: <http://docs.lib.purdue.edu/larstech/16>.
20. Simon K., Trachsler B. A Random Walk Approach for Light Scattering in Material. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science AC*. 2003;289–300.
21. Gustafsson Coppel L., Edström P. Open Source Monte Carlo Simulation Platform for Particle Level Simulation of Light Scattering from Generated Paper Structures. *Papermaking Research Symposium [Internet]*. 2009. Режим доступа: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:miun:diva-9122>.
22. Elvins T. T. A Survey of Algorithms for Volume Visualization. *Computer Graphics*. 1992;26(3):194–201.
23. Havran V., Sixta F. Comparison of Hierarchical Grids. *Ray Tracing News*. 1999;12(1). Режим доступа: <http://jedi.ks.uiuc.edu/~johns/raytracer/rtn/rtnv12n1.html#art3>.
24. Василенко В. А. *Слайн-функции: теории, алгоритмы, программы*. Новосибирск: Наука; 1983.