DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-1-3

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ПОРИСТЫХ СРЕД С УЧЕТОМ ХИМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ МЕЖДУ ФАЗАМИ

В. Р. Душин<sup>1</sup>, В. Ф. Никитин<sup>1,2</sup>, Е. И. Скрылева<sup>1,2,a</sup>, М. Н. Макеева<sup>1,2</sup>, А. Н. Манахова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация <sup>a</sup> jennyne@yandex.ru

Аннотация: в работе рассматриваются особенности математического моделирования процесса вытеснения нефти из пористого пласта с применением термохимических методов увеличения нефтеотдачи. Особенностью данных методов является то, что в результате экзотермической химической реакции между фильтрующимися флюидами температура нефти повышается, а вязкость падает, в результате чего ускоряется процесс вытеснения. Кислотная обработка заключается в нагнетании раствора кислот в пористый пласт при давлении ниже давления разрыва. Кислота растворяет часть породы и загрязнений, образуя расходящуюся от ствола скважины сеть каналов, в результате чего повышается проницаемость пористой среды. Продукты реакции, ввиду их высокой растворимости, не выпадают в осадок и после проведения кислотной обработки и запуска скважины выносятся вместе с продукцией скважины.

*Ключевые слова*: многофазные течения, фильтрация, фазовые переходы, методы увеличения нефтеотдачи.

Благодарности: работа поддержана грантом РФФИ № 20-07-00378.

Для цитирования: Душин В. Р., Никитин В. Ф., Скрылева Е. И., Макеева М. Н., Манахова А. Н. Моделирование вытеснения жидкостей из пористых сред с учетом химических взаимодействий между фазами. Успехи кибернетики. 2022;3(1):20–27. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-1-3.

# SIMULATION OF LIQUID DISPLACEMENT IN POROUS MEDIA AND INTERPHASE CHEMICAL INTERACTIONS

V. R. Dushin<sup>1</sup>, V. F. Nikitin<sup>1,2</sup>, E. I. Skryleva<sup>1,2,a</sup>, M. N. Makeeva<sup>1,2</sup>, A. N. Manahova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Moscow State University, Moscow, Russian Federation
<sup>2</sup> Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Moscow, Russian Federation

<sup>a</sup> jennvne@vandex.ru

*Abstract:* the paper deals with the simulation of oil displacement from a porous reservoir using thermochemical stimulation. An exothermic chemical reaction between the fluids increases the oil temperature and decreases the viscosity. As a result, the displacement is accelerated. Acidizing involves injecting an acid solution into a porous formation at a pressure below the fracture pressure. The acid dissolves part of the rock and contaminants, forming a network of channels diverging from the wellbore. It increases the permeability of the porous medium. The reaction products are highly soluble and do not precipitate. After acid injection and well startup, they are removed with the product.

Keywords: multiphase flows, filtration, phase transitions, oil recovery stimulation.

Acknowledgements: this work is as supported by RFBR, grant No. 20-07-00378.

*Cite this article*: Dushin V. R., Nikitin V. F., Skryleva E. I., Makeeva M. N., Manahova A. N. Simulation of Liquid Displacement in Porous Media and Interphase Chemical Interactions. *Russian Journal of Cybernetics*. 2022;3(1):20–27. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-1-3.

## Введение

Фильтрационные течения вязких жидкостей в пористых средах являются определяющими в процессах добычи жидких полезных ископаемых. Отношение количества добытой нефти к первоначальному ее запасу в залежи называется коэффициентом нефтеотдачи. Коэффициент нефтеотдачи зависит от геологического строения залежи, свойств породы, пластовых жидкостей и самой нефти. Существует множество методов увеличения нефтеотдачи пласта. Для повышения эффективности вытеснения углеводородов применяются в том числе химические методы:

• внутрипластовое горение, приводящее к повышению температуры и уменьшению вязкости вытесняемого углеводорода;

• добавление в вытесняющую жидкость реагента, частично растворяющего пористый известняковый скелет, таким образом, увеличивая пористость и проницаемость, — кислотная обработка.

При бурении и эксплуатации скважины проницаемость призабойной зоны снижается вследствие ее загрязнения буровым раствором в процессе бурения, наплыва мелких частиц породы, выпадения солей из пластовой жидкости и т.д. Кислотные обработки связаны с подачей на забой скважины под определенным давлением растворов кислот, которые под давлением проникают в имеющиеся в пласте мелкие поры и трещины и расширяют их. Одновременно с этим образуются новые каналы, по которым нефть может проникать к забою скважины.



Рис. 1. Кислотная обработка призабойной зоны

Сущность кислотной обработки призабойной зоны заключается в нагнетании кислотного состава в поровое пространство при давлении ниже давления разрыва. Кислотный состав растворяет часть породы и загрязнений, образуя расходящуюся от ствола скважины сеть расширенных каналов, увеличивая тем самым проницаемость пласта.

### Математическая модель

Рассматривается двухфазная система флюидов в пористом скелете. Фазы флюида — нефть и вода; вода представляет собой в общем случае раствор химического реагента и продуктов реакции в воде. Химическая реакция идет между скелетом и реагентом; часть скелета способна реагировать, часть нейтральна. Реакция выглядит как растворение, поскольку продукты реакции переходят в водяную фазу; она экзотермична, и за счет подъема температуры вязкость нефти уменьшается, что также вносит вклад в ее просачивание.

Предполагаются следующие допущения. Истинные плотности всех компонент постоянны (жидкости малосжимаемы), хотя при химической реакции возможно уплотнение либо разуплотнение среды. Вязкости всех жидкостей, кроме нефти, постоянны; вязкость нефти зависит от температуры флюида. В общем случае модель двухтемпературная. Химическая реакция при температуре выше критической протекает значительно быстрее динамических процессов в среде; при температуре ниже критической не протекает вообще. Оценка зависимости проницаемости от пористости ведется на основе формулы Кармана–Козени.

#### Кинетическая модель

Обозначим пористость среды  $\varphi$ , ее начальное состояние  $\varphi_0$ , тогда зависимость  $\varphi$  от объемной доли  $\alpha_s$  твердой фазы, способной к растворению, выглядит следующим образом:

$$\frac{1-\varphi}{1-\varphi_0} = \frac{1-\alpha_{s0}}{1-\alpha_s}; \qquad 0 \le \alpha_s \le \alpha_{s0}; \qquad \varphi_0 \le \varphi \le \varphi_0 + \alpha_{s0} \left(1-\varphi_0\right). \tag{1}$$

Если обратить выражение (1), получится зависимость  $\alpha_s(\varphi)$ :

$$\alpha_s = 1 - (1 - \alpha_{s0}) \frac{1 - \varphi_0}{1 - \varphi}.$$
 (2)

Реакцию в терминах реагирующих масс скелета (S), реагирующего агента (A) и продуктов реакции (P) можно записать следующим образом:

$$A+\beta S \rightarrow (1+\beta) P$$
,

что значит: на единицу массы агента приходится  $\beta$  массы растворенного скелета, отчего получается  $1+\beta$  массы продуктов реакции. На тепловыделение расходуется химический потенциал агента; прочие химические потенциалы для простоты описания приравниваются к нулю. Реакция необратима.

Интенсивность расхода массы агента в химической реакции:

$$J = J_f(T) \cdot (Y_a \rho s_w \varphi) \cdot (\alpha_s (1 - \varphi))$$

Здесь  $s_w$  — водонасыщенность,  $Y_a \rho$  — масса реагента в водной фазе,  $\rho$  — плотность водной фазы, а  $Y_a$  — массовая доля реагента.

$$J = J_{f}(T) Y_{a} \rho s_{w} \varphi \alpha_{s} \left(1 - \varphi(\alpha_{s})\right); \qquad J_{f} = A \cdot \exp\left(-\frac{\theta}{T}\right) \cdot H, \qquad H = \begin{cases} 1, \ T \ge Tm \\ 0, \ T < Tm \end{cases}$$
(3)

Физический смысл *J* — изменение массы активного агента за счет химической реакции в единице объема пористой среды в единицу времени.

Изменение пористости за счет растворения скелета должно вести к изменению абсолютной проницаемости среды К. Для оценки этого изменения привлечем модель Кармана–Козени. Зависимость такова:

$$\frac{K}{K_0} = \left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^3 \cdot \left(\frac{1-\varphi_0}{1-\varphi}\right)^2,\tag{4}$$

где  $K_0$  — начальное значение проницаемости. Поскольку имеем алгебраическую зависимость  $\varphi(\alpha_s)$ (1), то и зависимость (4) фактически является алгебраической зависимостью  $K = K(\alpha_s)$ .

### Уравнения баланса массы

Баланс массы фазы скелета:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_s \left( 1 - \varphi \right) \right) = -\beta J. \tag{5}$$

Баланс массы водной фазы:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_{w} s_{w} \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_{w} s_{w} \varphi u_{w} \right) = \beta J.$$
(6)

Баланс массы нефтяной фазы:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_o s_o \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_o s_o \varphi u_o \right) = 0.$$
<sup>(7)</sup>

Баланс массы активного химического агента:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_{\omega} Y_a s_{\omega} \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_{\omega} Y_a s_{\omega} \varphi u_{\omega} \right) = -J.$$
(8)

Баланс массы продуктов реакции:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_{\omega} Y_{p} s_{\omega} \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_{\omega} Y_{p} s_{\omega} \varphi u_{\omega} \right) = (1 + \beta) J.$$
(9)

Где  $\rho_s$  — истинная плотность материала скелета,  $\rho_w$  — истинная плотность всей водной фазы,  $\rho_o$  — истинная плотность нефти;  $u_w$  — компонента истинной скорости водной фазы,  $u_o$  — компонента истинной скорости просачивания нефти; t — время, x — пространственная координата;  $Y_a$  — массовая доля активного агента,  $Y_p$  — массовая доля продуктов реакции,  $s_o$  — нефтенасыщенность. Заметим, что по определению насыщенностей и условию того, что имеются лишь две фазы флюида, можно записать:

$$s_0 = 1 - s_w = 1 - s; \quad s = s_w.$$
 (10)

Обозначим  $F_{w}$  — поток массы водной фазы,  $F_{o}$  — поток массы нефтяной фазы, а также суммарный поток флюида F (сумма потоков масс). Определим их как:

$$\begin{cases}
F_{\omega} = \varphi \rho s u_{\omega} \\
F_{o} = \varphi \rho_{o} (1-s) u_{o} \\
F = F_{\omega} + F_{o}
\end{cases}$$
(11)

Перепишем уравнения (8), (9), (6) и (7) в терминах массовых потоков и упрощая, если это возможно. Получим:

$$\rho_{w}s\varphi\frac{\partial Y_{a}}{\partial t} + F_{w}\frac{\partial Y_{a}}{\partial x} = -Y_{a}\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_{w}s\varphi\right) + \frac{\partial F_{w}}{\partial x}\right) - J = -\left(1 + Y_{a}\beta\right)J;$$
(12)

$$\rho_{\omega}s\varphi\frac{\partial Y_{p}}{\partial t} + F_{\omega}\frac{\partial Y_{p}}{\partial x} = -Y_{p}\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_{\omega}s\varphi\right) + \frac{\partial F_{\omega}}{\partial x}\right) + (1+\beta)J = \left(1+\beta\left(1-Y_{p}\right)\right)J; \qquad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_{w} s \varphi \right) + \frac{\partial F_{w}}{\partial x} = \beta J; \tag{14}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_o \left( 1 - s \right) \varphi \right) + \frac{\partial F_o}{\partial x} = 0.$$
(15)

Баланс массы всего флюида (сумма уравнений (14) и (15) – сумма фаз):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_f \varphi \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( F_w + F_o \right) = \beta J, \tag{16}$$

где плотность флюида рассчитывается на основе нелинейной зависимости плотности водной фазы от массовых долей  $Y_a$ ,  $Y_b$ :

$$\rho_{f} = \rho_{\omega} \left( Y_{a}, Y_{p} \right) s + \rho_{o} \left( 1 - s \right).$$

$$\tag{17}$$

### Динамическая модель просачивания

Используем модель Дарси с относительными проницаемостями, так что скорости просачивания фаз в терминах потоков массы будут зависеть от их мобильностей и градиента давления в межпоровом пространстве:

$$F_{\omega} = -\rho_{\omega} \frac{Kk_{\omega}}{\mu_{\omega}} \frac{\partial p}{\partial x}; \qquad F_o = -\rho_0 \frac{Kk_o}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial x}. \tag{18}$$

Здесь р — давление в межпоровом пространстве,  $k_{w}(s)$  — относительная проницаемость водной фазы, а  $k_{o}(s)$  — нефтяной. Динамические вязкости водной и нефтяной фаз  $\mu_{w}$  и  $\mu_{o}$  соответственно; последнюю считаем зависящей от температуры. Мобильностями фаз назовем коэффициенты перед градиентом давления в формулах (19), обозначим их  $M_{w}$  и  $M_{o}$ ; для них получим выражения:

$$M_{\omega} = \frac{Kk_{\omega}(s)}{\nu_{\omega}}, \qquad M_{o} = \frac{Kk_{o}(s)}{\nu_{o}(T)}, \tag{19}$$

где  $\nu_w$ ,  $\nu_o$  — кинематические вязкости фаз. Суммируя уравнения (18), получим модель для суммарного потока фильтрации; коэффициент в соответствующем законе равен суммарной мобильности M:

$$F = -M\frac{\partial p}{\partial x}; \qquad M = M_{\omega} + M_o.$$
<sup>(20)</sup>

Из моделей просачивания (18) и (20) следует, что потоки массы фаз удобно выразить через суммарный поток массы флюида и долю мобильности соответствующей фазы; последняя зависит лишь от насыщенности и температуры и не зависит от абсолютной проницаемости:

$$F_{w} = f(s,T) F, \qquad F_{o} = (1 - f(s,T)) F, \qquad f(s,T) = \frac{M_{w}(s)}{M_{w}(s) + M_{o}(s,T)}.$$
(21)

Зависимость f (s,T) (доля мобильности водной фазы) называется также функцией Леверетта.

Относительные проницаемости фаз зависят от водонасыщенности как монотонные функции в общем случае. В модели Брукса–Кори они выражаются через приведенную водонасыщенность S.

$$k_{w}(s) = k_{w}^{0} S^{n_{w}}, \qquad k_{o}(s) = k_{o}^{0} (1 - S)^{n_{o}}, \qquad S = \frac{s - s_{w}^{r}}{1 - s_{w}^{r} - s_{o}^{r}}$$
(22)

В модели (22)  $k_w^0$ ,  $k_o^0$  — положительные константы, меньшие 1;  $n_w$ ,  $n_o$  — положительные степени, большие 1;  $s_w^r$ ,  $s_o^r$  — остаточные насыщенности фаз. В общем случае последние могут зависеть от температуры и пористости.

## Тепловой баланс

С учетом пренебрежения потоками кинетической энергии по сравнению с тепловой и с учетом малости работы сил объемного расширения (жидкости и скелет состоят из несжимаемых материалов) баланс тепловой энергии в скелете и во флюиде может быть записан как:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_s \left( 1 - \varphi \right) h_s \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_s \left( 1 - \varphi \right) \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) - \beta J h_s + A_T \left( T_f - T_s \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_w \varphi s h_w + \rho_o \varphi \left( 1 - s \right) h_o \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( F_w h_w + F_o h_o \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_f \varphi \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) + \beta J h_s + A_T \left( T_s - T_f \right) \end{cases}$$
(23)

Здесь  $h_s$ ,  $h_w$ ,  $h_o$  — внутренняя (тепловая и химическая) энергия фаз, включая фазу скелета, в расчете на единицу массы,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_f$  — теплопроводность материала фаз,  $T_s$ ,  $T_f$  — температура фаз,  $A_T$  — коэффициент межфазного кондуктивного теплообмена. Считаем формально, что реакция проходит в фазе флюида, так что межфазный обмен энергией за счет потока массы идет на внутренней энергии скелета.

Перейдем в систему координат, связанную с фронтом реакции, тогда система (23) переписывается следующим образом:

$$\begin{cases} 0 = \frac{d}{dx} \left( \lambda_s \left( 1 - \varphi \right) \frac{dT_s}{dx} \right) - \beta J h_s + A_T \left( T_f - T_s \right) \\ \frac{d}{dx} \left( F_w h_w + F_o h_o \right) = \frac{d}{dx} \left( \lambda_f \varphi \frac{dT_f}{dx} \right) + \beta J h_s + A_T \left( T_s - T_f \right) \end{cases}$$
(24)

Введем предположение термически толстого слоя скелета: физическая толщина превышает термическую, т.е. температура скелета перед фронтом реакции равна начальной температуре скелета (прогрев идет медленно из-за большого объема скелета).

В таком приближении можно считать *T<sub>s</sub>* константой, и тогда первое уравнение оказывается вырожденным.

#### Аналитическое решение

Найдём аналитическое решение. Рассмотрим второе уравнение системы (24):

$$\frac{d}{dx}\left(F_{\omega}h_{\omega}+F_{o}h_{o}\right) = \frac{d}{dx}\left(\lambda_{f}\varphi\frac{dT_{f}}{dx}\right) + \beta Jh_{s} + A_{T}\left(T_{s}-T_{f}\right).$$
(25)

Внутренняя энергия флюида составлена из энергий его фаз, а последние — из компонент. Только при активном агенте имеем теплоту его образования (химический потенциал); теплоемкости же все считаем постоянными, так что имеем:

$$\begin{cases} h_{w} = C_{fw}T + h_{a}Y_{a} \\ h_{o} = C_{fo}T \\ h_{s} = C_{s}T \end{cases}$$

Здесь  $h_a$  — химический потенциал (энтальпия образования при 0 К) агента,  $C_s$  — удельная теплоемкость скелета,  $C_{fo}$  — удельная теплоемкость нефтяной фазы,  $C_{fw}$  — удельная теплоемкость водной фазы.

В предположении постоянства скорости (25) примет вид:

$$\lambda_{f} \frac{d^{2} T_{f}}{dx^{2}} - U_{c} C_{f} \frac{dT_{f}}{dx} = -J \left( F_{w} h_{a} \frac{(1+Y_{a}\beta)}{fF\varphi} + \frac{\beta h_{s}}{\varphi} \right) + \widetilde{A_{T}} \left( T_{f} - T_{0} \right),$$

где:

$$U_{c}C_{f} = su_{w}C_{fw} + \rho_{o}(1-s)u_{o}C_{fo}, \qquad \widetilde{A_{T}} = \frac{A_{T}}{\varphi}, \qquad Q = F_{w}h_{a}\frac{(1+Y_{a}\beta)}{fF\varphi} + \frac{\beta h_{s}}{\varphi}, \qquad T_{s} = T_{0}$$

$$\lambda_{f}\frac{d^{2}T_{f}}{dx^{2}} - U_{c}C_{f}\frac{dT_{f}}{dx} = -JQ + \widetilde{A_{T}}\left(T_{f} - T_{0}\right) \qquad (26)$$

$$J = \begin{cases} 0, \qquad \text{при} \quad x \leq 0 \\ J_{f}(T)Y_{a}\rho s\varphi(1-\alpha_{s}), \qquad \text{при} \quad 0 < x \leq \Delta x \\ 0, \qquad \text{при} \quad x \geq \Delta x \end{cases}$$

 $\Delta x$  — условный размер зоны химической реакции.

Граничные условия для (26) таковы:

1)  $x \rightarrow -\infty$ :  $T_{f} = T_{0}, \frac{dT_{f}}{dx} = 0$ , 2)  $x \rightarrow +\infty$ :  $\frac{dT_{f}}{dx} = 0$ . Общее решение (26):  $T_{f} - T_{0} - \frac{JQ}{\widetilde{A_{T}}} = C_{1}e^{b_{1}x} + C_{2}e^{b_{2}x}$ , (27)

где  $b_1$  и  $b_2$  — корни характеристического уравнения.

$$b_{1,2} = \frac{U_c C_f}{2\lambda_f} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\widetilde{A_T}\lambda_f}{U_c^2 C_f^2}} \right), \qquad b_1 > 0 \\ b_2 < 0.$$

$$(28)$$

Коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  будем определять из граничных условий в каждой из рассмотренных областей. Размер зоны реакции не может быть выбран произвольным образом:

$$\Delta x = \frac{U\rho s \left(1-\varphi\right) \alpha_s}{\beta J}.$$

С учётом граничных условий получим уравнение для определения *F*<sub>c</sub>:

$$\frac{A_T \Delta x}{U_c Q} \left( T_2 - T_0 \right) = -\frac{b_2}{b_1 - b_2} \left( 1 - e^{-b_1 \frac{U_c}{T}} \right).$$
<sup>(29)</sup>

В случае, когда отсутствуют потери, т.е.  $\widetilde{A_T} = 0$ , получим:

$$z^2\theta = 1 - e^{-z^2}$$

где  $z = U_c \sqrt{\frac{C_i}{\lambda_i J}}$ ,  $\theta = \frac{C_i}{Q} (T_2 - T_0)$  — безразмерная температура реакции.

Запишем полученное уравнение для средней скорости реакции  $U_c$  в безразмерном виде с параметром  $a = \frac{\widetilde{A_T}}{JC_i}$  (a = 0 – отсутствие потерь):

$$a\theta = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4\frac{a}{z^2}}} \right) \left( 1 - e^{-\frac{z^2}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 4\frac{a}{z^2}} \right)} \right).$$
(30)

*а* характеризует отношение энергоотвода в пористую среду к общему энерговыделению в процессе химической реакции.

 $\frac{T-T_0}{T_2-T_0}$ 

3

2

0



Рис. 2. Зависимость скорости реакции от температуры для различных значений параметра а



1

х

## Результаты

Чтобы проиллюстрировать смысл параметра а, проведем некоторые преобразования. При этом будем учитывать, что справедлива следующая оценка для температуры флюида:  $T_* = T_0 + \frac{Q}{C_f}$ .

$$a = \frac{\widetilde{A}_T}{JC_f} = \frac{\widetilde{A}_T(T_* - T_0)}{JC_f(T_* - T_0)} = \frac{\widetilde{A}_T(T_* - T_0)}{JQ}.$$
(31)

 $\Delta x_2$ 

Формула (31) показывает, что параметр a фактически имеет порядок отношения тепловой энергии, отводимой от единицы объема в результате теплопотерь в пористый скелет, к тепловой энергии, выделяемой в той же единице объема в результате экзотермической реакции.

Из графика (рис. 2) видно, что при данном значении  $\theta$ , лежащем в физически реальной области  $0 < \theta < 1$ , для a = 0 существует только одно положительное значение скорости горения z.

При  $\theta > 1$  не существует действительных решений, так как эти значения  $\theta$  соответствуют температурам, превышающим адиабатическую температуру реакции. При таких условиях распространение процесса невозможно.

При a > 0 уравнение (30) имеет два положительных решения при  $0 < \theta < \theta_{max}(a) < 1$ .

При  $\theta > \theta_{max}$  реакция распространяться также не может, потому что температура не может быть достигнута ввиду влияния потерь.

При наличии потерь, когда 0 <  $\theta$  <  $\theta_{max}$ , могут существовать два значения скорости горения. Решение, соответствующее большему значению скорости реакции, отвечает устойчивому режиму распространения. Решение, соответствующее меньшему значению скорости, отвечает другому режиму распространения фронта экзотермической реакции.

На рисунке 2 показаны распределения температуры, соответствующие двум скоростям распространения реакции для значений  $\theta = 0.3$ ; a = 0.1.

Как видно из рисунка 3, одним и тем же граничным условиям при наличии потерь энергии на прогрев пористой среды могут соответствовать два различных режима распространения реакции: высокотемпературный, при котором температура в зоне реакции существенно выше температуры реакции, и низкотемпературный, при котором температура в зоне реакции не поднимается высоко за счет интенсивного теплоотвода, зато среда перед зоной реакции прогрета существенно выше в результате большой средней теплопроводности за счет влияния скелета.

Низкотемпературные режимы распространения фронта реакции характеризуются более низкой скоростью, они встречаются также и в других условиях, например при ржавлении металлов, гниении органики и т. п.

Однако в предположении термически толстого слоя пористого скелета реакция, вероятнее, будет происходить в низкотемпературном режиме.

## Заключение

Разработана математическая модель для описания вытеснения нефти из пористого пласта с учётом химического воздействия на пористый скелет. Рассмотрены связь пористости с проницаемостью и долей твёрдой фазы, способной к растворению, особенности реакции и интенсивности расхода массы агента. Описаны уравнения баланса массы, теплового баланса, динамическая модель просачивания, основанная на законе Дарси, с учётом капиллярных эффектов на границе фаз и изменения вязкости нефти в результате экзотермической реакции.

Получено аналитическое решение задачи в стационарном случае, в предположении равенства и постоянства массовых скоростей и удельных теплоемкостей флюидов и в предположении термически толстого слоя.

Получена зависимость скорости реакции от температуры реакции. Показано, что возможны два режима протекания реакции: высокотемпературный и низкотемпературный. В предположении термически толстого слоя пористого скелета реакция, вероятнее, будет происходить в низкотемпературном режиме.

## ЛИТЕРАТУРА

- Скрылева Е. И., Никитин В. Ф., Смирнов Н. Н., Душин В. Р. Моделирование использования химического реагента для интенсификации просачивания нефти. *Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе*: сборник трудов международной конференции, посвященной дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва, 2019. С. 122–132. Режим доступа: http://chebconf.ru/wp-content/uploads/2019/12/cheb19proc xindy.pdf.
- 2. Коленкина Е. И., Никитин В. Ф., Логвинов О. А., Смирнов Н. Н. Фильтрационные течения в пористых средах: монография. Москва: Изд-во ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН; 2020. 73 с.
- 3. Хакимов М. Ю., Мотузов И. С. Методическое руководство к подготовке дипломного проекта по геологическому изучению, подсчёту запасов и доразведке месторождений нефти и газа (с применением компьютерных технологий обработки геологогеофизических данных). М.: Изд-во РУДН; 2011. 120 с.
- 4. Зверев И. Н., Смирнов Н. Н. Газодинамика горения. М.: Изд-во Моск. ун-та; 1987. 307 с.
- 5. Kaviany M. Principles of Heat Transfer in Porous Media. NY: Dover Publications Inc.; 1988.
- 6. Бетелин В. Б., Смирнов Н. Н. О проблеме импортонезависимости в нефтегазовой отрасли и машиностроении России. Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе: тезисы докладов международной конференции, посвященной дню рождения великого русского математика академика П.Л. Чебышёва, 2016. С. 18. Режим доступа: http://dvm-system.org/static\_data/papers/ rBakhtinChebconf2016.pdf.