DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-6

БИ-БЕСКОНЕЧНЫЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АВТОМАТ

Г. Е. Деев[а], **С. В. Ермаков**[б]
Обнинский институт атомной энергетики, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Обнинск, Российская Федерация,
[а] *georgdeo@mail.ru,* [б] *ermakov@iate.obninsk.ru*

Аннотация: на основе свойства экстравертности построен и рассмотрен абстрактный автомат, осуществляющий умножение на $3_{(4)}$ в четверичной системе счисления; помимо этого, он вычисляет бесконечное число родственных операций. Умножитель на $3_{(4)}$ взят для примера из-за его простоты. Устройство бесконечно, отчего оно является, в первую очередь, объектом теоретического исследования. Тем не менее оно имеет и практическую ценность, поскольку с его помощью обнаруживаются возможности реальных вычислительных процессов. В частности, решается вопрос о максимально быстрых вычислениях. Устройство по своей конструкции необычно, т.к. представляет собой Т-образный крест двух бесконечностей: бесконечности по состояниям («горизонтальная» бесконечность) и бесконечности по входному алфавиту («вертикальная» бесконечность), откуда и проистекает название: би-бесконечный. Аналогичные би-бесконечные устройства порождаются многими другими важнейшими вычислительными устройствами. Поэтому переход к би-бесконечности позволяет осуществить углубленное проникновение в суть вычислительных процессов. Конечные срезы всех би-бесконечных устройств реализуемы в В-технологии.

Ключевые слова: числоид, экстравертность по состояниям, экстравертность по входному алфавиту, ядро автомата, основная вычисляемая функция, сопутствующие функции, корневая часть буквы, префикс, алфавитные секции.

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-07-00862.

Для цитирования: Деев Г. Е., Ермаков С. В. Би-бесконечный вычислительный автомат. *Успехи кибернетики*. 2022;3(3):52–62. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-6.

BI-INFINITE CALCULATING AUTOMATON

G. E. Deev[a], **S. V. Ermakov**[b]
Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, National Research Nuclear University MEPhI, Obninsk, Russian Federation
[a] *georgdeo@mail.ru,* [b] *ermakov@iate.obninsk.ru*

Abstract: using the concept of extroversion, we designed and studied an abstract automaton that performs multiplication by $3_{(4)}$ in the quadratic number system; besides, it computes an infinite number of related operations. The multiplier by $3_{(4)}$ is used as an example for simplicity. The device is infinite, so the research is mostly theoretical. Nevertheless, it also has some practical value because it reveals the capabilities of real-life computational processes. In particular, it helps find the fastest possible calculations. The device design is unusual. It is a T-shaped cross of two infinities: the infinity of the states (“horizontal”) and the infinity of the input alphabet (“vertical”). That is why the name: bi-infinity automation. Similar bi-infinite devices are generated by many other critical computing devices. Therefore, the transition to bi-infinity helps better understand the essence of computational processes. B-technology can implement some finite slices of each bi-infinite device.

Keywords: numberid, extroversion by states, extroversion by input alphabet, automaton kernel, main computable function, associated functions, the root part of letter, prefix, alphabetic sections.

Acknowledgements: this work is as supported by the Russian Fund for Basic Research grant 20-07-00862.

Cite this article: Deev G. E., Ermakov S. V. Bi-Infinite Calculating Automaton. *Russian Journal of Cybernetics*. 2022;3(3):52–62. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-3-6.

Умножитель на $3_{(4)}$

Без ограничения общности изложение ведется в четверичной системе счисления. Для произвольного вычислительного устройства используется общее обозначение $f(\bar{x})|\bar{q}_{(k)}$, где $f(\bar{x})$ — основная вычисляемая функция, $\bar{x}$ — операнд, $\bar{x} = \overleftarrow{\tau} x_r \dots x_1 x_0$, $\tau = 0 \vee k-1$, $\bar{q}$ — состояние, $\bar{q} \in Q$, Q — множество состояний, $x \in Z_{(k)} = \{0,1,\dots,k-1\}$ — множество цифр, k — основание системы счисления. Если $Q = \emptyset$, то вычислительное устройство называется *комбинационной схемой*; если $Q \neq \emptyset$, то *автоматом*. Вычисление, выполняемое автоматом в каждый момент времени, может быть изображено схемой $\bar{q},x \to \bar{q}',y$, где $\bar{q}$ — состояние, в котором находится автомат в данный момент времени, x — входной сигнал, поступивший в тот же момент времени, $\bar{q}'$ — состояние, в которое переходит автомат в следующий момент времени, y — выходной сигнал, появившийся на выходе автомата в данный момент времени. Этой схеме соответствует диаграмма, используемая далее в развертках:

$$\begin{array}{ccc} & & x \\ & & | \\ \bar{q}' & \leftarrow & \bar{q} \\ & & \downarrow \\ & & y \end{array}$$

Схема и диаграмма соответствуют одной из возможных трактовок автомата Миля. Удобство данного подхода состоит в разрядном соответствии цифр входа и выхода.

Умножитель на три обозначается $3\cdot\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, где $3\cdot\bar{x}$ — основная вычисляемая функция; остальные вычисляемые функции (сопутствующие функции) связаны с основной и зависят от состояния. Способы задания умножителя: формульный, табличный и с помощью В-схемы.

Формульное задание умножителя

$$\begin{cases} \theta\bar{q}x = \rangle 3 \cdot x + \bar{q} \langle, \\ \sigma\bar{q}x = \langle 3 \cdot x + \bar{q} \rangle, \end{cases} \tag{1}$$

θ — функция переходов, σ — функция выходов, $x \in Z_{(4)} = \{0,1,2,3\}$ — множество цифр, $\bar{q} \in Q_3 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2\right\}$ — множество состояний, $3 = \overleftarrow{0}3 \in N_0 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \overleftarrow{0}3, \dots\right\}$, $\left\langle \overleftarrow{0} x_n \dots x_1 x_0 \right\rangle = x_0$, $\rangle \overleftarrow{0} x_n \dots x_1 x_0 \langle = \overleftarrow{0} x_n \dots x_1$ — функции отрыва.

Вычисление основной функции происходит при постановке умножителя в начальное состояние $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ (см. пример далее) и выполняется по схеме: $\bar{q},x \to \bar{q}' = \theta\bar{q}x, y = \sigma\bar{q},x$.

Табличное задание умножителя

Таблица 1

Автомат $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, $Q_3 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2\right\}$

x \ q	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$
0	$\overleftarrow{0}$,0	$\overleftarrow{0}$,1	$\overleftarrow{0}$,2
1	$\overleftarrow{0}$,3	$\overleftarrow{0}1$,0	$\overleftarrow{0}1$,1
2	$\overleftarrow{0}1$,2	$\overleftarrow{0}1$,3	$\overleftarrow{0}2$,0
3	$\overleftarrow{0}2$,1	$\overleftarrow{0}2$,2	$\overleftarrow{0}2$,3

Задание умножителя с помощью В-схемы см. на рисунке 1.

У автомата три состояния. На схеме состояния изображены горизонтальными коробочками из четырех элементов &. Автомат умножает на три. Убедимся в этом на примере. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}32103$. Тогда развертка, отражающая вычисление, имеет вид:

0	$t>5$	5	4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	2	1	0	3	x
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	2	2	2	3	2	1	y

Пишем результат: $3 \cdot \overleftarrow{0}\,32103|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}\,222321$.

Правильность выполненного вычисления подтверждается «школьным» умножением:

$$\begin{array}{rccccccc} & & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 0} & {\scriptstyle 0} & {\scriptstyle 2} & \\ & \overleftarrow{0} & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ \times & & & & & & & \\ & & & & & & & 3 \\ \hline & \overleftarrow{0} & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{array},$$

где маленькие цифры наверху — цифры переноса.

Экстравертность по состояниям

Экстравертность — это способность устройства производить действия, иные по отношению к действиям, которые являются основными, целевыми. Дополнительные действия можно назвать сопутствующими. По-видимому, эта способность присуща большинству функционирующих объектов.

В связи с умножителем $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ она проявляется в том, что *любой* процесс синтеза, имеющий целью построить вычислительное устройство, осуществляющее умножение $3 \cdot \bar{x}$, приводит нас к единственному минимальному устройству, заданному таблицей 1, которое имеет три состояния, и лишь при постановке его в состояние $\bar{q} = \overleftarrow{0}$ в качестве начального оно вычисляет основную функцию $f(x) = 3 \cdot \bar{x}$, ради которой оно и создавалось. При постановке же в другие состояния устройство выполняет другие действия, которые не имелись в виду при его проектировании. При постановке в

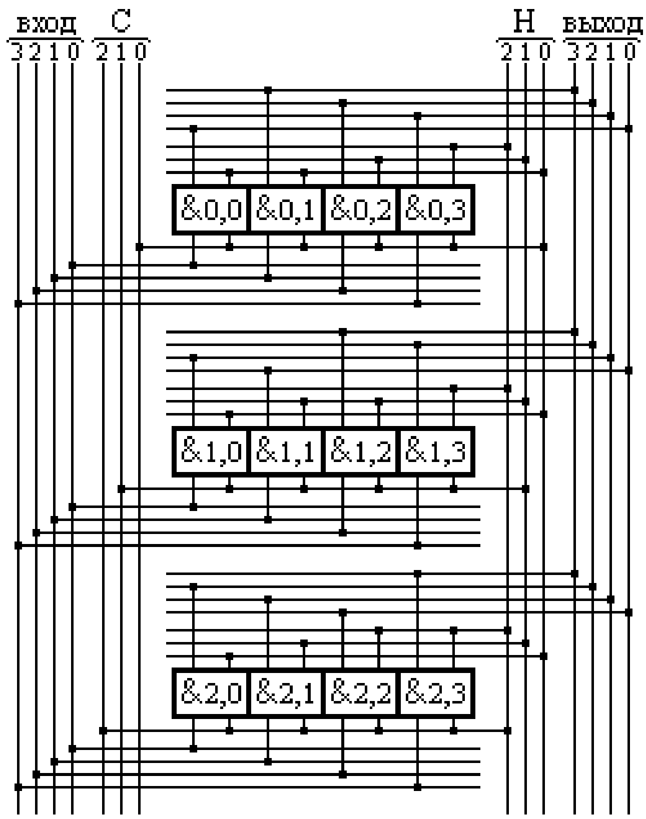


Рис. 1. *B-схема умножителя* $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$

состояние $\bar{q} = \overleftarrow{0}1$ устройство вычисляет функцию $f_1(x) = 3 \cdot \bar{x} + 1$, а при постановке в состояние $\bar{q} = \overleftarrow{0}2$ устройство вычисляет функцию $f_2(x) = 3 \cdot \bar{x} + 2$. Функции $f_1(x) = 3 \cdot \bar{x} + 1$ и $f_2(x) = 3 \cdot \bar{x} + 2$ не имелись в виду при проектировании устройства $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$. По-видимому, есть нечто глубинное, что скрывается от нашего внимания при решении задачи синтеза и что проявляет себя в появлении сопутствующих функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Заметим, что устройство минимально, т. к. удаление любого из состояний приводит к невозможности вычислять основную функцию. *Экстравертность устройства* $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ *проявляется в способности вычислять две новые функции.*

Но оказывается, что экстравертность, проявляющая себя в минимальном устройстве $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, является лишь «затравочной» экстравертностью, ибо, если обратиться к формульному заданию (1) устройства $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, то выясняется, что формульное задание имеет смысл и определяет вычислительное устройство при $\bar{q}$, входящих не только в первоначально порожденное множество $Q_3 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2\right\}$, но и во множество натуральных чисел $Q = N_0 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \ldots\right\}$. Тем самым автомат $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, первоначально определенный лишь для состояний из множества $Q_3 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2\right\}$, порождает новый автомат, способный вести вычисления при любом начальном состоянии из множества $Q = N_0 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \ldots\right\}$. Это бесконечный автомат, вычисляющий из состояний $\bar{q} \in Q = N_0 = \left\{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \ldots\right\}$ новую функцию $f_{\bar{q}}(x) = 3 \cdot \bar{x} + \bar{q}$. Более того, формульное задание (1) устройства $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ работает и в том случае, когда величине $\bar{q}$ придаются значения не только из множества натуральных чисел, но и из множества всех целых чисел $Q = Z = \left\{\ldots, \overleftarrow{3}1, \overleftarrow{3}2, \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \ldots\right\}$. Получающийся при этом бесконечный автомат имеет табличное задание, представленное таблицей 2. В таблице выделено так называемое *ядро автомата.* Ядро обладает большой «притягивающей силой». Это означает, что если автомат поставить в начальное состояние, не совпадающее с состояниями ядра, то автомат довольно быстро попадет в одно из состояний ядра и больше никогда из ядра не выйдет. Отсюда понятно, что в процессе вычислений основная вычислительная нагрузка приходится на ядро, в основном «греется» ядро. Очевидно, что ядро бесконечного автомата совпадает с исходным автоматом, заданным таблицей 1.

Таблица 2

Автомат $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, $\bar{q} \in Q = Z = \left\{\ldots, \overleftarrow{3}1, \overleftarrow{3}2, \overleftarrow{3}, \overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \ldots\right\}$

x \ $\bar{q}$	…	$\overleftarrow{3}23$	$\overleftarrow{3}0$	$\overleftarrow{3}1$	$\overleftarrow{3}2$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}3$	$\overleftarrow{0}10$	$\overleftarrow{0}11$	…
0	…	$\overleftarrow{3}2,3$	$\overleftarrow{3},0$	$\overleftarrow{3},1$	$\overleftarrow{3},2$	$\overleftarrow{3},3$	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$	…
1	…	$\overleftarrow{3},2$	$\overleftarrow{3},3$	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$	$\overleftarrow{0}1,2$	$\overleftarrow{0}1,3$	$\overleftarrow{0}2,0$	…
2	…	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$	$\overleftarrow{0}1,2$	$\overleftarrow{0}1,3$	$\overleftarrow{0}2,0$	$\overleftarrow{0}2,1$	$\overleftarrow{0}2,2$	$\overleftarrow{0}2,3$	…
3	…	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$	$\overleftarrow{0}1,2$	$\overleftarrow{0}1,3$	$\overleftarrow{0}2,0$	$\overleftarrow{0}2,1$	$\overleftarrow{0}2,2$	$\overleftarrow{0}2,3$	$\overleftarrow{0}3,0$	$\overleftarrow{0}3,1$	$\overleftarrow{0}3,2$	…

Проиллюстрируем сказанное на примерах.

Пример 1. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}32123$, $\bar{q} = \overleftarrow{0}32$.

Выбранное начальное состояние $\bar{q} = \overleftarrow{0}32$ находится за пределами таблицы 2, поэтому фигурирующие в последующей развертке состояния, если они не находятся в таблице, вычисляются по формульному заданию (1) автомата. Развертка, следящая за вычислением, такова.

0	$t > 5$	5	4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	2	1	2	3	x
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}11$	$\overleftarrow{0}32$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	2	2	3	1	3	3	y

Видно, что уже при $t = 2$ автомат попадает в ядро и больше из него не выходит. Пишем результат:

$$3 \cdot \overleftarrow{0}\,32123|\overleftarrow{0}\,32 = \overleftarrow{0}\,223133 = \overleftarrow{0}\,223101 + \overleftarrow{0}\,32 = 3 \cdot \overleftarrow{0}\,32123|\overleftarrow{0} + \overleftarrow{0}\,32.$$

Заметив, что $3 \cdot \overleftarrow{0}\,32123|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}\,223101$, приходим к выводу, что подтверждается закон $3 \cdot \bar{x}|\bar{q} = 3 \cdot \bar{x}|\overleftarrow{0} + \bar{q}$, представляющий собой *экстравертность по состояниям.*

Пример 2. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,32123$, $\bar{q}' = \overleftarrow{3}\,02$.

Выбранное в качестве начального состояние $\bar{q}' = \overleftarrow{3}\,02$ является отрицательным состоянием и находится в бесконечной таблице за пределами слева от изображенной части таблицы 2. Отметим, что числа $\bar{q} = \overleftarrow{0}\,32$ и $\bar{q}' = \overleftarrow{3}\,02$ противоположны: $\bar{q} + \bar{q}' = \overleftarrow{0}$.

Развертка для начального состояния $\bar{q}' = \overleftarrow{3}\,02$ такова.

0	$t > 5$	5	4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	2	1	2	3	x
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{3}\,2$	$\overleftarrow{3}\,02$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	2	2	3	0	0	3	y

И здесь видно, что при $t = 2$ автомат попадает в ядро и больше из него не выходит. Пишем результат:

$$3 \cdot \overleftarrow{0}\,32123|\overleftarrow{3}\,02 = \overleftarrow{0}\,223003 = \overleftarrow{0}\,223101 + \overleftarrow{3}\,02 = 3 \cdot \overleftarrow{0}\,32123|\overleftarrow{0} + \overleftarrow{3}\,02,$$

т. е. еще раз подтверждается закон $3 \cdot \bar{x}|\bar{q} = 3 \cdot \bar{x}|\overleftarrow{0} + \bar{q}$, представляющий собой *экстравертность по состояниям.*

Найдем сумму $3 \cdot \bar{x}|\bar{q} + 3 \cdot \bar{x}|\bar{q}'$. В силу противоположности чисел $\bar{q}$ и $\bar{q}'$ она должна быть равна удвоенной величине $3 \cdot \bar{x}|\bar{0}$. И действительно,

$$3 \cdot \bar{x}|\bar{q} + 3 \cdot \bar{x}|\bar{q}' = \overleftarrow{0}\,223133 + \overleftarrow{0}\,223003 = \overleftarrow{0}\,1112202 = \overleftarrow{0}\,223101 + \overleftarrow{0}\,223101 = 3 \cdot \bar{x}|\overleftarrow{0} + 3 \cdot \bar{x}|\overleftarrow{0}.$$

Таким образом, *экстравертность по состояниям*, потенциально содержащаяся в минимальном автомате $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}$, проявлена *в полном объеме* и привела нас к *бесконечному* автомату с основной вычисляемой функцией $f(x) = 3 \cdot \bar{x}$.

Экстравертность по входному алфавиту

В скрытом виде экстравертность по входному алфавиту содержится во всех трех видах задания автоматов, но при задании с помощью формул или с помощью В-схем требуется слишком большая прозорливость, чтобы ее обнаружить. Наиболее удобным инструментом для обнаружения экстравертности по алфавиту является табличный способ задания автоматов. Обращаясь конкретно к автомату $3 \cdot \bar{x}|\bar{q}_{(4)}$, мы находим закономерности, присущие его табличному заданию, с помощью таблицы 3.

Первая секция этой таблицы (секция $s = 1$), по определению, соответствует цифрам входного алфавита $x \in Z_{(4)} = \{0,1,2,3\}$ и отделена от последующих секций жирной горизонтальной чертой сразу после цифры 3.

Следующая — *вторая секция* ($s = 2$) соответствует наборам пар цифр $x_2x_1 \in Z^2_{(4)}$ входного алфавита $Z^2_{(4)} = \{00,01,02,03,10,11,...,22,23,30,31,32,33\}$ — декартова произведения $Z^2_{(4)}$. Эта секция также отделяется от последующих жирной горизонтальной чертой. Первая (верхняя) строка этой секции совпадает, по существу, со строкой состояний, в состояниях которой отделены две младшие цифры. Вычислительная особенность второй секции состоит в том, что она описывает вычисления, когда на вход устройства цифры поступают парами и вычисление в любой момент времени происходит согласно следующей далее схеме, в которой x_1 — младшая цифра пары входа, x_2 — старшая; $\langle 3 \cdot x_1 + \bar{q} \rangle$ — младшая цифра пары цифр результата, $\langle 3 \cdot x_2 + \rangle 3 \cdot x_1 + \bar{q} \langle \rangle$ — старшая цифра пары цифр результата, а $\rangle 3 \cdot x_2 + \rangle 3 \cdot x_1 + \bar{q} \langle \langle$ — новое состояние, в которое переходит би-бесконечный автомат.

$$
\begin{array}{ccc|c}
t{+}1 & & t & t \\
\hline
 & & x_2x_1 & x \\
 & & \mid & \\
\rangle 3\cdot x_2 + \rangle 3\cdot x_1 + \bar{q}\langle\langle & & \leftarrow \bar{q} & \bar{q} \\
 & & \downarrow & \\
 & \langle 3\cdot x_2 + \rangle 3\cdot x_1 + \bar{q}\langle\rangle & \langle 3\cdot x_1 + \bar{q}\rangle & y
\end{array}
\tag{2}
$$

Таблица 3

Би-бесконечный автомат $3\cdot\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$

$\bar{q}$ / x	…	$\overleftarrow{3}\,23$	$\overleftarrow{3}\,0$	$\overleftarrow{3}\,1$	$\overleftarrow{3}\,2$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}\,3$	$\overleftarrow{0}\,10$	…
0	…	$\overleftarrow{3}\,2,3$	$\overleftarrow{3}\,,0$	$\overleftarrow{3}\,,1$	$\overleftarrow{3}\,,2$	$\overleftarrow{3}\,,3$	$\overleftarrow{0}\,,0$	$\overleftarrow{0}\,,1$	$\overleftarrow{0}\,,2$	$\overleftarrow{0}\,,3$	$\overleftarrow{0}\,1,0$	…
1	…	$\overleftarrow{3}\,,2$	$\overleftarrow{3}\,,3$	$\overleftarrow{0}\,,0$	$\overleftarrow{0}\,,1$	$\overleftarrow{0}\,,2$	$\overleftarrow{0}\,,3$	$\overleftarrow{0}\,1,0$	$\overleftarrow{0}\,1,1$	$\overleftarrow{0}\,1,2$	$\overleftarrow{0}\,1,3$	…
2	…	$\overleftarrow{0}\,,1$	$\overleftarrow{0}\,,2$	$\overleftarrow{0}\,,3$	$\overleftarrow{0}\,1,0$	$\overleftarrow{0}\,1,1$	$\overleftarrow{0}\,1,2$	$\overleftarrow{0}\,1,3$	$\overleftarrow{0}\,2,0$	$\overleftarrow{0}\,2,1$	$\overleftarrow{0}\,2,2$	…
3	…	$\overleftarrow{0}\,1,0$	$\overleftarrow{0}\,1,1$	$\overleftarrow{0}\,1,2$	$\overleftarrow{0}\,1,3$	$\overleftarrow{0}\,2,0$	$\overleftarrow{0}\,2,1$	$\overleftarrow{0}\,2,2$	$\overleftarrow{0}\,2,3$	$\overleftarrow{0}\,3,0$	$\overleftarrow{0}\,3,1$	…
00	…	$\overleftarrow{3}\,,23$	$\overleftarrow{3}\,,30$	$\overleftarrow{3}\,,31$	$\overleftarrow{3}\,,32$	$\overleftarrow{3}\,,33$	$\overleftarrow{0}\,,00$	$\overleftarrow{0}\,,01$	$\overleftarrow{0}\,,02$	$\overleftarrow{0}\,,03$	$\overleftarrow{0}\,,10$	…
01	…	$\overleftarrow{3}\,,32$	$\overleftarrow{3}\,,33$	$\overleftarrow{0}\,,00$	$\overleftarrow{0}\,,01$	$\overleftarrow{0}\,,02$	$\overleftarrow{0}\,,03$	$\overleftarrow{0}\,,10$	$\overleftarrow{0}\,,11$	$\overleftarrow{0}\,,12$	$\overleftarrow{0}\,,13$	…
02	…	$\overleftarrow{0}\,,01$	$\overleftarrow{0}\,,02$	$\overleftarrow{0}\,,03$	$\overleftarrow{0}\,,10$	$\overleftarrow{0}\,,11$	$\overleftarrow{0}\,,12$	$\overleftarrow{0}\,,13$	$\overleftarrow{0}\,,20$	$\overleftarrow{0}\,,21$	$\overleftarrow{0}\,,22$	…
03	…	$\overleftarrow{0}\,,10$	$\overleftarrow{0}\,,11$	$\overleftarrow{0}\,,12$	$\overleftarrow{0}\,,13$	$\overleftarrow{0}\,,20$	$\overleftarrow{0}\,,21$	$\overleftarrow{0}\,,22$	$\overleftarrow{0}\,,23$	$\overleftarrow{0}\,,30$	$\overleftarrow{0}\,,31$	…
10	…	$\overleftarrow{0}\,,13$	$\overleftarrow{0}\,,20$	$\overleftarrow{0}\,,21$	$\overleftarrow{0}\,,22$	$\overleftarrow{0}\,,23$	$\overleftarrow{0}\,,30$	$\overleftarrow{0}\,,31$	$\overleftarrow{0}\,,32$	$\overleftarrow{0}\,,33$	$\overleftarrow{0}\,1,00$	…
11	…	$\overleftarrow{0}\,,22$	$\overleftarrow{0}\,,23$	$\overleftarrow{0}\,,30$	$\overleftarrow{0}\,,31$	$\overleftarrow{0}\,,32$	$\overleftarrow{0}\,,33$	$\overleftarrow{0}\,1,00$	$\overleftarrow{0}\,1,01$	$\overleftarrow{0}\,,102$	$\overleftarrow{0}\,,103$	…
12	…	$\overleftarrow{0}\,,31$	$\overleftarrow{0}\,,32$	$\overleftarrow{0}\,,33$	$\overleftarrow{0}\,1,00$	$\overleftarrow{0}\,1,01$	$\overleftarrow{0}\,1,02$	$\overleftarrow{0}\,1,03$	$\overleftarrow{0}\,1,10$	$\overleftarrow{0}\,1,11$	$\overleftarrow{0}\,1,12$	…
13	…	$\overleftarrow{0}\,1,00$	$\overleftarrow{0}\,1,01$	$\overleftarrow{0}\,1,02$	$\overleftarrow{0}\,1,03$	$\overleftarrow{0}\,1,10$	$\overleftarrow{0}\,1,11$	$\overleftarrow{0}\,1,12$	$\overleftarrow{0}\,1,13$	$\overleftarrow{0}\,1,20$	$\overleftarrow{0}\,1,21$	…
20	…	$\overleftarrow{0}\,1,03$	$\overleftarrow{0}\,1,10$	$\overleftarrow{0}\,1,11$	$\overleftarrow{0}\,1,12$	$\overleftarrow{0}\,1,13$	$\overleftarrow{0}\,1,20$	$\overleftarrow{0}\,1,21$	$\overleftarrow{0}\,1,22$	$\overleftarrow{0}\,1,23$	$\overleftarrow{0}\,1,30$	…
21	…	$\overleftarrow{0}\,1,12$	$\overleftarrow{0}\,1,13$	$\overleftarrow{0}\,1,20$	$\overleftarrow{0}\,1,21$	$\overleftarrow{0}\,1,22$	$\overleftarrow{0}\,1,23$	$\overleftarrow{0}\,1,30$	$\overleftarrow{0}\,1,31$	$\overleftarrow{0}\,1,32$	$\overleftarrow{0}\,1,33$	…
22	…	$\overleftarrow{0}\,1,21$	$\overleftarrow{0}\,1,22$	$\overleftarrow{0}\,1,23$	$\overleftarrow{0}\,1,30$	$\overleftarrow{0}\,1,31$	$\overleftarrow{0}\,1,32$	$\overleftarrow{0}\,1,33$	$\overleftarrow{0}\,2,00$	$\overleftarrow{0}\,2,01$	$\overleftarrow{0}\,2,02$	…
23	…	$\overleftarrow{0}\,1,30$	$\overleftarrow{0}\,1,31$	$\overleftarrow{0}\,1,32$	$\overleftarrow{0}\,1,33$	$\overleftarrow{0}\,2,00$	$\overleftarrow{0}\,2,01$	$\overleftarrow{0}\,2,02$	$\overleftarrow{0}\,2,03$	$\overleftarrow{0}\,2,10$	$\overleftarrow{0}\,2,11$	…
30		$\overleftarrow{0}\,1,33$	$\overleftarrow{0}\,2,00$	$\overleftarrow{0}\,2,01$	$\overleftarrow{0}\,2,02$	$\overleftarrow{0}\,2,03$	$\overleftarrow{0}\,2,10$	$\overleftarrow{0}\,2,11$	$\overleftarrow{0}\,2,12$	$\overleftarrow{0}\,2,13$	$\overleftarrow{0}\,2,20$	
31		$\overleftarrow{0}\,2,02$	$\overleftarrow{0}\,2,03$	$\overleftarrow{0}\,2,10$	$\overleftarrow{0}\,2,11$	$\overleftarrow{0}\,2,12$	$\overleftarrow{0}\,2,13$	$\overleftarrow{0}\,2,20$	$\overleftarrow{0}\,2,21$	$\overleftarrow{0}\,2,22$	$\overleftarrow{0}\,2,23$	
32		$\overleftarrow{0}\,2,11$	$\overleftarrow{0}\,2,12$	$\overleftarrow{0}\,2,13$	$\overleftarrow{0}\,2,20$	$\overleftarrow{0}\,2,21$	$\overleftarrow{0}\,2,22$	$\overleftarrow{0}\,2,23$	$\overleftarrow{0}\,2,30$	$\overleftarrow{0}\,2,31$	$\overleftarrow{0}\,2,32$	
33		$\overleftarrow{0}\,2,20$	$\overleftarrow{0}\,2,21$	$\overleftarrow{0}\,2,22$	$\overleftarrow{0}\,2,23$	$\overleftarrow{0}\,2,30$	$\overleftarrow{0}\,2,31$	$\overleftarrow{0}\,2,32$	$\overleftarrow{0}\,2,33$	$\overleftarrow{0}\,3,00$	$\overleftarrow{0}\,3,01$	
000												

Схема (2) следует из формульного задания (1) автомата $3\cdot\bar{x}|\bar{q}$. Она обосновывает закономерность, используемую при табличном построении. Упомянутая закономерность обнаруживается уже в самом начале использования схемы. Действительно, найдем с помощью схемы, *какой должна быть самая первая строка второй секции*. Для этого подадим на вход второй секции пару $x_2x_1 = 00$. В результате для любого состояния $\bar{q} = \overleftarrow{0}\,q_r \ldots q_2q_1q_0$ будет иметь место переход:

$$
\begin{array}{cc|c}
t{+}1 & t & t \\
\hline
 & 00 & x \\
 & | & \\
\rangle\rangle\bar q\langle\langle & \leftarrow \bar q & \bar q \\
 & \downarrow & \\
 & \langle\rangle\bar q\langle\rangle \ \ \langle\bar q\rangle & y
\end{array}
$$

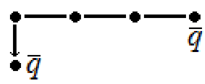
Но что такое $\langle\rangle\bar q\langle\rangle \ \ \langle\bar q\rangle$? Это две младшие цифры состояния $\bar q$. А $\rangle\rangle\bar q\langle\langle$? Это все старшие цифры числа $\bar q$, начиная со второй. Таким образом, первая строка второй секции описывает переходы типа $00, \overleftarrow{0}\, q_r...q_2q_1q_0 \to \overleftarrow{0}\, q_r...q_2,q_1q_0$, т. е. для построения 00-ой строки второй секции, соответствующей входному сигналу 00, нужно просто опустить *строку* состояний и отделить две младшие цифры, что и сделано в таблице 3. Заметим, что при реализации устройства в B-технологии пара x_2x_1 определяется как отдельный сигнал (одна линия), в частности, отдельным сигналом является пара 00.

А теперь найдем *вторую строку второй секции*, т. е. строку, соответствующую входному сигналу $x_2x_1 = 01$. Для этого снова обращаемся к схеме и подставляем в нее $x_2x_1 = 01$. Получаем переход:

$$
\begin{array}{cc|c}
t{+}1 & t & t \\
\hline
 & 01 & x \\
 & | & \\
\rangle\rangle 3{+}\bar q\langle\langle & \leftarrow \bar q & \bar q \\
 & \downarrow & \\
 & \langle\rangle 3{+}\bar q\langle\rangle \ \ \langle 3{+}\bar q\rangle & y
\end{array}
$$

Что такое $\rangle\rangle 3{+}\bar q\langle\langle$? Это все цифры числа $3{+}\bar q$, начиная со второй цифры. А $\langle\rangle 3{+}\bar q\langle\rangle \ \ \langle 3{+}\bar q\rangle$ — это первые две цифры того же числа. Значит, чтобы написать содержимое клетки таблицы, находящейся под $\bar q$, надо содержимое клетки $3{+}\bar q$ переместить налево под $\bar q$ и отделить запятой первые две цифры, что и сделано в таблице 3. Таково обоснование закономерности, используемой в таблице 3 при построении второй строки во второй секции. Аналогично обосновывается правило построения третьей строки во второй секции для сигнала $x_2x_1 = 02$: надо *строку*, соответствующую предшествующему входному сигналу $x_2x_1 = 01$, переместить влево на три клетки и опустить на уровень строки $x_2x_1 = 02$, как это сделано в таблице 3. И так далее. Вторая секция построена.

Мнемонический алгоритм построения строк этой секции можно изобразить графом:



или, словами, «три шага влево и один шаг вниз». Такой же алгоритм работает и в пределах первой секции, а также в пределах всех остальных секций, которые могут быть построены.

Третья секция ($s = 3$) начинается с буквы $x_3x_2x_1 = 000$ алфавита:

$$x_3x_2x_1 \in Z^3_{(4)} = \{000,001,002,003,010,011,...,330,331,332,333\}\,.$$

В пределах третьей секции переходы происходят по схеме:

$$
\begin{array}{cc|c}
t{+}1 & t & t \\
\hline
 & x_3x_2x_1 & x \\
 & | & \\
\rangle 3\cdot x_3{+}\rangle 3\cdot x_2 + \rangle 3\cdot x_1 + \bar q\langle\langle\langle & \leftarrow \bar q & \bar q \\
 & \downarrow & \\
 & \langle 3\cdot x_3{+}\rangle 3\cdot x_2 + \rangle 3\cdot x_1 + \bar q\langle\langle\rangle\langle 3\cdot x_2 + \rangle 3\cdot x_1 + \bar q\langle\rangle \ \ \langle 3\cdot x_1 + \bar q\rangle & y
\end{array}
$$

В частности, для первой строки этой секции, соответствующей входному сигналу $x_3x_2x_1 = 000$, переходы происходят по схеме:

$$
\begin{array}{ccc|c}
t{+}1 & & t & t \\
\hline
 & & 000 & xx \\
 & & | & \\
\rangle\rangle\rangle\bar{q}\langle\langle\langle & & \leftarrow \bar{q} & \bar{q} \\
 & & \downarrow & \\
 & \multicolumn{2}{r|}{\langle\rangle\rangle\bar{q}\langle\langle\rangle\ \langle\rangle\bar{q}\langle\rangle\ \langle\bar{q}\rangle} & y
\end{array}
$$

Это означает, что в первой строке третьей секции, соответствующей сигналу $x_3x_2x_1 = 000$, заполнение клеток происходит по правилу: в клетке под состоянием $\bar{q} = \overleftarrow{0}\, q_r...q_3q_2q_1q_0$ находится пара $\overleftarrow{0}\, q_r...q_3,\ q_2q_1q_0$, т. е., по существу, само состояние $\bar{q}$, в котором отделены три младших цифры. Аналогичное правило работало и в двух предыдущих секциях. Тогда таблица 3 может быть продолжена — см. табл. 4.

Таблица 3 (продолжение)

q / x	...	$\overleftarrow{3}\,23$	$\overleftarrow{3}\,0$	$\overleftarrow{3}\,1$	$\overleftarrow{3}\,2$	$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}\,3$	$\overleftarrow{0}\,10$	
000	...	$\overleftarrow{3}$,323	$\overleftarrow{3}$,330	$\overleftarrow{3}$,331	$\overleftarrow{3}$,332	$\overleftarrow{3}$,333	$\overleftarrow{0}$,000	$\overleftarrow{0}$,001	$\overleftarrow{0}$,002	$\overleftarrow{0}$,003	$\overleftarrow{0}$,010	...
001	...	$\overleftarrow{3}$,332	$\overleftarrow{3}$,333	$\overleftarrow{0}$,000	$\overleftarrow{0}$,001	$\overleftarrow{0}$,002	$\overleftarrow{0}$,003	$\overleftarrow{0}$,010	$\overleftarrow{0}$,011	$\overleftarrow{0}$,012	$\overleftarrow{0}$,013	...
002	...	$\overleftarrow{0}$,001	$\overleftarrow{0}$,002	$\overleftarrow{0}$,003	$\overleftarrow{0}$,010	$\overleftarrow{0}$,011	$\overleftarrow{0}$,012	$\overleftarrow{0}$,013	$\overleftarrow{0}$,020	$\overleftarrow{0}$,021	$\overleftarrow{0}$,022	...
003	...	$\overleftarrow{0}$,010	$\overleftarrow{0}$,011	$\overleftarrow{0}$,012	$\overleftarrow{0}$,013	$\overleftarrow{0}$,020	$\overleftarrow{0}$,021	$\overleftarrow{0}$,022	$\overleftarrow{0}$,023	$\overleftarrow{0}$,030	$\overleftarrow{0}$,031	...
010		$\overleftarrow{0}$,013	$\overleftarrow{0}$,020	$\overleftarrow{0}$,021	$\overleftarrow{0}$,022	$\overleftarrow{0}$,023	$\overleftarrow{0}$,030	$\overleftarrow{0}$,031	$\overleftarrow{0}$,032	$\overleftarrow{0}$,033	$\overleftarrow{0}$,100	
011												

Первой строки достаточно, чтобы продолжить построение таблицы, потому что правило «три шага влево и один шаг вниз» продолжает работать в пределах секции, что видно из схемы переходов для сигнала $x_3x_2x_1 = 001$, которая приведена ниже:

$$
\begin{array}{ccc|c}
t{+}1 & & t & t \\
\hline
 & & 001 & xxx \\
 & & | & \\
\rangle\rangle\rangle 3{+}\bar{q}\langle\langle\langle & & \leftarrow \bar{q} & \bar{q} \\
 & & \downarrow & \\
 & \multicolumn{2}{r|}{\langle\rangle\rangle 3{+}\bar{q}\langle\langle\rangle\ \langle\rangle 3{+}\bar{q}\langle\rangle\ \langle 3{+}\bar{q}\rangle} & y
\end{array}
$$

Полностью заполнение третьей секции, конечно, проводить не будем (64 строки), но начальное заполнение выполним. Это сделано в таблице 3 (продолжение). Последующее заполнение происходит по сформулированному правилу, которое работает не только в пределах третьей секции, но и распространяется на все последующие секции, количество которых бесконечно. После проведения всех этих действий можно сказать, что «положительная» часть (нижняя) би-бесконечного автомата построена. Эта часть би-бесконечного автомата названа положительной по той причине, что строится для цифр вида $x_s...x_2x_1x_0 \in Z^s_{(4)}$, имеющих также истолкование в виде положительных чисел. Чтобы подчеркнуть их положительность, можно использовать префикс $\overleftarrow{0}$ и писать эти цифры в виде $\overleftarrow{0}\, x_s...x_2x_1x_0 \in Z^s_{(4)}$, т. к. последняя запись используется для любого натурального числа.

При построении положительной части автомата мы использовали в *пределах s-ой секции* ($s \geq 1$) алгоритм, состоящий из двух пунктов:

1. Нулевая строка s-ой секции получается из строки состояний автомата путем опускания числа $\bar{q} = \overleftarrow{0}\, q_r...q_3q_2q_1q_0$ в строку, соответствующую сигналу 0...00 (s нулей) и последующего отделения s начальных цифр числа $\bar{q}$, изображающего состояние; в результате клетка под $\bar{q}$заполняется парой: $\overleftarrow{0}\, q_r...q_{s+1}q_s,\ q_{s-1}...q_1q_0$.

2. Каждая последующая строка получалась из предыдущей сдвигом на три клетки влево и последующего опускания на одну клетку вниз. Это правило действует вплоть до заполнения последней строки s-ой секции. После чего переходим в заполнению следующей секции, начиная с пункта 1.

Итак, заполнение положительной части бесконечной таблицы происходило «движением вниз». После построения таблицы в пределах любой s-ой секции возможно также движение снизу вверх. При построении *предыдущих* строк в пределах s-ой секции *положительной* части таблицы нам нужно совершить действия по правилу: «три шага вправо и один шаг вверх». Соответствующий мнемонический граф таков:

Это правило действует всегда, в *пределах секций* всей таблицы би-бесконечного автомата. При построении таблицы движением снизу вверх после попадания в новую, s-ую, секцию (пересекли жирную черту снизу вверх) в качестве «затравочной» первой *вычисляется* строка, соответствующая входному сигналу $x_{s-1}...x_2x_1x_0 = 3...333$. (Для сравнения: при построении таблицы движением сверху вниз первой в пределах секции вычислялась строка, соответствующая сигналу $x_{s-1}...x_2x_1x_0 = 0...000$.) После ее вычисления с использованием правила «три шага вправо, один вверх» заполняется вся секция. В справедливости этих утверждений нетрудно убедиться, выполнив проверочные вычисления и сравнив их с уже имеющимися данными в таблице 3.

Замечание. Наряду с положительными цифрами $x \in Z_{(4)} = \{0,1,2,3\}$, которые можно записать с префиксом $\overleftarrow{0} : Z_{(4)} = \left\{\overleftarrow{0}\,0, \overleftarrow{0}\,1, \overleftarrow{0}\,2, \overleftarrow{0}\,3\right\}$, существуют и отрицательные цифры, записываемые с префиксом $\overleftarrow{3} : Z'_{(4)} = \left\{\overleftarrow{3}\,0, \overleftarrow{3}\,1, \overleftarrow{3}\,2, \overleftarrow{3}\,3\right\}$, и, казалось бы, возможно продолжение построения таблицы 3 вверх, в сторону отрицательных цифр. Но здесь возникает препятствие, состоящее в асимметрии представления чисел с помощью положительных и отрицательных цифр, заключающейся в том, с помощью положительных цифр можно представить числа как положительные, так и отрицательные, в то время как с помощью отрицательных цифр можно представить только отрицательные числа. Это не позволяет пользоваться вычислительными формулами, определяющими переходы в вычислительных автоматах, формулами типа: $\bar{q},x \to \bar{q}' = \theta\bar{q}x, y = \sigma\bar{q},x$, поскольку в этих формулах $\bar{q}$, $\bar{q}'$ могут быть положительными и потому непредставимыми с помощью отрицательных цифр.

Примеры вычислений би-бесконечным умножителем

Приведем примеры вычислений би-бесконечным умножителем, демонстрирующие его возможности. Каждая секция би-бесконечного автомата представляет собой отдельное вычислительное устройство, способное полностью функционировать в пределах секции, не будучи связанным с другими секциями. Односекционное вычисление – это максимально упрощенный вариант вычисления. Помимо этого варианта би-бесконечный автомат допускает смешанный вариант вычислений, когда в вычисление вовлечены сразу несколько секций и в процессе вычисления происходит перескок из одной секции в другую. Этот вариант позволяет создавать различные «стратегии» вычислений, сравнивать их и находить среди них наилучшую.

Пример 1. Вычисление секцией $s = 1$. Входной алфавит однобуквенный. В таблице 3 эта секция отделена от остального массива жирной горизонтальной чертой.

Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,3102010$, $\bar{q} = \overleftarrow{0}$. Развертка, следящая за вычислением, имеет вид:

0	$t \geq 8$	7	6	5	4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	1	0	2	0	1	0	x
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	2	1	3	1	2	0	3	0	y

Результат: $3 \cdot \overleftarrow{0}\,3102010 | \overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}\,21312030$. Время вычисления $T = 9 \cdot \tau$ при подаче на вход слова длиной в 8 разрядов, где τ — длительность одного такта. Но в действительности, т. е. при вычислениях

В-схемами, время вычисления $T_B = 7 \cdot \tau_{\&}$, где $\tau = \tau_{\&}$ — длительность такта в В-схеме, которая равна задержке в элементе &. Это объясняется тем, что в момент времени $t = 6$ вырабатывается не только цифра 1 из 6-го разряда, но и *вся группа цифр* $\overleftarrow{0}\,2$ *из старших разрядов, следующих за разрядом* 6, причем эта группа цифр физически однотипно реализуема наряду со всеми цифрами В-схемы. Вследствие этого она может быть считана одновременно с цифрой 6-го разряда. Этот эффект имеет место для всех В-схем.

Пример 2. То же $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,3102010$, $\bar{q} = \overleftarrow{0}$, но секция $s = 2$, секция двухбуквенного алфавита. Для вычислений в этой секции слово $\bar{x}$ представляется в виде двухбуквенного слова: $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,3102010 = \overleftarrow{0}$ 03 10 20 10. В алфавите $Z^2_{(4)} = \{00{,}01{,}\ldots{,}33\}$ слово $\bar{x}$ имеет длину, равную 4. Вычисление протоколируется разверткой:

0	$t \geq 5$	4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	03	10	20	10	x
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	21	31	20	30	y

Результат $3 \cdot \overleftarrow{0}$ 03 10 20 10$|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}$ 21 31 20 30 совпадает с предыдущим. Чтобы подчеркнуть, что вычисление проводилось второй секцией, и входное слово, и результат разбиты на двухбуквенные компоненты. Время вычисления секцией $s = 2$ при подаче на вход секции слова длиной 5 равно $T = 5 \cdot \tau$, т. е. сократилось почти вдвое. При вычислениях В-схемой для секции $s = 2$ время вычисления еще меньше и равно $T_B = 4 \cdot \tau_{\&}$, т. к. в В-схемах, как уже было сказано, имеет место эффект ускорения вычислений, связанный с ускоренной обработкой группы цифр старших разрядов.

Этого примера достаточно, чтобы понять, что при переходе к многобуквенному алфавиту (т.е. при переходе к вычислениям в секции s) имеет место эффект ускорения вычислений, причем время вычислений уменьшается в s раз. В би-бесконечном вычислительном устройстве такой переход принципиально всегда осуществим, причем регулярным образом. В пределах возможностей существующей технологии он реализуем в В-схемах.

Замечательной особенностью би-бесконечного автомата является тот факт, что столбец любого состояния $\bar{q}$ пронизывает все секции таблицы 3. Следствием этого является то, что в любой момент времени, если автомат оказался в состоянии $\bar{q}$, можно подавать входной сигнал, принадлежащий любой секции. Это означает, что можно вести смешанные вычисления, т. е. вычисления, когда в любой момент времени можно подавать сигнал из любой секции, никак не ориентируясь на сигналы-предшественники.

Пример 3. То же $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,3102010$, $\bar{q} = \overleftarrow{0}$. Слово $\bar{x}$ разобьем на буквенные компоненты разного размера: $\bar{x} = \overleftarrow{0}$ 3 10 2 010. Вначале подается буква 010 для ведения

0	$t > 5$	5	4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	3	10	2	010	x
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,2$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}\,1$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	$\bar{q}$
	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}$	2	1	31	2	030	y

вычисления в пределах секции $s = 3$, затем буква 2 для секции $s = 1$ и т. д.

Результат $3 \cdot \overleftarrow{0}$ 3 10 2 010$|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}$ 2 1 31 2 030 совпадает с предыдущими, как и должно быть. И входное слово, и результат согласованы разбиением.

Понятно, что время вычисления можно варьировать от максимального, равного длине слова (вычисление секцией $s = 1$), до минимального, равного единице (вычисление секцией $s =$ длине входного слова). Это, конечно, теоретические результаты, но в В-технологии к ним можно приблизиться достаточно близко.

Заключение

1. Показано, как из сравнительно маленького *ядра* путем использования скрытого в нем потенциала, состоящего из экстравертности по состояниям и экстравертности по входному алфавиту, создается би-бесконечное вычислительное устройство для любой системы счисления.

2. Примечателен сам факт существования такого устройства.

3. Би-бесконечный автомат позволяет раскрыть вычислительные возможности, связанные с первоначальным ядром.

4. Оказывается возможным вести вычисления в алфавитах, являющихся декартовыми произведениями исходного алфавита $Z_{(k)} = \{0,1,...,k-1\}$, а также в их объединении:

$$Z_{(k)},\ Z^2_{(k)},...,\ Z_{(k)}\bigcup Z^2_{(k)}\bigcup ....$$

5. Время вычисления зависит от номера секции, уменьшаясь с ростом ее номера, и может быть доведено до единицы, т. е. до длительности одного такта.

6. Использованный в статье для примера умножитель $3\cdot\bar{x}|\bar{q}_{(4)}$ может быть заменен другим устройством. Таких устройств бесконечно много, и каждое из них может быть компонентой B-компьютера.

7. Каждая секция би-автомата представляет собой отдельное вычислительное устройство, ведущее вычисления в s-буквенном алфавите. Всякое такое устройство бесконечно по состояниям. Но методом свертки [1] оно может быть трансформировано в конечное устройство, способное, в частности, вести все вычисления этой секции.

8. Таким образом, имеет место своеобразный вычислительный симбиоз конечных и бесконечных устройств, представленный последовательностью:

$$\text{КУ} \xrightarrow{\textit{экстравертность}} \text{БКУ} \xrightarrow{\textit{свертка}} \text{КУ} \xrightarrow{\textit{экстравертность}} \text{БКУ} \xrightarrow{\textit{свертка}} \ldots,$$

где КУ — конечное устройство, БКУ — бесконечное устройство. Все КУ и БКУ различны. При этом надо заметить, что при перемещении по стрелкам получаются все более совершенные устройства, как конечные, так и бесконечные

ЛИТЕРАТУРА

1. Деев Г. Е. *Теория вычислительных устройств*. Санкт-Петербург: Лань, 2019. 452 с.
2. Богомягкова А. С. *Построение массива умножителей для 5-ричной системы счисления и их обращений (делителей). Исследование би-бесконечного умножителя*: Магистерская диссертация, 2022.
3. Деев Г. Е. Свертка бесконечного автомата в конечный. *Вестник кибернетики*. 2016;1:9–24
4. Кальнова П. В. *Абстрактные вычислительные устройства. Параллельные вычисления по входу в семействе умножителей на константу*: Бакалаврская работа, 2017.
5. Летников А. *Теория дифференцирования с произвольным указателем*. М.: Типография А. И. Мамонтова, 1868.
6. Новиков А. В. *Построение массива умножителей для 6-ричной системы счисления и их обращений (делителей). Исследование би-бесконечного умножителя* $4*x|q_{(6)}$: Магистерская диссертация, 2022.
7. Эйлер Л. *Дифференциальное исчисление*. М.-Л.: ГИТТЛ, 1949.