

DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-1-8

ПРИМЕНЕНИЕ ПОПЕРЕМЕННО-ТРЕУГОЛЬНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ МЕЛКОВОДНОГО ВОДОЕМА НА ГРАФИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ

В. Н. Литвинов^{1,2,a}, Н. Н. Грачева^{1,b}, Е. А. Шабает^{1,c}

¹ Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ, г. Зерноград, Российская Федерация

² Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8234-3194>, LitvinovVN@rambler.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3699-7255>, grann72@mail.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2675-0670>, sea007@rambler.ru

Аннотация: процесс прогнозирования экологических катастроф как техногенного, так и природного характера в настоящее время базируется на достижениях в области математического моделирования. Получение прогноза за короткое время является весьма затруднительным без применения параллельных вычислений и суперкомпьютерных технологий. Большой объем обрабатываемой информации и сложность вычислений приводят к необходимости использования вычислительных кластеров, в состав которых добавляются видеоадаптеры для увеличения производительности вычислительной системы и скорости обработки информации. Статья посвящена разработке программного модуля на языке CUDA C, предназначенного для моделирования гидродинамических процессов мелководных водоёмов, включая решение возникающих при дискретизации систем сеточных уравнений высокой размерности. Для повышения эффективности расчетов часть вычислительной нагрузки передавалась на графические ускорители, для чего был разработан алгоритм параллельных расчетов и его программная реализация в виде модуля. В результате вычислительных экспериментов определена оптимальная двумерная конфигурация потоков в вычислительном блоке, исполняемом на одном потоковом мультипроцессоре. Разработанный алгоритм и программный модуль позволяют более эффективно задействовать вычислительные ресурсы графических ускорителей, используемых для решения вычислительно трудоемких задач гидрофизики.

Ключевые слова: математическое моделирование, гидродинамические процессы, мелководный водоем, графический ускоритель.

Благодарности: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда, проект № 21-71-20050.

Для цитирования: Литвинов В. Н., Грачева Н. Н., Шабает Е. А. Применение попеременно-треугольного итерационного метода для решения задач гидродинамики мелководного водоема на графическом ускорителе. *Успехи кибернетики*. 2022;3(1):53–57. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-1-8.

APPLICATION OF THE ALTERNATING TRIANGULAR ITERATIVE METHOD TO SOLVING SHALLOW WATER HYDRODYNAMICS PROBLEMS WITH GRAPHICS ACCELERATORS

V. N. Litvinov^{1,2,a}, N. N. Gracheva^{1,b}, E. A. Shabaev^{1,c}

¹ Azov-Black Sea Engineering Institute, Don State Agrarian University, Zernograd, Russian Federation

² Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8234-3194>, LitvinovVN@rambler.ru

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3699-7255>, grann72@mail.ru

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2675-0670>, sea007@rambler.ru

Abstract: forecasting environmental disasters, both artificial and natural, is currently based on advances in simulation. Fast forecasting is very difficult without the use of parallel computing and supercomputer technologies. The large volume of information to be processed and the complexity of calculations require to use of computing clusters with graphics cards to increase the computing performance and the data processing rate. This paper deals with the development of a software module in CUDA C to simulate the hydrodynamic processes in shallow water bodies, including the solution of systems of high-dimensional

grid equations during discretization. To improve computing performance, graphics accelerators take a part of the load. To enable this, we developed an algorithm for parallel calculations and implemented it as a software module. As a result of computational experiments, the optimal 2D configuration of streams in a computational unit run on a single streaming multiprocessor was determined. The proposed algorithm and software module enables more efficient use of GPU computational resources when solving computationally intensive hydro physics problems.

Keywords: simulation, hydrodynamic processes, shallow water.

Acknowledgements: this study is supported by the Russian Science Foundation grant, project No. 21-71-20050.

Cite this article: Litvinov V. N., Gracheva N. N., Shabaev E. A. Application of the Alternating Triangular Iterative Method to Solving Shallow Water Hydrodynamics Problems with Graphics Accelerators. *Russian Journal of Cybernetics*. 2022;3(1):53–57. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-1-8.

Введение

Процесс прогнозирования экологических катастроф как техногенного, так и природного характера в настоящее время базируется на достижениях в области математического моделирования. При этом нормативными актами установлены требования к временному интервалу от возникновения чрезвычайной ситуации до получения результатов прогнозирования. Получение таких результатов в ограниченное время является весьма затруднительным без применения параллельных вычислений и суперкомпьютерных технологий [1, 2]. Высокая стоимость вычислительных кластеров актуализирует исследования в области гетерогенных вычислений, целью которых является максимальное использование всех доступных аппаратных ресурсов, в число которых наряду с центральным процессором входят и видеоадаптеры [3, 4].

В настоящее время компьютерное моделирование не только заменяет собой сложные системы и физические модели, но и позволяет прогнозировать различные явления и процессы, происходящие в природе. В основе компьютерного моделирования, как правило, лежат математические модели, дискретизация которых приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности. Для решения таких систем сеточных уравнений требуются большие вычислительные мощности, в том числе получаемые посредством использования графических ускорителей.

Многие российские и зарубежные ученые занимаются исследованиями, связанными с оптимизацией производительности вычислений при решении задач гидродинамики на нескольких графических процессорах [1-5]. Современные видеоадаптеры обладают большим объемом видеопамати (до 24 Гб) и потоковых процессоров, число которых может достигать нескольких тысяч. Имеются программные интерфейсы, позволяющие реализовать вычислительный процесс на графическом ускорителе, одним из которых является NVIDIA CUDA.

Целью исследования является разработка алгоритма и программного модуля для решения СЛАУ попеременно-треугольным итерационным методом для задачи гидродинамики с использованием технологии NVIDIA CUDA и определение оптимальной двумерной конфигурации потоков в вычислительном блоке, исполняемом на одном потоковом мультипроцессоре.

Метод решения сеточных уравнений

Разрабатываемые алгоритмы и программы применяются при решении СЛАУ высокой размерности, получаемых в ходе моделирования гидродинамических процессов в мелководных водоёмах [6].

Сеточные уравнения, полученные в результате конечноразностных аппроксимаций рассматриваемых модельных задач с помощью схем с весами, можно записать в матричном виде [7]:

$$Ax = f, \quad (1)$$

где A — линейный, положительно определенный оператор ($A > 0$).

В качестве решателя сеточных уравнений использовался модифицированный попеременно-треугольный метод (МПТМ).

Для нахождения решения задачи (1) будем использовать неявный итерационный процесс:

$$B \frac{x^{m+1} - x^m}{\tau_{m+1}} + Ax^m = f. \quad (2)$$

В уравнении (2) m — номер итерации, $\tau_{m+1} > 0$ — итерационный параметр, а B — некоторый обратимый оператор, который называется предобуславливателем или стабилизатором. Обращение оператора B в (2) должно быть существенно проще, чем непосредственное обращение исходного оператора A в (1).

Предобуславливатель B построен из аддитивного представления оператора A_0 — симметричной части оператора A :

$$A_0 = R_1 + R_2, \quad R_1 = R_2^*, \quad A = A_0 + A_1, \quad A_0 = A_0^*, \quad A_1 = -A_1^*. \quad (3)$$

Оператор-предобуславливатель запишется в следующем виде:

$$B = (D + \omega R_1)D^{-1}(D + \omega R_2), \quad D = D^* > 0, \quad \omega > 0, \quad (4)$$

где D — диагональная часть оператора A , R_1 и R_2 — операторы с верхне- и нижнетреугольными матрицами соответственно.

Алгоритм вычисления сеточных уравнений модифицированным переменнотреугольным методом записан в виде (5):

$$\begin{aligned} r^m &= Ax^m - f, \quad B(\omega_m)w^m = r^m, \quad \tilde{\omega}_m = \sqrt{\frac{(Dw^m, w^m)}{(D^{-1}R_2w^m, R_2w^m)}}, \\ s_m^2 &= 1 - \frac{(A_0w^m, w^m)^2}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)(Bw^m, w^m)}, \quad k_m^2 = \frac{(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)}, \\ \theta_m &= \frac{1 - \sqrt{\frac{s_m^2 k_m^2}{(1+k_m^2)}}}{1 + k_m^2(1 - s_m^2)}, \quad \tau_{m+1} = \theta_m \frac{(A_0w^m, w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)}, \quad x^{m+1} = x^m - \tau_{m+1}w^m, \quad \omega_{m+1} = \tilde{\omega}_m, \end{aligned} \quad (5)$$

где r^m — вектор невязки, w^m — вектор коррекции, параметр s_m описывает скорость сходимости метода, k_m описывает отношение нормы кососимметричной части оператора к норме симметричной части.

Программная реализация

Для решения уравнений (1)-(4) был разработан параллельный алгоритм решения сеточных уравнений методом МПТМ, ориентированный на многопроцессорную вычислительную систему [7, 8]. Для повышения эффективности расчетов часть вычислительной нагрузки перекладывается на графический ускоритель, для чего разработан соответствующий алгоритм и его программная реализация на языке CUDA C [5]. В процессе экспериментальных исследований использовался видеоадаптер GeForce GT 710, объём видеопамати которого составляет 2 Гб, тактовые частоты ядра и памяти — соответственно 954 МГц и 1800 МГц, разрядность шины видеопамати — 64 бита, число ядер CUDA — 192.

В процессе использования программной реализации алгоритма выяснилось, что потоковые мультимикропроцессоры графического ускорителя не всегда загружены оптимальным образом. Таким образом, возникла необходимость определения оптимальной конфигурации потоков в вычислительном блоке, исполняемом на одном потоковом микропроцессоре.

Был проведен эксперимент, в котором распределялись потоки по осям OX и OZ расчетной сетки при фиксированном значении узлов сетки по оси $OY = 10000$, с целью уменьшения времени вычисления на GPU одного шага МПТМ.

В качестве факторов эксперимента были приняты две величины: X — количество потоков по оси OX , Z — количество потоков по оси OZ . Целевая функция: T_{GPU} — время вычисления одного шага МПТМ на GPU, мс. Произведение потоков $X \cdot Z$ не должно превышать 1024. Такое ограничение накладывает CUDA, т.к. 1024 — это максимальное количество потоков в одном блоке. Для выбранных факторов и уровней их варьирования программно измерялось время вычисления 1 шага МПТМ на GPU. Результаты вычислений вынесены в таблицу.

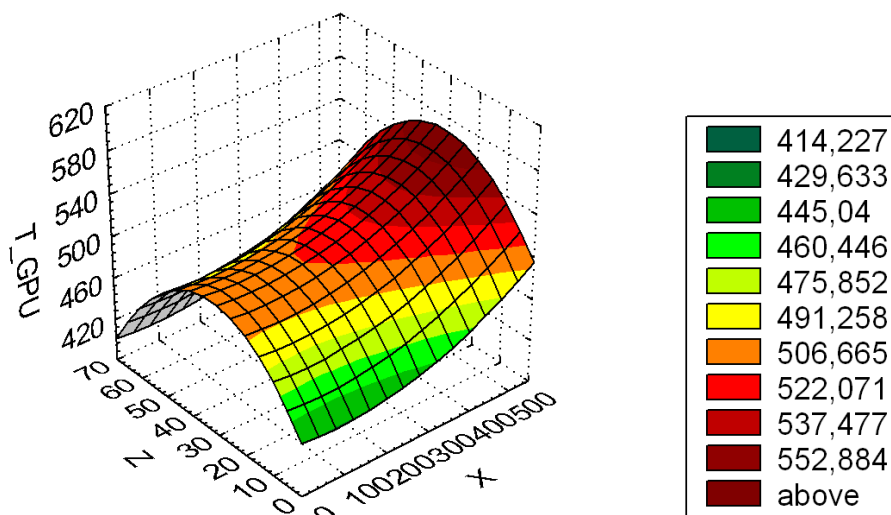
Анализ экспериментальных данных проводился в программе Statistica. Было получено регрессионное уравнение (6), по нему построен график (см. рис.).

$$T_{GPU} = 450,56 - 0,048 \cdot X + 4,6 \cdot Z + 0,0003 \cdot X^2 - 0,0718 \cdot Z^2. \quad (6)$$

Таблица

Результаты эксперимента

№ п/п	X	Z	T_{GPU} , мс
	16	64	430
	32	32	503
	64	16	484
	128	8	462
	256	4	457
	512	2	501

Рис. Поверхность функции отклика $T_{GPU} = f(X, Z)$

Анализ результатов эксперимента показал, что время вычисления на GPU одного шага МПТМ будет минимальным при следующем распределении потоков: $X \in [0; 400]$, $Z \in [64; 70]$. Поэтому при вычислении одного шага МПТМ на GPU принимаем $X = 16$, $Z = 64$.

Заключение

В результате проведенных исследований разработаны алгоритм и программный модуль для решения СЛАУ МПТМ для задачи гидродинамики с использованием технологии NVIDIA CUDA. Определена оптимальная двумерная конфигурация потоков в вычислительном блоке, исполняемом на одном потоковом мультипроцессоре: время вычисления на GPU одного шага МПТМ является минимальным при $X = 16$, $Z = 64$ и составляет 430 мс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zheng L., Gerya T., Knepley M., Yuen D., Zhang H., Shi Ya. *GPU Implementation of Multigrid Solver for Stokes Equation with Strongly Variable Viscosity*. In: Yuen D., Wang L., Chi X., Johnsson L., Ge W., Shi Y. (eds) *GPU Solutions to Multi-scale Problems in Science and Engineering. Lecture Notes in Earth System Sciences*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2013. https://doi.org/10.1007/978-3-642-16405-7_21.
2. Xue W., Roy C. J. Multi-GPU Performance Optimization of a Computational Fluid Dynamics Code Using OpenACC. *Concurrency and Computation Practice and Experience*. 2021;33(5).
3. Oyarzun G., Borrell R., Gorobets A., Oliva A. MPI-CUDA Sparse Matrix-Vector Multiplication for the Conjugate Gradient Method with an Approximate Inverse Preconditioner. *Computers and Fluids*. 2014;92:244–252.
4. Nagatake T., Kunugi T. Application of GPU to Computational Multiphase Fluid Dynamics. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2010;10.

5. Belova Y., Chistyakov A., Nikitina A., Litvinov V. Mathematical Modeling of Sustainable Coastal Systems Development Scenarios Based on Game-Theoretic Concepts of Hierarchical Management Using Supercomputer Technologies. In: Voevodin V., Sobolev S. (eds) *Supercomputing. RuSCDays 2020. Communications in Computer and Information Science*. 2020;1331. Springer, Cham. Режим доступа: https://doi.org/10.1007/978-3-030-64616-5_22.
6. Сухинов А. И., Атаян А. М., Белова Ю. В., Литвинов В. Н., Никитина А. В., Чистяков А. Е. Обработка данных натурных измерений экспедиционных исследований для математического моделирования гидродинамических процессов Азовского моря. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2020;13(2):161–174. Режим доступа: <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.2.13>.
7. Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Литвинов В. Н., Никитина А. В., Белова Ю. В., Филина А. А. Вычислительные аспекты математического моделирования гидробиологических процессов в мелководном водоеме. *Вычислительные методы и программирование*. 2020;21(4):452–469. DOI: 10.26089/NumMet.v21r436.
8. Xue W., C. W. Jackson, Roy C. J. Multi-CPU/GPU Parallelization, Optimization and Machine Learning based Autotuning of Structured Grid CFD Codes. *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*. P. 0362. DOI: 10.2514/6.2018-0362.