

DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-4-08

## МЕТАПЕРЕХОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Г. Е. Деев<sup>а</sup>, С. В. Ермаков<sup>б</sup>

Обнинский институт атомной энергетики, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Обнинск, Российская Федерация,

<sup>а</sup> georgdeo@mail.ru, <sup>б</sup> ermakov@iate.obninsk.ru

*Аннотация:* метод порождения бесконечной последовательности устройств:  $KU \xrightarrow{\text{экстравертность}} БКУ \xrightarrow{\text{свертка}} KU \xrightarrow{\text{экстравертность}} БКУ \xrightarrow{\text{свертка}} \dots$ , где  $KU$  — конечное устройство,  $БКУ$  — бесконечное устройство, приведенный в статье [1] в обобщенном виде, в рассматриваемой статье проиллюстрирован на конкретном примере, когда в качестве первичного конечного устройства взято достаточно простое устройство,  $\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ , основной вычисляемой функцией которого является тождественное отображение. Выясняется, что среди конечных устройств генерируемой последовательности, а также ее боковых ответвлений содержатся многие используемые в математике функции и, более того, при движении вдоль последовательности вправо к бесконечности много такого, что мы еще не используем в нашей математике актуально, хотя и имеем об этом общие представления. Важно, что конечные элементы этой последовательности задаются в виде вычислительных устройств, используемых в теоретической работе над ними, а также приспособленных к реализации их в «железе» и дальнейшему созданию на их основе В-компьютеров [6]. Основными метаоперациями, выполняемыми над элементами этой последовательности, являются *экстравертность* и *свертка*.

*Ключевые слова:* числоид, экстравертность по состояниям, ядро автомата, основная вычисляемая функция, сопутствующие функции.

*Благодарности:* работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-07-00862.

*Для цитирования:* Деев Г. Е., Ермаков С. В. Метакпереходы вычислительных устройств. *Успехи кибернетики*. 2022;3(4):65–74. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-4-08.

## META TRANSITIONS IN COMPUTERS

G. E. Deev<sup>a</sup>, S. V. Ermakov<sup>b</sup>

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, National Research Nuclear University MEPhI, Obninsk, Russian Federation

<sup>a</sup> georgdeo@mail.ru, <sup>b</sup> ermakov@iate.obninsk.ru

*Abstract:* paper [1] proposes a general method for generating an infinite sequence of automata:  $FA \xrightarrow{\text{deconvolution}} IFA \xrightarrow{\text{convolution}} FA \xrightarrow{\text{deconvolution}} IFA \xrightarrow{\text{convolution}} \dots$ , where  $FA$  is a finite automaton, and  $IFA$  is an infinite automaton. This study presents an example where a simple  $\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$  device is the primary finite automaton. Its main computable function is an identity map. It was found that the generated main sequence of finite automata and its side branches contain many known functions. Moreover, as we move along the sequence to the right to infinity, there are many entities still not used in mathematics, although we have some general notions. Note that the finite elements in this sequence are specified as computational devices suitable for theoretical research, hardware implementation, and the creation of B-computers [6]. The key meta-operations applied to the elements of the sequence are *deconvolution* and *convolution*.

*Keywords:* numberid, deconvolution of states, automaton kernel, main computable function, associated functions.

*Acknowledgements:* this study was supported by the RFBR grant 20-07-00862.

*Cite this article:* Deev G. E., Ermakov S. V. Meta Transitions in Computers. *Russian Journal of Cybernetics*. 2022;3(4):65–74. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-4-08.

## Введение

В конце статьи [1] показана схема вычислительного симбиоза конечных и бесконечных устройств, представленная последовательностью:

$$KU \xrightarrow{\text{экстравертность}} БКУ \xrightarrow{\text{свертка}} KU \xrightarrow{\text{экстравертность}} БКУ \xrightarrow{\text{свертка}} \dots, \quad (1)$$

где КУ — конечное устройство, БКУ — бесконечное устройство. Все КУ и БКУ различны. При перемещении по стрелкам получаются все более совершенные устройства, как конечные, так и бесконечные. В каком смысле более совершенные вычислительные устройства? По понятным причинам нас интересуют, прежде всего, конечные устройства. Усовершенствование происходит по двум показателям. Во-первых, конечное устройство, происходящее из бесконечного, оказывается способным вести все вычисления, которые проводило исходное бесконечное устройство, но, более того, оно оказывается способным вести вычисления, которые не были включены в программу вычислительных возможностей бесконечного устройства. Другими словами, синтезированное *конечное* устройство оказывается «более мощным», чем породившее его *бесконечное* устройство. Эффект, заслуживающий внимания. Во-вторых, порожденное конечное устройство имеет большее количество независимых переменных, что также указывает на увеличение возможностей этого устройства, по сравнению с родительским устройством.

Переход от КУ<sub>1</sub> к КУ<sub>2</sub> по схеме КУ<sub>1</sub>  $\xrightarrow{\text{экстравертность}}$  БКУ<sub>1</sub>  $\xrightarrow{\text{свертка}}$  КУ<sub>2</sub> есть метасистемный переход от устройств типа КУ<sub>1</sub> и БКУ<sub>1</sub>, расположенных в «нижнем» мире устройств, причем БКУ<sub>1</sub> является предельным воплощением устройств типа КУ<sub>1</sub> в нижнем мире устройств, а КУ<sub>2</sub> является устройством из «более высокого» мира устройств, которое, будучи конечным в этом мире устройств, может выполнить все вычисления устройств типа КУ<sub>1</sub> и БКУ<sub>1</sub> из «нижнего» мира. При этом важно, что устройство КУ<sub>2</sub>, будучи конечным, может быть реализовано «в железе».

По этой схеме связь вычислительных миров происходит через бесконечность. Инструментом, посредством которого происходит связь миров, является свертка [2, 3]. Свертка применима всегда.

### Устройство $\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$

Далее мы рассмотрим переходы типа КУ<sub>1</sub>  $\xrightarrow{\text{экстравертность}}$  БКУ<sub>1</sub>  $\xrightarrow{\text{свертка}}$  КУ<sub>2</sub>, взяв за основу в роли КУ<sub>1</sub> устройство  $\sum_{i=1}^{\infty} \bar{x}_i|\bar{q}_{(4)} = \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ ,  $\bar{x}_1 = \bar{x} = \dots x_r \dots x_1 x_0$ ,  $x \in Z_{(4)} = \{0,1,2,3\}$ ,  $\bar{q} \in Q_1 = \{\overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1\}$ , функционирующее в четверичной системе счисления и заданное таблицей 1.

Таблица 1

Автомат  $\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ ,  $Q_1 = \{\overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1\}$

x \ q	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$
0	$\overleftarrow{3}, 3$	$\overleftarrow{0}, 0$	$\overleftarrow{0}, 1$
1	$\overleftarrow{0}, 0$	$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$
2	$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$
3	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$

Его формульное задание таково:

$$\begin{cases} \theta \bar{q}x = \rangle x + \bar{q} \langle, \\ \sigma \bar{q}x = \langle x + \bar{q} \rangle, \end{cases} \quad (2)$$

где  $x \in Z_{(4)} = \{0,1,2,3\}$ ,  $\bar{q} \in Q_1 = \{\overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1\}$ ,  $\theta$  — функция переходов,  $\sigma$  — функция выходов,  $\langle \overleftarrow{0} x_n \dots x_1 x_0 \rangle = x_0$ ,  $\rangle \overleftarrow{0} x_n \dots x_1 x_0 \langle = \overleftarrow{0} x_n \dots x_1$  — функции отрыва,  $\bar{x} = \overleftarrow{0} x_n \dots x_1 x_0$  — число, подаваемое на вход,  $x_i \in Z_{(4)} = \{0,1,2,3\}$  — цифры,  $\overleftarrow{0} = \dots 00 \dots 000$  — бесконечное число нулей, начиная с некоторого разряда; аналогично,  $\overleftarrow{3} = \dots 33 \dots 333$ .

Помимо табличного и формульного задания (2) устройство имеет задание с помощью В-схемы.

Это устройство известно также под названием автомат сдвига [4, 5]. Мы дали ему другое обозначение, по сравнению с ранее использованным  $S \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ , поскольку оно единообразно включается в семейство устройств (1) с похожими обозначениями.

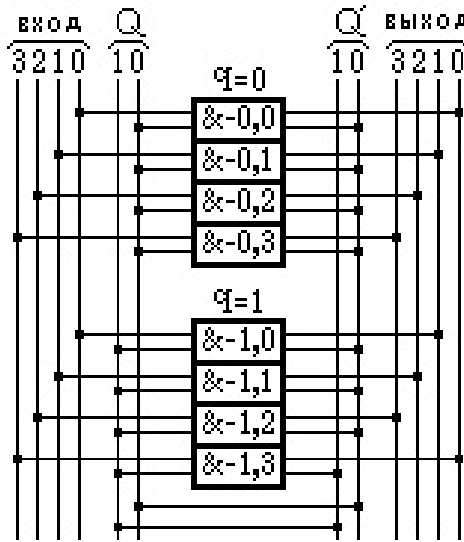


Рис. 1. В-схема устройства  $\bar{x}|\bar{q}(4)$

Ядро автомата содержит три состояния:  $Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1 \}$ . Напомним определение ядра  $Q_{nuc}$  автомата:

$$[q \in Q_{nuc}] \xleftrightarrow{def} \left[ \forall x \left[ \theta q x \in Q_{nuc} \right] \& \exists x \left[ \exists q' \left[ q = \theta q' x \right] \right] \right].$$

Таким образом, из состояний ядра возможны переходы только в состояния ядра и в состояния ядра возможны переходы из состояний ядра.

Состояния, задающие границы ядра, находятся из уравнений  $\theta q \overleftarrow{3} = q, \theta q \overleftarrow{0} = q$ . Их корнями являются  $\bar{q} = \overleftarrow{3}, \bar{q} = \overleftarrow{0}, \bar{q} = \overleftarrow{0}1$ , т. е. элементы множества  $Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1 \}$ .

В таблице выделена ее глубинная ядерная часть. Как видно, основной вычисляемой функцией является тождественное отображение:  $f_0(\bar{x}) \equiv \bar{x} \equiv 1 \cdot \bar{x}$ . Ее вычисление происходит при постановке автомата в качестве начального в состоянии  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ . С точки зрения схемной интерпретации, устройство, поставленное в состояние  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ , осуществляет задержку на один такт, длительность которого равна задержке в элементе &. Помимо основной имеются две сопутствующие функции. Они вычисляются из состояний, отличных от  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ . Сопутствующая функция  $f_1(\bar{x}) \equiv \bar{x}|\overleftarrow{0}1$  вычисляется при постановке автомата в качестве начального в состоянии  $\bar{q} = \overleftarrow{0}1$ . С помощью сопутствующей функции  $f_1(\bar{x})$  определяется отношение непосредственного следования. Мы говорим, что  $\bar{x}'$  непосредственно следует за  $\bar{x}$ , если  $\bar{x}' = \bar{x}|\overleftarrow{0}1$ . Это определение может быть аксиоматизировано (будет иметь место полное совпадение с обычной аксиоматикой), но нужно отметить, что аксиоматическое задание отношения непосредственного следования является вторичным по сравнению с вычислительным согласно *принципу*: вначале дается объект, а потом изучаются его свойства. Первичным является устройство  $\bar{x}' = \bar{x}|\overleftarrow{0}1$ , а затем мы изучаем его свойства. Канонизируя эти свойства, получаем аксиоматику понятия непосредственного следования. А posteriori можно обратить ситуацию и из аксиоматики получить представление об устройстве.

Приведем пример нахождения непосредственно следующего элемента с использованием функции  $f_1(\bar{x})$ .

Пример 1. Пусть  $\bar{x} = \overleftarrow{0}322, \bar{q} = \overleftarrow{0}1$ . За вычислением следим с помощью развертки:

0	$t \geq 3$	2	1	0	$t$
	$\overleftarrow{0}$	3	2	2	$x$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	3	2	3	$y$

Читаем результат:  $\overleftarrow{0} 322 | \overleftarrow{0} 1 = \overleftarrow{0} 323$ . Устройство информирует нас о том, что числом, непосредственно следующим за  $\bar{x} = \overleftarrow{0} 322$ , является  $\bar{x}' = \overleftarrow{0} 323$ .

Другая сопутствующая функция  $f_{-1}(\bar{x}) \equiv \bar{x} | \overleftarrow{3}$  вычисляется при постановке автомата в состояние  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  в качестве начального. С помощью сопутствующей функции  $f_{-1}(\bar{x})$  определяется отношение непосредственного предшествования. Мы говорим, что ' $\bar{x}$  непосредственно предшествует  $\bar{x}$ ', если ' $\bar{x} = \bar{x} | \overleftarrow{3}$ '. Это определение также может быть аксиоматизировано с комментарием, аналогичным комментарию для  $f_1(\bar{x})$ .

Приведем пример нахождения непосредственно предшествующего элемента с использованием функции  $f_{-1}(\bar{x})$ .

*Пример 2.* Пусть  $\bar{x} = \overleftarrow{0} 322$ ,  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$ . За вычислением следим с помощью развертки:

0	$t \geq 3$	2	1	0	$t$
	$\overleftarrow{0}$	3	2	2	$x$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{3}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	3	2	1	$y$

Читаем результат:  $\overleftarrow{0} 322 | \overleftarrow{3} = \overleftarrow{0} 321$ . Устройство информирует нас о том, что числом, непосредственно предшествующим числу  $\bar{x} = \overleftarrow{0} 322$ , является ' $\bar{x} = \overleftarrow{0} 321$ '.

Интересным также является вопрос о том, что предшествует нулю, т.е. элементу  $\overleftarrow{0}$ . *Пример 3.* Для нахождения предшествующего элемента, согласно определению ' $\bar{x} = \bar{x} | \overleftarrow{3}$ ', вместо  $\bar{x}$  надо взять  $\overleftarrow{0}$ . Имеем развертку

0	$t \geq 3$	2	1	0	$t$
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$x$
$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{3}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{3}$	3	3	3	$y$

Читаем результат:  $\overleftarrow{3} = \overleftarrow{0} | \overleftarrow{3}$ , т.е. объект, предшествующий нулю, изображается автоматом как  $\overleftarrow{3}$ . Но, по нашим представлениям, таковым объектом является минус единица,  $(-1)$ . Следовательно,  $\overleftarrow{3}$  играет роль  $(-1)$ , что и использовано в таблице 1.

Строго говоря, определению понятия ядра автомата удовлетворяют четыре множества:  $Q_{\text{нис}}^{(-1)} = \{\overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}\}$ ,  $Q_{\text{нис}}^{(0)} = \{\overleftarrow{0}\}$ ,  $Q_{\text{нис}}^{(1)} = \{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0} 1\}$  и  $Q_{\text{нис}}^{(00)} = \{\overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0} 1\}$ . Ядро  $Q_{\text{нис}}^{(0)}$  — глубинное,  $Q_{\text{нис}}^{(00)}$  — полное. На глубинном ядре устройство вычисляет основную функцию — тождественное отображение. На полном ядре из состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{0} 1$  устройство реализует внутреннее экстравертирование по отношению к основной функции и вычисляет новую функцию — функцию сдвига на множестве натуральных чисел (в число которых включается ноль,  $\overleftarrow{0}$ ), вычисляя для каждого числа непосредственно следующее за ним:  $\bar{x}' = \bar{x} | \overleftarrow{0} 1$ . Устройство в этом состоянии выполняет, по терминологии аксиоматики Пеано, роль *последователя*, являясь материализацией этого абстрактного понятия. На полном ядре из состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  устройство реализует другое внутреннее экстравертирование по отношению к основной функции и вычисляет новую функцию — функцию отрицательного сдвига на множестве натуральных чисел, вычисляя для каждого числа непосредственно предшествующее ему число: ' $\bar{x} = \bar{x} | \overleftarrow{3}$ '.

Совокупная вычислительная работа устройства из состояний  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{0} 1$  приводит к порождению множества всех целых чисел  $Z = \{\dots, \overleftarrow{3} 1, \overleftarrow{3} 2, \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0} 1, \overleftarrow{0} 2, \dots\}$ , где использованы числоидные представления:  $-1 = \overleftarrow{3} = \dots 333$ ,  $-2 = \overleftarrow{3} 2 = \dots 332$  и т. д.

Экстравертирование по состояниям автомата  $\bar{x} | \bar{q}_{(4)}$  порождает бесконечный автомат  $\bar{x} | \bar{q}_{(4)}$ ,  $\bar{q} \in Q_{\infty} = Z = \{\dots, \overleftarrow{3} 1, \overleftarrow{3} 2, \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0} 1, \overleftarrow{0} 2, \overleftarrow{0} 3, \dots\}$  с теми же уравнениями функционирования (2) и с тем же ядром  $Q_{\text{нис}}^{(00)} = Q_{\text{нис}}^{(-1)} \cup Q_{\text{нис}}^{(0)} \cup Q_{\text{нис}}^{(1)}$ .

**Устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 | \bar{q}_{(4)}$**

Выполнив экстравертирование и свертку автомата  $\sum_{i=1}^{i=1} \bar{x}_i | \bar{q}_{(4)} = \bar{x} | \bar{q}_{(4)}$  [3], приходим к устройству

$\sum_{i=1}^{i=2} \bar{x}_i | \bar{q}_{(4)} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 | \bar{q}_{(4)}$  (используем далее второе из двух обозначений), табличное задание которого приведено далее.

Состояния, задающие границы ядра, ядра находятся из уравнений  $\langle q \rangle = q$  и  $\langle 12 + q \rangle = q$ . Первому уравнению удовлетворяют  $q = \overleftarrow{3}$  и  $q = \overleftarrow{0}$ , нижняя граница ядра. Второму уравнению удовлетворяют  $q = \overleftarrow{0}1$  и  $q = \overleftarrow{0}2$ , верхняя граница ядра. Они продолжают друг друга и в совокупности дают полное ядро  $Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2 \}$ .

Устройство имеет четыре ядра:  $Q_{nuc}^{(-1)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1 \}$ ,  $Q_{nuc}^{(0)} = \{ \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1 \}$  – глубинное,  $Q_{nuc}^{(1)} = \{ \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2 \}$  и  $Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2 \}$  – полное.  $Q_{nuc}^{(00)} = Q_{nuc}^{(-1)} \cup Q_{nuc}^{(0)} \cup Q_{nuc}^{(1)}$ . Из начального состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$  устройство вычисляет основную функцию  $f_0(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$ , из состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{0}1$  устройство вычисляет функцию  $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + 1$ , из состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{0}2$  устройство вычисляет функцию  $f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + 2$ , из состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  устройство вычисляет функцию  $f_{-1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \overleftarrow{3} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - 1$ .

Функции  $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2), f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2), f_{-1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  – сопутствующие.

Операция сложения  $f_0(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$  определяется функцией  $f_0$  как первичная, а все ее свойства (аксиоматика и следствия), вытекающие из таблицы 2, вторичны.

Таблица 2

Устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 | \bar{q}_{(4)}$

		$q$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$
$x_1$	$x_2$					
0	0		$\overleftarrow{3}, 3$	$\overleftarrow{0}, 0$	$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$
1	0		$\overleftarrow{0}, 0$	$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$
2	0		$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$
3	0		$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$
0	1		$\overleftarrow{0}, 0$	$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$
1	1		$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$
2	1		$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$
3	1		$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$	$\overleftarrow{0}1, 2$
0	2		$\overleftarrow{0}, 1$	$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$
1	2		$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$
2	2		$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$	$\overleftarrow{0}1, 2$
3	2		$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$	$\overleftarrow{0}1, 2$	$\overleftarrow{0}1, 3$
0	3		$\overleftarrow{0}, 2$	$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$
1	3		$\overleftarrow{0}, 3$	$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$	$\overleftarrow{0}1, 2$
2	3		$\overleftarrow{0}1, 0$	$\overleftarrow{0}1, 1$	$\overleftarrow{0}1, 2$	$\overleftarrow{0}1, 3$
3	3		$\overleftarrow{0}1, 1$	$\overleftarrow{0}1, 2$	$\overleftarrow{0}1, 3$	$\overleftarrow{0}2, 0$

Покажем, что это устройство (оно играет роль КУ<sub>2</sub>) вычисляет все функции предыдущего вычислительного уровня.

Если взять  $\bar{x}_2 = \overleftarrow{0}$ ,  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ , то устройство будет вычислять тождественное отображение.

Если взять  $\bar{x}_2 = \overleftarrow{0}$ ,  $\bar{q} = \overleftarrow{0}1$ , то устройство будет вычислять сдвиг вправо.

Если взять  $\bar{x}_2 = \overleftarrow{0}$ ,  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$ , то устройство будет вычислять сдвиг влево.

Если взять  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ , то устройство будет вычислять функцию  $f_0(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$ , т.е. сдвиг величины  $\bar{x}_1$  на величину  $\bar{x}_2$ .

Тем самым, в соответствии с ранее сказанным, устройство действительно вычисляет все функции, которые доступны устройству  $\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$  из предыдущего «вычислительного мира», в том числе и в бесконечном его варианте. Обращаем при этом внимание на тот факт, что устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2|\bar{q}_{(4)}$  конечное, т. е. конечное устройство вычисляет все то, что вычисляет бесконечное на предыдущем вычислительном уровне [3–5]. Покажем на примере, как оно вычисляет основную функцию.

*Пример 4.* Пусть даны два натуральных числа  $\bar{x}_1 = \overleftarrow{0}213303$  и  $\bar{x}_2 = \overleftarrow{0}332013$ . На вход устройства  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2|\bar{q}_{(4)}$  числа  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  поступают одновременно поразрядно парами цифр,  $\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overleftarrow{0} \\ \overleftarrow{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ . За вычислением следим с помощью развертки:

0	$t \geq 7$	6	5	4	3	2	1	0	$t$
	$\begin{pmatrix} \overleftarrow{0} \\ \overleftarrow{0} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \overleftarrow{0} \\ \overleftarrow{0} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	1	2	1	1	3	2	2	$y$

В последней строке читаем легко проверяемый результат:  $\overleftarrow{0}213303 + \overleftarrow{0}332013|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}1211322$ .

Выпишем уравнения функционирования этого устройства. Имеем

$$\begin{cases} \theta\bar{q}(x_1, x_2) = \rangle x_1 + x_2 + \bar{q} \langle, \\ \sigma\bar{q}(x_1, x_2) = \langle x_1 + x_2 + \bar{q} \rangle, \end{cases} \quad (3)$$

$$\bar{q} \in Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2 \}, x_i \in Z_{(4)} = \{0, 1, 2, 3\}.$$

Очевидно, что уравнения имеют смысл не только для  $\bar{q} \in Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2 \}$ , но и для любых  $\bar{q}$  из множества целых чисел  $\bar{q} \in Q_\infty = Z = \{ \dots, \overleftarrow{3}1, \overleftarrow{3}2, \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \overleftarrow{0}3, \dots \}$ . Поэтому экстравертирование по состояниям *возможно* и мы естественным образом переходим к автомату (3) с бесконечным числом состояний. Применяя к нему свертку [2],[3], получаем конечный автомат следующего вычислительного уровня, выполняющий все функции автомата (3), а также кое-что дополнительно.

**Устройство**  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3|\bar{q}_{(4)}$

Уравнения функционирования этого устройства подобны уравнениям (3) и имеют вид:

$$\begin{cases} \theta\bar{q}(x_1, x_2, x_3) = \rangle x_1 + x_2 + x_3 + \bar{q} \langle, \\ \sigma\bar{q}(x_1, x_2, x_3) = \langle x_1 + x_2 + x_3 + \bar{q} \rangle, \end{cases} \quad (4)$$

$$\bar{q} \in Q_{nuc}^{(00)} = \{ \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \overleftarrow{0}3 \}, x_i \in Z_{(4)} = \{0, 1, 2, 3\}.$$

Границы полного ядра находятся из уравнений:

$$\rangle q \langle = q \text{ для левой границы и оказываются равными } \bar{q} = \overleftarrow{3} \text{ и } \bar{q} = \overleftarrow{0};$$

Таблица 3

Устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 | \bar{q}_{(4)}$

		$q$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}3$
$x_1$	$x_2$	$x_3$					
0	0	0	$\overleftarrow{3},3$	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$
1	0	0	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$
2	0	0	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$
3	0	0	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$	$\overleftarrow{0}1,2$
0	1	0	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$
1	1	0	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$
...	...	...	...	...	...	...	...
1	1	1	$\overleftarrow{0}2,0$	$\overleftarrow{0}2,1$	$\overleftarrow{0}2,2$	$\overleftarrow{0}2,3$	$\overleftarrow{0}3,0$

$\rangle 21 + q \langle = q$  для правой границы и оказываются равными  $\bar{q} = \overleftarrow{0}2$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{0}3$ , так что верхняя часть и заключительная строка таблицы 3, задающей это устройство, имеет вид (полностью таблицу, разумеется, не приводим; 64 строки):

Видно, что глубинное ядро  $Q_{nuc}^{(0)} = \{ \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2 \}$ , на котором происходит вычисление основной функции  $f_0(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$ , позволяет вычислить сумму любых трех целых чисел. Про устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 | \bar{q}_{(4)}$  в принципиальном плане может быть сказано все то, что было сказано про предыдущие устройства. На этом можно больше не останавливаться. Для нас важно, сформулировать общий тезис и перейти к дальнейшим рассмотрениям.

Общий тезис: все устройства семейства, порождаемые тандемом (экстравертность  $\rightarrow$  свертка) из устройства  $\bar{x} | \bar{q}_{(4)}$ , однотипны и являются, в частности, сумматорами для одновременного сложения  $\bar{n}$  чисел [2]-[5]. Единообразия порождения имеет следствием подобие структур этих устройств, проявляющее себя при всех способах задания устройств: при табличном способе задания, при задании с помощью формул, при задании В-схемами. Поэтому можно считать, что в первом приближении представление об устройстве  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_{\bar{n}} | \bar{q}_{(4)}$  получено при любом  $\bar{n}$ .

**Устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_{\bar{n}} | \bar{q}_{(4)}$  и производные от него**

Границы полного ядра находятся из уравнений:

$\rangle q \langle = q$  для левой границы и оказываются равными  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ ;

$\rangle 3 \cdot \bar{n} + q \langle = q$  для правой границы и оказываются равными  $\bar{q} = \overleftarrow{n}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{\bar{n}}$ .

Как видно, левая граница ядра для всех  $\bar{n}$  определяется значениями  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ ; с  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  начинается левое внешнее экстравертирование, а  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$  — первое значение глубинного ядра.

Из уравнения  $\rangle 3 \cdot \bar{n} + q \langle = q$  находится значение  $\bar{q}$ , с которого начинается правое внешнее экстравертирование (большой из двух корней,  $\bar{q} = \overleftarrow{\bar{n}}$ ), а меньший из двух корней дает правую границу глубинного ядра,  $\bar{q} = \overleftarrow{\bar{n}}$ , где  $\overleftarrow{\bar{n}}$  — предшествующее  $\bar{n}$  число. Целевая, основная, функция  $f_0(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{\bar{n}}) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_{\bar{n}}$  вычисляется при постановке устройства в начальное состояние  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ , причем все переходы происходят в пределах глубинного ядра  $Q_{nuc}^{(0)} = \{ \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \dots, \overleftarrow{\bar{n}} \}$ . Состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{\bar{n}}$  важны, т. к. с них начинается внешнее по отношению к глубинному ядру экстравертирование. Это особенно ясно на примере первого (т. е. когда  $\bar{n} = 1$ ) устройства  $\bar{x} | \bar{q}_{(4)}$ , из глубинного ядра которого невозможно никакое экстравертирование. Ядерные состояния  $\bar{q} = \overleftarrow{3}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{0}1$  индуцируют его внешнее экстравертирование.

Устройство  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_{\bar{n}} | \bar{q}_{(4)}$  имеет бесконечно много однотипных производных устройств. Их можно считать побочными ответвлениями основной последовательности (1). Чтобы их получить,

разобьем множество  $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{\bar{n}}\}$ , ( $\bar{n} = 1, 2, 3, \dots$ ) на группы:

$$\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{\bar{n}}\} = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{\bar{n}_1}\} \cup \{\bar{x}_{\bar{n}_1+1}, \bar{x}_{\bar{n}_1+2}, \dots, \bar{x}_{\bar{n}_2}\} \cup \dots \cup \{\bar{x}_{\bar{n}_{p-1}+1}, \bar{x}_{\bar{n}_{p-1}+2}, \dots, \bar{x}_{\bar{n}_p}\}, \bar{n}_0 = 0$$

и в пределах каждой группы аргументы возьмем равными, [5]-[7]:

$$\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{\bar{n}}\} = \underbrace{\{\bar{x}_1, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_1\}}_{\bar{n}_1 \text{ раз}} \cup \underbrace{\{\bar{x}_2, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_2\}}_{\bar{n}_2 \text{ раз}} \cup \dots \cup \underbrace{\{\bar{x}_p, \bar{x}_p, \dots, \bar{x}_p\}}_{\bar{n}_p \text{ раз}}.$$

Тогда устройство будет вычислять функцию

$$f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p) = \bar{n}_1 \cdot \bar{x}_1 + \bar{n}_2 \cdot \bar{x}_2 + \dots + \bar{n}_p \cdot \bar{x}_p, \text{ где } \bar{n}_1 + \bar{n}_2 + \dots + \bar{n}_p = \bar{n}.$$

Описанный переход от устройства  $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_{\bar{n}} | \bar{q}_{(4)}$  к устройству  $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p) | \bar{q}_{(4)}$  называется *сверткой по входам*. Ввиду бесконечности количества вариантов равенств  $\bar{n}_1 + \bar{n}_2 + \dots + \bar{n}_p = \bar{n}$  ( $\bar{n}$  произвольно), количество таким образом порожденных устройств также бесконечно. Среди этих устройств есть как известные, сумматоры (при  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \dots = \bar{n}_p = 1$ ), так и не встречавшиеся ранее, сумматоры-вычитатели (если среди чисел  $|\bar{n}_1| = |\bar{n}_2| = \dots = |\bar{n}_p| = 1$  есть числа разных знаков), скалярные произведения константного вектора  $\bar{n}$  на произвольный вектор  $\bar{x}$ , умножители.

Остановимся на случае, когда  $p = 1$ . Тогда мы имеем дело с умножителем на константу [8]:  $\bar{n} \cdot \bar{x} | \bar{q}_{(4)}$ . Его граничные состояния для глубинного ядра таковы:  $\bar{q} = \overleftarrow{0}$  и  $\bar{q} = \overleftarrow{\bar{n}}$ , т. е. в глубинном ядре всего  $\bar{n}$  состояний. При  $\bar{x} = \bar{n}$  происходит вычисление квадрата  $\bar{n}^2$ . Но это частное значение; регулярного вычисления функции  $f(\bar{x}) = \bar{x}^2$  (т. е. одним устройством) не происходит. Тем не менее проследим за процессом вычисления  $\bar{n}^2$  на последовательности устройств  $\bar{n} \cdot \bar{x} | \bar{q}_{(4)}$ , взяв в качестве  $\bar{n}$  значения 2, 3, ..., 101. Посмотрим, как выглядят вычислительные траектории в каждом из устройств.

$\bar{n} = 2$   
Таблица 4  
 $2 \cdot \bar{x} | \bar{q}_{(4)}$

$\begin{matrix} q \\ x \end{matrix}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{01}$
0	$\overleftarrow{0,0}$	$\overleftarrow{0,1}$
1	$\overleftarrow{0,2}$	$\overleftarrow{0,3}$
2	$\overleftarrow{01,0}$	$\overleftarrow{01,1}$
3	$\overleftarrow{01,2}$	$\overleftarrow{01,3}$

$\bar{n} = 3$   
Таблица 5  
 $3 \cdot \bar{x} | \bar{q}_{(4)}$

$\begin{matrix} q \\ x \end{matrix}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{01}$	$\overleftarrow{02}$
0	$\overleftarrow{0,0}$	$\overleftarrow{0,1}$	$\overleftarrow{0,2}$
1	$\overleftarrow{0,3}$	$\overleftarrow{01,0}$	$\overleftarrow{01,1}$
2	$\overleftarrow{01,2}$	$\overleftarrow{01,3}$	$\overleftarrow{02,0}$
3	$\overleftarrow{02,1}$	$\overleftarrow{02,2}$	$\overleftarrow{02,3}$

$\bar{n} = 10$   
Таблица 6  
 $10 \cdot \bar{x} | \bar{q}_{(4)}$

$\begin{matrix} q \\ x \end{matrix}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{01}$	$\overleftarrow{02}$	$\overleftarrow{03}$
0	$\overleftarrow{0,0}$	$\overleftarrow{0,1}$	$\overleftarrow{0,2}$	$\overleftarrow{0,3}$
1	$\overleftarrow{01,0}$	$\overleftarrow{01,1}$	$\overleftarrow{01,2}$	$\overleftarrow{01,3}$
2	$\overleftarrow{02,0}$	$\overleftarrow{02,1}$	$\overleftarrow{02,2}$	$\overleftarrow{02,3}$
3	$\overleftarrow{03,0}$	$\overleftarrow{03,1}$	$\overleftarrow{03,2}$	$\overleftarrow{03,3}$

Соответствующие развертки при вычислении квадратов показаны ниже. Как видно, при вычислении квадратов используются не все возможности устройств. То, что используется, выделено заливкой. Содержимое остальных клеток устройств с точки зрения возведения в квадрат бесполезно, и мы их можем удалить. В результате получаются таблицы 4'-6', приспособленные только для возведения в квадрат. Они показаны под развертками.



Развертки:

вычисление $2^2$			
$t \geq 2$	1	0	$t$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	2	$x$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	0	$q$
$\overleftarrow{0}$	1	0	$y$

вычисление $3^2$			
$t \geq 2$	1	0	$t$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	$x$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}2$	0	$q$
$\overleftarrow{0}$	2	1	$y$

вычисление $10^2$				
$t \geq 3$	2	1	0	$t$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	1	0	$x$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	0	0	$q$
$\overleftarrow{0}$	1	0	0	$y$

$$\bar{n} = 2$$

Таблица 4'

$$2 \cdot 2 | \bar{q}_{(4)}$$

$$\bar{n} = 3$$

Таблица 5'

$$3 \cdot 3 | \bar{q}_{(4)}$$

$$\bar{n} = 10$$

Таблица 6'

$$10 \cdot 10 | \bar{q}_{(4)}$$

$\overset{q}{x}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$
0	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$
1		
2	$\overleftarrow{0}1,0$	
3		

$\overset{q}{x}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$
0	$\overleftarrow{0},0$		$\overleftarrow{0},2$
1			
2			
3	$\overleftarrow{0}2,1$		

$\overset{q}{x}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}3$
0	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$		
1	$\overleftarrow{0}1,0$			
2				
3				

Замечательной особенностью этих таблиц является то, что их можно наложить друг на друга так, что выделенные клетки не будут «мешать» друг другу. В результате получится устройство, возводящее в квадрат числа из набора 2, 3, 10. Табличное задание этого устройства приведено в таблице 7.

Таблица 7

$$\bar{x}^2 | \bar{q}_{(4)}, \bar{x} = 2, 3, 10$$

$\overset{q}{x}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$
0	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$
1	$\overleftarrow{0}1,0$		
2	$\overleftarrow{0}1,0$		
3	$\overleftarrow{0}2,1$		

Нетрудно проверить, что оно действительно возводит в квадрат числа 2, 3, 10.

Однако идея последовательного наложения устройств дальше не работает, поскольку нулевые состояния умножителей при больших  $\bar{n}$  допускают лишь вариант *дизъюнктивного* наложения содержимого клеток таблицы, что требует дополнительного решения вопросов об идентификации. Вместо этого удобным оказывается введение копий нулевых состояний в итоговой таблице, как это показано далее. Таблица квадратора (будем так называть для краткости устройство, возводящее в квадрат) заметно растет в размерах, но это неизбежно, так как не существует конечного устройства, возводящего произвольное число в квадрат. Числа же, принадлежащие конечному множеству, могут быть возведены в квадрат конечным устройством, каковым и является приведенное далее устройство. Оно легко может быть реализовано в В-технологии даже при больших  $\bar{n}$ .

Далее приведен пример вычисления с помощью синтезированного устройства.

Пример 5. Пусть  $\bar{x} = \overleftarrow{0}32$ ,  $q = \overleftarrow{0}^{\overleftarrow{32}}$ . За вычислением следим с помощью приведенной далее развертки.

Таблица 8

$$\bar{x}^2 | \bar{q}_{(4)}, \bar{x} = 2, \dots, 101$$

$\begin{smallmatrix} q \\ x \end{smallmatrix}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{11}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{12}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{13}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{20}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{21}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{22}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{23}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{30}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{31}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{32}}$
0	$\overleftarrow{0},0$								$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{30}},0$		
1	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$				$\overleftarrow{0}2,1$				$\overleftarrow{0}3,1$	
2	$\overleftarrow{0}1,0$		$\overleftarrow{0}3,0$		$\overleftarrow{0}10,0$		$\overleftarrow{0}11,0$				$\overleftarrow{0}13,0$
3	$\overleftarrow{0}2,1$			$\overleftarrow{0}11,1$				$\overleftarrow{0}20,1$	$\overleftarrow{0}21,0$		

$\begin{smallmatrix} q \\ x \end{smallmatrix}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{33}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{100}}$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{101}}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{101}}$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}3$	$\overleftarrow{0}10$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{101}}$	$\overleftarrow{0}11$
0		$\overleftarrow{0},0$		$\overleftarrow{0},1$		$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{101}}$	$\overleftarrow{0}1,1$
1		$\overleftarrow{0}10,0$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{101}}$	$\overleftarrow{0}1,2$	$\overleftarrow{0}10,2$		$\overleftarrow{0}2,1$			$\overleftarrow{0}3,0$
2						$\overleftarrow{0}11,0$				$\overleftarrow{0}12,1$
3	$\overleftarrow{0}23,1$						$\overleftarrow{0}22,2$			

$\begin{smallmatrix} q \\ x \end{smallmatrix}$	$\overleftarrow{0}12$	$\overleftarrow{0}13$	$\overleftarrow{0}20$	$\overleftarrow{0}21$	$\overleftarrow{0}22$	$\overleftarrow{0}23$	$\overleftarrow{0}30$	$\overleftarrow{0}31$	$\overleftarrow{0}32$
0	$\overleftarrow{0}1,2$	$\overleftarrow{0}1,3$		$\overleftarrow{0}2,1$	$\overleftarrow{0}2,2$		$\overleftarrow{0}3,0$		$\overleftarrow{0}3,2$
1									
2			$\overleftarrow{0}13,2$						
3		$\overleftarrow{0}30,1$				$\overleftarrow{0}32,0$			

0	$t \geq 3$	2	1	0	$t$
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	2	$x$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}3$	$\overleftarrow{0}30$	$\overleftarrow{0}13$	$\overleftarrow{0}^{\overleftarrow{32}}$	$\bar{q}$
	3	0	1	0	$y$

Ответ:  $\overleftarrow{0}32^2 = \overleftarrow{0}3010$ .

Возможности синтеза устройств посредством метапереходов не ограничиваются разобранным случаем. Все изложенное без принципиальных проблем может быть реализовано в В-технологии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Деев Г. Е., Ермаков С. В. Би-бесконечный вычислительный автомат. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):52–62. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-6.
2. Деев Г. Е. Свертка бесконечного автомата в конечный. *Вестник кибернетики*. 2016;1:9–24.
3. Деев Г. Е. Тандем {свертка + экстравертность} как генератор бесконечного семейства автоматов. *Вестник кибернетики*. 2016;3:92–99.
4. Деев Г. Е., Рахов Э. В. *Устройства для сложения числа с константой*: а.с. СССР (по заявке № 1278836), кл. G06 F7/50, бюл. № 47, 1986.
5. Деев Г. Е. *Теория вычислительных устройств*. Санкт-Петербург: Лань; 2019. 452 с.
6. Деев Г. Е., Ермаков С. В. В-компьютеры. *Вестник кибернетики*. 2018;1:143–148.
7. Кальнова П. В. *Абстрактные вычислительные устройства. Параллельные вычисления по входу в семействе умножителей на константу*. Бакалаврская работа, 2017.
8. Новиков А. В. *Построение массива умножителей для 6-ричной системы счисления и их обращений (делителей). Исследование би-бесконечного умножителя  $4 * x | q_{(6)}$* . Магистерская диссертация, 2022.